文章编号: 1000-6788(2015)11-2932-07 中图分类号: TP391 文献标志码: A

基于关联度的决策概率转换方法

赵玉新, 贾韧锋, 刘 厂, 沈志峰

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘 要 针对基本概率赋值转换为决策概率的问题, 提出一种新的基于关联度的决策概率转换方法. 该方法将单子集命题的基本概率赋值和转换后的决策概率之间的关联度作为评价转换方法的标准, 并用其对比例信度转换方法和比例似然度转换方法进行线性组合, 得出命题的决策概率. 通过算例对比新方法与已有方法, 结果表明新方法更加合理有效.

关键词 基本概率赋值; 关联度; 信度; 似然度; 决策概率

Transformation method of decision-making probability based on correlation degree

ZHAO Yu-xin, JIA Ren-feng, LIU Chang, SHEN Zhi-feng

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract To slove the problem in the transformation of basic probability assignment to decision-making probability, this paper proposed a novel transformation method based on correlation degree. The correlation degree between basic probability assignment of singleton proposition and decision-making probability was used to evaluate the transformation method, and the decision-making probability of each proposition was achieved by linear combination, which was the transformation method of decision-making probability based on proportional belief and proportional plausibility. The proposed method was compared to the other usual methods with an example. The experimental result shows that the proposed method is more reasonable and effective.

Keywords basic probability assignment; correlation degree; belief; plausibility; decision-making probability

0 引言

在很多决策系统中, 经常要求在信息不完全的情况下做出决策, 但往往由于不确定度较大, 系统不能提供合理的决策. 而 D-S 证据理论 [1−2] 能够较好地解决这个问题, 它能够灵活地处理不精确、不确定、不全面信息, 并能提供基于不完备信息进行不确定性推理的方法, 因而被广泛应用在信息融合 [3]、故障诊断 [4]、风险评估 [5] 、质量绩效测评 [6] 等诸多领域, 目前已成为一种处理不确定问题的重要工具. D-S 证据理论中的基本概率赋值 (basic probability assignment, BPA), 不仅可以对单子集命题信息进行表示, 也可以对多子集命题信息进行表示. 虽然 BPA 能够较合理地表达命题信息, 但是在基于 BPA 进行决策时, 首要解决的问题就是将多子集命题上的 BPA 分配到单子集命题上, 以便得到准确的决策概率. 而决策概率转换是一个很有效的方法, 因此, 决策概率转换成为人们普遍关注的热点.

目前, 对 BPA 进行决策概率转换的方法有很多 [7−16], 常用的方法有 Smets[7] 在可转移信度模型 (transferable belief model, TBM) 中提出的 Pignistic 概率转换, 但是该方法将多子集命题上的 BPA 均分到单子集命题上, 容易造成信息损失, 不利于决策. Cuzzolin[8] 将多子集命题上的 BPA 按照不确定比均分给单子集命题, 但是当多子集命题和单子集命题没有交集的时候, 会造成不合理分配. Cobb[9] 提出的基于似然函数的

收稿日期: 2014-02-28
资助项目: 国家自然科学基金 (51379049); 中央高校基本科研业务费专项资金 (HEUCFX41302); 黑龙江省留学归国人员科学基金 (LC2013C21); 中央高校基本科研业务费 (HEUCF041410)
作者简介: 赵玉新 (1980–), 男, 汉, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 决策科学, 工程优化, E-mail: zhaoyuxin@hrbeu.edu.cn; 贾韧锋 (1987–), 男, 汉, 黑龙江双鸭山人, 博士研究生, 研究方向: 信息融合, 态势分析, E-mail: zhuxijia@ 126.com.

变换 (plausibility function transform, PFT), 只考虑了似然函数对转换过程的影响, 而没有考虑信度函数的影响, 得到的结果比较保守. Dezert[15] 提出的 DSmP 方法比较灵活, 应用范围广, 但是参数的选取不够客观. Daniel[16] 分别提出了比例信度转换方法和比例似然度转换方法, 比例信度转换方法转换时的态度比较乐观, 容易增大决策风险; 比例似然度转换方法转换时的态度比较保守, 不利于决策.

