

关于平方余函数的两个级数

乐茂华

(湛江师范学院 数学系, 广东 湛江 524048)

摘要: 确定了有关 Smarandache 平方余函数的两个级数的收敛性.

关键词: Smarandache 平方余函数; 级数; 收敛性

中图分类号: O156 文献标识码: A 文章编号: 1007-5348(2005)03-0013-02

对于正整数 n , 设 $SSC(n)$ 是 n 的 Smarandache 平方余函数, 它等于可使 mn 为平方数的最小正整数^[1]. 对于正数 a , 设

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{SSC(n)^a}, \quad (1)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{SSC(n)}. \quad (2)$$

对此, Russo 提出了有关级数 S_1 和 S_2 的收敛性问题^[2]. 本文证明了下列结果:

定理 1 当 $a \leq 1$ 时, S_1 是发散的.

定理 2 S_2 是发散的.

定理 1 的证明 对于复数 s , 设

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \quad (3)$$

是 Riemann Zeta 函数. 根据函数 $SSC(n)$ 的定义可知: 对于任何正整数 n 都有 $SSC(n) \leq n$. 因此从(1)和(3)可知

$$S_1 \geq \zeta(a). \quad (4)$$

由于已知 $\zeta(a)$ 当 $a \leq 1$ 时是发散的^[3], 故从(4)可知 S_1 是发散的. 定理证完.

定理 2 的证明 设

$$S = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{SSC(2t+1)}. \quad (5)$$

从(2)可知

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{SSC(n)} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{0t=0}^{\infty} (-1)^{2^k} \frac{1}{SSC(2^k(2t+1))}. \quad (6)$$

因为

$$SSC(2^k(2t+1)) = \begin{cases} SSC(2t+1), & \text{当 } k \text{ 是偶数时;} \\ 2SSC(2t+1), & \text{当 } k \text{ 是奇数时.} \end{cases} \quad (7)$$

从(5), (6)和(7)可得

收稿日期: 2004-06-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(10271104), 广东省自然科学基金项目(011781), 广东省教育厅自然科学研究项目(0161), 湛江市 988 科技兴湛计划项目.

作者简介: 乐茂华(1952-), 男, 上海人, 湛江师范学院数学系教授, 主要从事数论研究.

$$S_2 = -S + \frac{1}{2}S + S + \frac{1}{2}S + S + \dots \quad (8)$$

从(5)和(8)可知 S_2 是发散的. 定理证完.

参考文献:

- [1] Dumitrescu C, Seleacu V. Some notions and questions in number theory[M]. Phoenix; Xiquan Pub House 1994.
- [2] Russo F. An introduction to the Smarandache square complementary function[J]. Smarandache Notions J, 2002, 13: 160-173.
- [3] 邓东皋, 尹小玲. 数学分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.

Two Series Concerning Smarandache Square Complementary Function

LE Mao-hua

(Department of Mathematics, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang 524048, Guangdong, China)

Abstract: In this paper we determine the convergence for two series concerning the Smarandache square complementary function.

Key words: Smarandache square complementary function; series; convergence

(责任编辑: 王桂珍)

2003 年本刊 16 篇论文被《中国数学文摘》收录

在学院领导和教职工的大力支持下, 2003 年《韶关学院学报》自然科学版有 16 篇论文被中国科学院《中国数学文摘》及《中国数学文献数据库》收录. 这 16 篇论文的作者姓名、论文题目、登载于本刊的刊期及页码汇总如下.

姓 名	题 目	刊期及页码
吴筑筑	矩阵方程 $A^T \times A = F$ 的双对称半正定解	2003, 24(3): 1-4
房少梅	一维非齐次 BBM 方程的初边值问题	2003, 24(3): 5-9
吴奇峰	Banach 不动点定理的应用	2002, 24(3): 10-13
白定勇	二阶奇异边值问题	2003, 24(3): 14-17
曾广钊	平面系统零解的单侧稳定性及渐近稳定性	2003, 24(3): 18-19
龚 焰	次亚正定矩阵的 Bergstrom 型不等式	2003, 24(3): 20-23, 35
韦秋梅	关于级数收敛的狄里克雷(Dirichlet)判别法的一些推广	2003, 24(3): 24-26
朱玉兰	一类振动函数广义积分的收敛性	2003, 24(3): 27-29
李小珠	在均匀磁场中薛定谔方程的求解	2003, 24(3): 33-35
张学元	一类新二阶变系数线性微分方程的可积判据	2003, 24(9): 1-5, 29
池雄标	一个泛函在组合论中的应用	2003, 24(9): 6-9
李 超	构造 $8k$ 阶 Franklin 半幻方的又一公式	2003, 24(12): 1-7
乐茂华	关于阶乘的 Simmons 猜想	2003, 24(12): 8-9, 14
谭信民	积分中值定理的推广及在常微分方程中的应用	2003, 24(12): 10-14
房少梅	非齐次 KdV-Burgers 方程的整体解	2003, 24(12): 15-18, 22
曾广钊	Maple 软件在常微分方程中的应用	2003, 24(12): 19-22

(王桂珍)