

文章编号 :1008-4584(2004)04-0001-01

关于 Smarandache 组合序列

乐茂华

(湛江师范学院 数学系,广东 湛江 524048 梧州师范高等专科学校 数学系,广西 贺州 542800)

摘要: 设 r 是大于 1 的正整数, $SCS(r)$ 是 r 阶 Smarandache 组合序列, 证明了: $SCS(r)$ 仅有 r 个连续项 $1, 2, \dots, r$ 是两两互素的.

关键词: Smarandache 组合序列; 连续项; 两两互素

中图分类号: O156 文献标识码: A

设 r 是大于 1 的正整数, 又设 $SCS(r) = \{a(r, n)\}_{n=1}^{\infty}$ 是 r 阶 Smarandache 组合序列. 从文献[1]可知: $SCS(r)$ 中的第 n 项 $a(r, n)$ 当 $n \leq r$ 时, 适合

$$a(r, n) = n, \quad n = 1, 2, \dots, r; \tag{1}$$

当 $n > r$ 时, $a(r, n)$ 等于所有前项中任取 r 个项的乘积之和. 对此, Murthy^[2] 提出了这样的问题:

$SCS(r)$ 中有哪些连续项是两两互素的?

本文完整地解决了上述问题, 即证明:

定理 1 对于任何大于 1 的 r , $SCS(r)$ 中仅有 r 个连续项 $1, 2, \dots, r$ 是两两互素的.

证明 根据序列 $SCS(r) = \{a(r, n)\}_{n=1}^{\infty}$ 的定义, 当 $n \geq r$ 时

$$a(r, n) = \sum a(r, n_1) a(r, n_2) \dots a(r, n_r), \tag{2}$$

其中连加号“ \sum ”表示“对所有合适 $1 \leq n_1 \leq n_2 < \dots < n_r \leq n$ 的正整数组 (n_1, n_2, \dots, n_r) 求和”. 因此, 从(2)可得递推关系

$$a(r, n+1) = a(r, n) + a(r, n) a(r-1, n-1). \tag{3}$$

从(3)可知

$$a(r, n+1) \equiv 0 \pmod{a(r, n)}, \quad n \geq r. \tag{4}$$

从(4)立得

$$\gcd(a(r, n), a(r, n+1)) = a(r, n), \quad n \geq r. \tag{5}$$

由于从(3)可知序列 $a(r, n) (n \geq 1)$ 是递增的, 又从(1)中知 $a(r, n) \geq r (n \geq r)$, 故从(5)可知 $SCS(r)$ 从第 r 项起任意 2 个连续项都不是互素的. 于是从(1)可知 $SCS(r)$ 中仅有 r 个连续项 $1, 2, \dots, r$ 是两两互素的, 定理证完.

参考文献:

- [1] IBSTEDT H. The Smarandache sequence inventory[J]. Smarandache Notions J, 1999, (10): 183 ~ 190.
- [2] MURTHY A. Some new Smarandache sequences, functions and partitions[J]. Smarandache Notions J, 2000, (11): 179 ~ 183.

(下转第 5 页)

收稿日期: 2004-07-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 10271104); 广东省自然科学基金项目(No. 011781); 广东省教育厅自然科学基金项目(No. 0161).

作者简介: 乐茂华(1952-), 男, 上海市人, 教授, 主要从事数论研究.

得到 $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = +\infty$. 再由(1)及已知条件知,当 t 充分大时,有 $y'(t) < -a < 0$,其中 a 是某一正常数. 它蕴含

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = -\infty. \quad (23)$$

另一方面,由于 $v(t)$ 是正向有界的,由(13)知 $y(t)$ 也是正向有界的,这与(23)矛盾. 当 k 是奇数时,同样也是矛盾的,这说明(22)不成立,所以(20)成立.

引理 5^[2] 任给正整数 n 和正数 b ,存在正数 $d = d(n, b)$ ($d > b$),使得方程组(15)的 Poincare 映射

$$P_0: (u_0, v_0) \rightarrow (u(2\pi, u_0, v_0), v(2\pi, u_0, v_0))$$

在区域 $G_d = \mathbb{R}^2 \setminus \{D(d) \cup \partial D(d)\}$ 内没有低于 n 阶的周期点,但至少有两个 n^* 阶的周期点,其中最小周期 $n^* > n$. 由引理 5 得(15)的次调和解的存在性,即 $x'' + g(x) = p(t)$ 方程有无穷多的次调和解.

参考文献:

- [1] 丁同仁. 关于亚线性 Duffing 方程的研究[J]. 应用数学学报, 1989, 12(4): 449 ~ 455.
 [2] 丁伟岳. 扭转映射的不动点和常微分方程的周期解[J]. 数学学报, 1982, 25(2): 227 ~ 235.

Study on Differential Equation to Two Rank

WEI Lan-ge¹, MA Xing-hua²

- (1. Department of Mathematics and Computer, Baoding Teachers College, Baoding 071051, China;
 2. Science College, Hebei University of Science and Engineering, Tangshan 063009, China)

Abstract: The existence of harmonic solution and infinitely many subharmonic solutions for Duffing equation $x'' + g(x) = p(t)$ are proved. In the Duffing equation, $g(x)$ is an odd function and is satisfied with $g'(x) > 0$ and $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = a > 0$. The continuous 2π -periodic function, namely $p(t)$ satisfied: $|p(t)| < a, \forall t \in \mathbb{R}$.

Key words: Duffing equation; harmonic solution; subharmonic solution

(上接第 1 页)

On the Smarandache Combinatorial Sequences

LE Mao-hua

(Department of Mathematics, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang 524048, China; Department of Mathematics, Wuzhou Normal College, Hezhou 542800, China)

Abstract: Let r be a positive integer with $r > 1$, and let $SCS(r)$ denote the Smarandache combinatorial sequence of degree r . It is proved that $SCS(r)$ has only the consecutive terms $1, 2, \dots, r$ be pairwise coprime.

Key words: Smarandache combinatorial sequence; consecutive term; divisibility