本文在已有方法的基础上, 针对 Daniel 的比例转换方法的不足, 提出了一种基于关联度的决策概率转换方法. 该方法将单子集命题的 BPA 与转换后的决策概率之间的关联度作为评价转换方法的标准, 并用其对比例信度转换方法和比例似然度转换方法进行线性组合, 得出命题的决策概率. 最后, 通过算例验证了本文方法的合理性.

1　Daniel 转换方法及关联系数

1.1　Daniel 的比例转换方法

比例信度转换方法的转换公式:

$$PropBelP(A) = \sum_{A \in X \subseteq 2^{\Theta}} \frac{m(A)}{\sum\limits_{B \in X} m(B)} m(X) \tag{1}$$

该方法利用单子集命题在多子集命题中的信度比来转换决策概率, 转换时的态度比较乐观, 容易增大决策风险.

比例似然度转换方法的转换公式:

$$PropPlP(A) = \sum_{A \in X \subseteq 2^{\Theta}} \frac{Pl(A)}{\sum\limits_{B \in X} Pl(B)} m(X) \tag{2}$$

该方法利用单子集命题在多子集命题中的似然度比来转换决策概率, 转换时的态度又比较保守, 不利于决策.

1.2　关联系数

作为事物不确定性度量 —— 熵的概念拓展, 文献 [17] 引入了随机变量的偏熵和关联熵, 分析其性质并定义了关联系数.

定义 1　设随机变量 X 与 Y 的分布为

$$X = \left\{ \begin{array}{c} a_1, a_2, \cdots, a_k \\ p_1, p_2, \cdots, p_k \end{array} \right\}, Y = \left\{ \begin{array}{c} b_1, b_2, \cdots, b_k \\ q_1, q_2, \cdots, q_k \end{array} \right\},$$

那么随机变量 X 关于随机变量 Y 的偏熵定义为:

$$H_Y(X) = -\sum_{k=1}^{n} q_k \log p_k \tag{3}$$

$$H(X) = -\sum_{k=1}^{n} p_k \log p_k \tag{4}$$

定义 2　随机变量 X 与 Y 之间的关联熵定义为它们的偏熵之和, 即

$$H(X;Y) = H_Y(X) + H_X(Y) \tag{5}$$

定义 3　随机变量的偏关联系数与关联系数分别定义为:

$$\gamma_Y(X) = \frac{H(Y)}{H_Y(X)} \tag{6}$$

$$\gamma_X(Y) = \frac{H(X)}{H_X(Y)} \tag{7}$$

$$\gamma(X;Y) = \frac{H(X \otimes Y)}{H(X;Y)} = \frac{H(X) + H(Y)}{H_Y(X) + H_X(Y)} \tag{8}$$

关联系数具有以下性质:

性质 1　$\forall X, Y$

$$0 \leq \gamma_X(Y),\ \gamma_Y(X), \gamma(X;Y) \leq 1 \tag{9}$$

当且仅当 X, Y 为同分布时,

$$\gamma_X(Y) = \gamma_Y(X) = \gamma(X;Y) = 1 \tag{10}$$

此性质表明关联系数 γ 是随机变量 X 与 Y 的分布之同一性、一致性的特征度量.

但是, 当有变量值为 0 的时候, 上述计算就会出现 $\log(0)=-\infty$ 的情况, 为此文献 [18] 提出了一种类熵的概念, 即随机变量 X 关于随机变量 Y 的类偏熵定义为:

$$H_Y(X)=\sum_{k=1}^{n}q_k\mathrm{e}^{-5p_k} \tag{11}$$

$$H(X)=\sum_{k=1}^{n}p_k\mathrm{e}^{-5p_k} \tag{12}$$

新的公式能够较好地解决上述无穷大的问题, 同时也保证了计算的准确性.

2 基于关联度的决策概率转换方法

为了更好地发挥比例信度转换方法和比例似然度转换方法的优势, 克服它们的不足, 本文利用关联系数的特性, 提出了一种基于关联度的决策概率转换方法. 该方法将比例信度转换方法和比例似然度转换方法进行线性组合, 使转换时的态度既不乐观也不保守, 得出合理的决策概率.

本文方法首要解决的问题就是组合权重的确定, 权重的大小决定着转换时候的态度, 即转换结果是依赖比例信度转换方法的结果多一些, 还是依赖比例似然度转换方法的结果多一些.

由于多子集命题是对单子集命题支持的一种表现, 决策概率转换是将这种表现给予了量化. 如果单子集命题的 BPA 较大, 那么对应的决策概率也应该很大, 所以可以利用它们之间的这种内在联系, 来确定组合权重. 我们将单子集命题的 BPA 和转换后的决策概率之间的关联系数, 用于度量转换后的决策概率与原 BPA 之间的关联度, 也依此来评价转换方法的好坏. 如果比例信度转换方法的关联度较大, 说明该方法的转换结果能够较好地反映原 BPA 的信息, 说明该转换方法较好, 转换时的态度就应该乐观一些; 如果比例似然度转换方法的关联度较大, 说明该方法较比例信度转换方法更好, 转换时的态度就应该保守一些.

综上所述, 本文方法的转换公式如下:

$$NewP(A)=\alpha_1\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta}\frac{m(A)}{\sum\limits_{B\in X}m(B)}m(X)+\alpha_2\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta}\frac{Pl(A)}{\sum\limits_{B\in X}Pl(B)}m(X) \tag{13}$$

其中,

$$\alpha_1=\frac{\gamma_{Bel}}{\gamma_{Bel}+\gamma_{Pl}} \tag{14}$$

$$\alpha_2=\frac{\gamma_{Pl}}{\gamma_{Bel}+\gamma_{Pl}}=1-\alpha_1 \tag{15}$$

γ_{Bel} 和 γ_{Pl} 分别为比例信度转换方法和比例似然度转换方法中单子集命题的 BPA 和转换后的决策概率之间的关联系数.

公式 (13) 也可以写成

$$NewP(A)=\alpha\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta}\frac{m(A)}{\sum\limits_{B\in X}m(B)}m(X)+(1-\alpha)\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta}\frac{Pl(A)}{\sum\limits_{B\in X}Pl(B)}m(X) \tag{16}$$

其中,

$$\alpha=\frac{\gamma_{Bel}}{\gamma_{Bel}+\gamma_{Pl}} \tag{17}$$

因为 A 是单子集命题, 所以转换公式又可写成

$$NewP(A)=m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}\left[\alpha\frac{m(A)}{\sum\limits_{B\in X}m(B)}+(1-\alpha)\frac{Pl(A)}{\sum\limits_{B\in X}Pl(B)}\right]m(X) \tag{18}$$

本文方法计算决策概率的流程如图 1 所示.

Daniel[19] 给出了决策概率转换函数 $PT(\cdot)$ 的定义, 下面通过该定义对本文方法的合理性进行说明.

设 $f(A)=\frac{m(A)}{\sum_{B\in X}m(B)}, g(A)=\frac{Pl(A)}{\sum_{B\in X}Pl(B)}$, 则

公式 (18) 可以转化为

$$NewP(A)=m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}[\alpha f(A)+(1-\alpha)g(A)]m(X) \tag{19}$$

输入：基本概率赋值 $m(\bullet)$;

输出：决策概率 $P(\bullet)$;

初始化：i=1, j=1, k=1, n ;

Begin

Do While i<=n

$$P_1(\theta_i)=\sum_{\theta_i\in X\subseteq 2^\Theta}\frac{m(\theta_i)}{\sum_{B\in X}m(B)}m(X)$$

EndWhile

计算关联系数 γ_{Bel} ;

Do While j<=n

$$P_2(\theta_j)=\sum_{\theta_j\in X\subseteq 2^\Theta}\frac{Pl(\theta_j)}{\sum_{B\in X}Pl(B)}m(X)$$

EndWhile

计算关联系数 γ_{Pl} ;

计算组合权重: $\alpha=\dfrac{\gamma_{Bel}}{\gamma_{Bel}+\gamma_{Pl}}$

Repeat

$$P(\theta_k)=\alpha\bullet P_1(\theta_k)+(1-\alpha)\bullet P_2(\theta_k)$$

Until k>n;

End

图 1 决策概率转换流程

定理 1 $PT(\cdot)$ 需满足上下边界一致性, 即

$$Bel(A)\leq PT(A)\leq Pl(A) \tag{20}$$

证明 令

$$P_1(A)=m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}f(A)m(X),\ \ P_2(A)=m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}g(A)m(X),$$

则

$$NewP(A)=\alpha P_1(A)+(1-\alpha)P_2(A),$$

因为

$$P_1(A)=m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}f(A)m(X)\geq m(A)=Bel(A),$$

又因为

$$P_1(A)=m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}f(A)m(X)\leq m(A)+\sum_{A\in X\subseteq 2^\Theta,|X|>1}m(X)=Pl(A),$$

所以

$$Bel(A)\leq P_1(A)\leq Pl(A),$$

同理可证

$$Bel(A)\leq P_2(A)\leq Pl(A),$$

又因为 $NewP(A)$ 是 $P_1(A)$ 和 $P_2(A)$ 的线性组合, 所以

$$Bel(A)\leq NewP(A)\leq Pl(A).$$

推论 1 针对贝叶斯 BPA, $PT(\cdot)$ 需满足概率一致性, 即

$$PT(A) = m(A) \tag{21}$$

证明 因为 $m(A)$ 是贝叶斯 BPA, 所以 $m(X) = 0$, 由公式 (19) 可得 $NewP(A) = m(A)$.

推论 2 对于不可能事件 A, $PT(\cdot)$ 需满足

$$PT(A) = 0 \tag{22}$$

证明 因为 A 是为不可能事件, 所以 $Bel(A) = 0, Pl(A) = 0$, 由 $Bel(A) \leq NewP(A) \leq Pl(A)$ 可得 $NewP(A) = 0$.

定理 2 对于识别框架 Θ 上的排序函数 $R(\cdot)$, $R(\Theta) \to \Theta$, $PT(\cdot)$ 需满足

$$PT^*(R(A)) = PT(R(A)) \tag{23}$$

证明 因为 $R(\cdot)$ 为排序函数, $R(\Theta) \to \Theta$, 所以

$$R(A) = A, m^*(R(A)) = m(A),$$

所以

$$NewP^*(R(A)) = m^*(R(A)) + \sum_{R(A) \in X \subseteq 2^\Theta, |X|>1} [\alpha f(A) + (1-\alpha) g(A)] m(X),$$

所以

$$NewP^*(R(A)) = m(A) + \sum_{A \in X \subseteq 2^\Theta, |X|>1} [\alpha f(A) + (1-\alpha) g(A)] m(X) = NewP(A).$$

综上所述, 本文方法满足 Daniel 给出的决策概率转换函数定义.

3 算例验证

下面通过算例对本文方法的计算过程进行说明, 以及对其合理性进行验证.

例 1 假设现有识别框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$, 该框架下的基本概率赋值如表 1 所示.

表 1 基本概率赋值

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_4$	$\theta_2 \cup \theta_3 \cup \theta_4$	$\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3 \cup \theta_4$
$m(\cdot)$	0.30	0.15	0.01	0.09	0.25	0.05	0.05	0.10

根据本文的方法进行如下计算:

1) 根据比例信度转换决策概率的方法, 分别计算出 θ_1, θ_2, θ_3, θ_4 的决策概率 $P_1(\theta_1)$, $P_1(\theta_2)$, $P_1(\theta_3)$, $P_1(\theta_4)$ 如表 2 所示.

根据比例似然度转换决策概率的方法, 分别计算出 θ_1, θ_2, θ_3, θ_4 的决策概率 $P_2(\theta_1)$, $P_2(\theta_2)$, $P_2(\theta_3)$, $P_2(\theta_4)$ 如表 3 所示.

2) 将单子集命题的 BPA 看成是命题的概率分布 X, 将比例信度转换方法和比例似然度转换方法得到的决策概率分别看成是概率分布 Y_1、Y_2 如表 4 所示.

表 2 决策概率 $P_1(\theta_i)$

$P_1(\theta_1)$	$P_1(\theta_2)$	$P_1(\theta_3)$	$P_1(\theta_4)$
0.5453	0.3027	0.0193	0.1327

表 3 决策概率 $P_2(\theta_i)$

$P_2(\theta_1)$	$P_2(\theta_2)$	$P_2(\theta_3)$	$P_2(\theta_4)$
0.4740	0.3021	0.0918	0.1321

表 4 命题的概率分布

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X	0.3000	0.1500	0.0100	0.0900
Y_1	0.5453	0.3027	0.0193	0.1327
Y_2	0.4740	0.3021	0.0918	0.1321

3) 分别计算比例信度转换方法和比例似然度转换方法中单子集命题的 BPA 和转换后的决策概率之间的关联系数 γ_{Bel}, γ_{Pl}.

经计算可得:

$$H(X) = 0.2047, H(Y_1) = 0.1882, H(Y_2) = 0.2372,$$

$$H_{Y_1}(X) = 0.3676, H_X(Y_1) = 0.1081, H_{Y_2}(X) = 0.4200, H_X(Y_2) = 0.1140,$$

则

$$\gamma_{Bel} = \frac{H(X) + H(Y_1)}{H_{Y_1}(X) + H_X(Y_1)} = 0.8259,\ \gamma_{Pl} = \frac{H(X) + H(Y_2)}{H_{Y_2}(X) + H_X(Y_2)} = 0.8277.$$

4) 计算组合权重 α.

$$\alpha = \frac{\gamma_{Bel}}{\gamma_{Bel} + \gamma_{Pl}} = 0.4995,$$

则 $1 - \alpha = 0.5005$.

5) 分别对 $P_1(\theta_1)$ 和 $P_2(\theta_1)$、$P_1(\theta_2)$ 和 $P_2(\theta_2)$、$P_1(\theta_3)$ 和 $P_2(\theta_3)$、$P_1(\theta_4)$ 和 $P_2(\theta_4)$ 进行线性组合, 得出 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 最终的决策概率 $P(\theta_1), P(\theta_2), P(\theta_3), P(\theta_4)$ 如表 5 所示.

在表 6 中将本文方法与其他常用方法进行了对比, 由于 DSmP 方法中参数 ε 的选取不易确定, 这里取中间值 $\varepsilon = 0.5$.

表 5　决策概率 $P(\theta_i)$

$P(\theta_1)$	$P(\theta_2)$	$P(\theta_3)$	$P(\theta_4)$
0.5096	0.3024	0.0556	0.1324

表 6　本文方法与其他常用方法对比

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	γ
BetP(·)	0.4250	0.2917	0.1350	0.1483	0.8057
PFT(·)	0.3500	0.3000	0.2050	0.1450	0.7441
CuzzP(·)	0.4241	0.2897	0.1341	0.1521	0.8066
$\mathrm{DSmP}_{\varepsilon=0.5}(\cdot)$	0.4530	0.2929	0.1096	0.1445	0.8219
PropBelP(·)	0.5453	0.3027	0.0193	0.1327	0.8259
PropPlP(·)	0.4740	0.3021	0.0918	0.1321	0.8277
本文方法 (·)	0.5096	0.3024	0.0556	0.1324	0.8359

从表 6 的结果可以看出, 该例中的几种方法得到的结果都是命题 θ_1 的决策概率最大. BetP 方法和 CuzzP 方法都是将多子集命题信息平均分给各个单子集命题, 这种分配方式没能充分利用已知信息, 容易造成信息损失, 不利于决策. PFT 方法得到的命题 θ_1 的决策概率 $P(\theta_1) = 0.35$, 和命题 θ_2 的决策概率 $P(\theta_2) = 0.3$ 之间的差距不是很大, 不易于决策者做出合理的决策. DSmP 方法虽然优于前几种方法, 但得到的结果也不是很理想. PropBelP 方法利用了已知信息, 得到的结果似乎是很好, 可是该方法的转换过程过于乐观, 容易增大决策风险. PropPlP 方法虽然也利用了已知信息, 但得到的结果比较保守, 不利于做出合理的决策. 本文方法得到的关联度 γ 比其他常用方法的都要大, 说明该方法得到的结果能够较好地反映原 BPA 信息, 而且得到的决策概率更一目了然、更利于决策.

4　方法应用

在基于 D-S 证据理论的应用中, 往往决策者为了能够在众多的方案中选出一个最优方案, 使期望效用最大或者使损失代价最小, 需要对各个方案进行评估, 从而做出合理的决策. 但是在很多情况下, 所掌握的信息不是很全面, 决策者很难做出决策, 而决策概率转换能够较好地解决这个问题, 为决策者提供准确、可靠的结果. 本节介绍一个决策概率转换在导弹防御方面的应用, 也以此说明决策概率转换的必要性.

例 2　已知敌人在某区域部署了某型号导弹, 对我方的 4 个地方 x, y, z, w 造成了巨大威胁, 专家对已掌握的信息进行了评估, 得到这 4 个地方可能受到攻击的基本概率赋值如表 7 所示. 为了防御这 4 个地方, 需要开启导弹防御系统, 但目前我方只有 3 套导弹防御系统, 所以现有备选方案如表 8 所示. 又知道如果开启一套防御系统进行防御, 需要付出一定代价, 以及如果不防御, 不同地方又会造成不同程度的损失, 根据专家评估可知防御与不防御的代价函数如表 9 所示.

按照本文方法进行计算, 得到这 4 个地方可能受到攻击的概率如表 10 所示.

表 7　可能受到攻击的基本概率赋值

	x	y	z	w	$x\cup w$	$x\cup y\cup z\cup w$
$m(\cdot)$	0.15	0.20	0.10	0.10	0.20	0.25

表 8　备选方案

	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4
防御地点	$\{x,y,z\}$	$\{x,y,w\}$	$\{x,z,w\}$	$\{y,z,w\}$

表 9　代价函数

	x	y	z	w
防御	−10	−10	−10	−10
不防御	−20	−30	−60	−100

表 10　可能受到攻击的概率

	x	y	z	w
$p(\cdot)$	0.3364	0.2744	0.1452	0.2440

那么到底哪一个方案才是最优方案, 能够使我方的防御部署达到最优部署, 使损失降到最小呢? 这里我们可以通过期望值法对四种方案的损失代价进行计算, 依此来判定哪个方案是最优方案, 为防御部署提供合理的决策支持.

方案 1 的损失代价: $0.3364\times(-10)+0.2744\times(-10)+0.1452\times(-10)+0.2440\times(-100)=-31.96$.

方案 2 的损失代价: $0.3364\times(-10)+0.2744\times(-10)+0.1452\times(-60)+0.2440\times(-10)=-17.26$.

方案 3 的损失代价: $0.3364\times(-10)+0.2744\times(-30)+0.1452\times(-10)+0.2440\times(-10)=-15.49$.

方案 4 的损失代价: $0.3364\times(-20)+0.2744\times(-10)+0.1452\times(-10)+0.2440\times(-10)=-13.36$.

从上面的计算结果不难看出, 方案 4 的损失代价最小, 所以我方应该选择方案 4 进行防御部署, 即对 y, z, w 3 个地方开启导弹防御系统进行防御.

5 结论

本文提出的线性组合方法能够合理地对基本概率赋值进行决策概率转换,使转换时的态度既不乐观也不保守, 得到的转换结果更加合理有效. 该方法具有能够有效地利用已知信息, 降低决策风险等优点, 便于决策者做出合理的决策, 可以较好地应用到信息融合、故障诊断等诸多基于 D-S 证据理论的辅助决策系统中.

参考文献

[1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325–339.

[2] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. NewJersey: Princeton University Press, 1976.

[3] Leung Y, Ji N N, Ma J H. An integrated information fusion approach based on the theory of evidence and group decision-making[J]. Information Fusion, 2013, 14(4): 410–422.

[4] Luo H, Yang S L, Hu X J, et al. Agent oriented intelligent fault diagnosis system using evidence theory[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(3): 2524–2531.

[5] Li B, Pang F W. An approach of vessel collision risk assessment based on the D-S evidence theory[J]. Ocean Engineering, 2013, 74: 16–21.

[6] 贺金凤, 徐松杰. 不确定条件下的质量绩效测评方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(11): 2013–2018.
He Jinfeng, Xu Songjie. Approach of quality performance measurement and assessment under uncertainty[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(11): 2013–2018.

[7] Smets P, Kennes R. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994, 66(4): 191–234.

[8] Cuzzolin F. On the properties of the intersection probability[EB/OL]. [2013-12-01]. http://perception.inrialpes.fr/people/Cuzzolin.

[9] Cobb B R, Shenoy P P. On the plausibility transformation method for translating belief function models to probability models[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2006, 41(3): 314–330.

[10] 许培达, 韩德强, 邓勇. 一种基本概率赋值转换为概率的最优化方法 [J]. 电子学报, 2011, 39(3A): 121–125.
Xu Peida, Hang Deqiang, Deng Yong. An optimal transformation of basic probability assignment to probability[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3A): 121–125.

[11] Hu L F, He Y, Guan X, et al. A new probabilistic transformation in generalized power space[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(4): 449–460.

[12] 王万请, 赵拥军, 黄洁, 等. 基于不确定度的基本概率赋值概率转换方法 [J]. 控制与决策, 2013, 28(8): 1214–1218.
Wang Wanqing, Zhao Yongjun, Huang Jie, et al. Transformation of basic probability assignment to probability based on uncertainty degree[J]. Control and Decision, 2013, 28(8): 1214–1218.

[13] 蒋雯, 吴翠翠, 贾佳, 等. D-S 证据理论中的基本概率赋值转换概率方法研究 [J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(2): 295–299.
Jiang Wen, Wu Cuicui, Jia Jia, et al. A probabilistic transformation of basic probability assignment(BPA) in D-S evidence theory[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(2): 295–299.

[14] Sudano J J, Martin L. Yet another paradigm illustrating evidence fusion(YAPIEF)[C]// 2006 9th International Conference on Information Fusion, IEEE, 2006: 1–7.

[15] Dezert J, Smarandache F. A new probabilistic transformation of belief mass assignment[C]// 2008 11th International Conference on Information Fusion, IEEE, 2008: 1–8.

[16] Daniel M. Consistency of probabilistic transformations of belief functions[C]// Proceedings of the 10th International Conference IPMU. Perugia, 2004: 1135–1142.

[17] 吴敏金, 白治江. 关联熵及其应用 [J]. 华东师范大学学报 (自然科学版), 1998, 2: 28–35.
Wu Minjin, Bai Zhijiang. Relative entropy and its application[J]. Journal of East China Normal University (Natural Science), 1998, 2: 28–35.

[18] 邓勇, 王栋, 李齐, 等. 一种新的证据冲突分析方法 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 839–844.
Deng Yong, Wang Dong, Li Qi, et al. A new method to analyze evidence conflict[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(6): 839–844.

[19] Daniel M. Probabilistic transformations of belief functions[C]// Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty. Springer Berlin Heidelberg, 2005: 539–551.