

ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ
NÖTROSOFİK GRAFLAR ÜZERİNDE

ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ NÖTROSOFİK GRAFLAR ÜZERİNDE TOPSIS METODU VE UYGULAMALARI

Kadriye Özge KARAGÜLLE

TOPSIS METODU
VE UYGULAMALARI

Kadriye Özge
KARAGÜLLE

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Kadriye Özge Karagülle

**ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ NÖTROSOFİK GRAFLAR
ÜZERİNDE TOPSIS METODU VE UYGULAMALARI**

**TOPSIS METHOD AND APPLICATIONS ON BIPOLAR
SINGLE VALUED NEUTROSOPHIC GRAPHS**

Editor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

ÖNSÖZ

Bu kitap Prof. Dr. Memet Şahin danışmanlığında Gaziantep Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü'nde tamamlamış olduğum “ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ NÖTROSOFİK GRAFLAR ÜZERİNDE TOPSIS METODU VE UYGULAMALARI” isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

Çalışmanın hazırlanmasında destek ve yardımlarını esirgemeyen hocalarım, başta danışmanım sayın Prof. Dr. Memet Şahin' e ve sayın Dr. Abdullah Kargın'a sonsuz teşekkürler.

Yine bu süreçte her zaman manevi desteğim aileme çok teşekkürler.

Kadriye Özge Karagülle

Gaziantep, 2022

Kadriye Özge KARAGÜLLE

**ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ NÖTROSOFİK
GRAFLAR ÜZERİNDE TOPSIS METODU VE
UYGULAMALARI**

Editor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

GLOBAL KNOWLEDGE

Publishing House

Miami, Florida, United States of America

2022

Publishing:

GLOBAL KNOWLEDGE - Publishing House
848 Brickell Ave Ste 950 Miami
Florida 33131, United States
<https://egk.ccgecon.us>
info@egk.ccgecon.us

NSIA Publishing House
Neutrosophic Science International Association
<https://www.publishing-nsia.com/>

ISBN 978-1-59973-735-5

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖNSÖZ.....	ii
İÇİNDEKİLER	iv
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
BÖLÜM II: GENEL BİLGİLER	5
2.1. Bulanık Küme ve Bulanık Graf.....	5
2.2. Sezgisel Bulanık Küme ve Sezgisel Bulanık Graf.....	5
2.3. Nötrosofik Küme ve Nötrosofik Graf	6
2.4. Çift Kutuplu Tek Değerli Nötrosofik Küme ve Çift Kutuplu Tek Değerli Nötrosofik Graf	7
2.4.1. Çift Kutuplu Nötrosofik Çoklu Kümeler İle Çift Kutuplu Nötrosofik Düzlemsel Graflar ve Çok Kriterli Karar Verme İçin Başvurular	29
2.4.2. Çift Kutuplu Nötrosofik Çizgi Grafları	52
2.5. Çift Kutuplu Nötrosofik TOPSIS Metodu.....	60
2.6. Çift Kutuplu Nötrosofik Hamming Uzaklık Ölçümü.....	62
BÖLÜM III: ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ NÖTROSOFİK GRAFLAR ÜZERİNDE TOPSIS METODU VE UYGULAMALARI	63
BÖLÜM IV: KARŞILAŞTIRMA BÖLÜMÜ.....	71
BÖLÜM V: SONUÇ VE ÖNERİLER	75
KAYNAKLAR	77

TABLolar LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 2.1	<i>C</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Küme 8
Tablo 2.2	<i>D</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Bağntı 8
Tablo 2.3	<i>C</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Küme 32
Tablo 2.4	<i>D</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Çok Kenarlı Küme..... 32
Tablo 2.5	<i>C</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Küme 37
Tablo 2.6	<i>D</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Çok Kenarlı Küme..... 37
Tablo 2.7	Çift Kutuplu Nötrosifik Veri Tablosu 49
Tablo 2.8	Çift Kutuplu Nötrosifik Ortalama Değer Tablosu..... 50
Tablo 2.9	Çift Kutuplu Nötrosifik Ağırlıklı Ortalama Değer Tablosu 50
Tablo 2.10	Normalleştirilmiş Değerler Tablosu..... 50
Tablo 2.11	<i>A</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Küme..... 53
Tablo 2.12	<i>B</i> Çift Kutuplu Nötrosifik Bağntı..... 53
Tablo 3.1	Çift Kutuplu Nötrosifik Veri Tablosu 66
Tablo 3.2	Çift Kutuplu Nötrosifik Ortalama Değer Tablosu 67
Tablo 3.3	Çift Kutuplu Nötrosifik Ağırlıklı Ortalama Değer Tablosu 67
Tablo 3.4	Normalleştirilmiş Değerler Tablosu 69
Tablo 4.1	Çift Kutuplu Nötrosifik Veri Tablosu 71
Tablo 4.2	Çift Kutuplu Nötrosifik Ortalama Değer Tablosu 72
Tablo 4.3	Çift Kutuplu Nötrosifik Ağırlıklı Ortalama Değer Tablosu 72
Tablo 4.4	Normalleştirilmiş Değerler Tablosu 73
Tablo 4.5	Karşılaştırma Tablosu 74

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1	G Çift Kutuplu Nötrosifik Graf 9
Şekil 2.2	Çift Kutuplu Nötrosifik Graf 10
Şekil 2.3	G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarının Kartezyen Çarpımı ... 11
Şekil 2.4	$G_1 \cup G_2$ 12
Şekil 2.5	G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarının Bağlanması..... 13
Şekil 2.6	G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarının Çapraz Çarpımı 14
Şekil 2.7	G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarının Sıralı Çarpımı 16
Şekil 2.8	G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarının Güçlü Çarpımı 18
Şekil 2.9	G Çift Kutuplu Nötrosifik Graf 23
Şekil 2.10	Çift Kutuplu Nötrosifik Çoklu Graf 32
Şekil 2.11	Çift Kutuplu Nötrosifik Tam Çoklu Graf 33
Şekil 2.12	Çift Kutuplu Nötrosifik Düzlemsel Graf 38
Şekil 2.13	Çift Kutuplu Nötrosifik Düzlemsel Grafta Yüzler 42
Şekil 2.14	Çift Kutuplu Nötrosifik İkili Graf 44
Şekil 2.15	Çift Kutuplu Nötrosifik Graf 51
Şekil 2.16	G Çift Kutuplu Nötrosifik Graf 53
Şekil 2.17	Çift Kutuplu Nötrosifik Çizgi Grafı 54
Şekil 3.1	Çift Kutuplu Nötrosifik Graf Şeması Örneği 65
Şekil 3.2	Çift Kutuplu Nötrosifik Graf 70

SEMBOLLER LİSTESİ

$T_C^+(x)$	x köşesinin C kümesindeki pozitif doğruluk derecesi
$I_C^+(x)$	x köşesinin C kümesindeki pozitif belirsizlik derecesi
$F_C^+(x)$	x köşesinin C kümesindeki pozitif yanlışlık derecesi
$T_C^-(x)$	x köşesinin C kümesindeki negatif doğruluk derecesi
$I_C^-(x)$	x köşesinin C kümesindeki negatif belirsizlik derecesi
$F_C^-(x)$	x köşesinin C kümesindeki negatif yanlışlık derecesi
$T_D^+(yz)$	yz kenarının D kümesindeki pozitif doğruluk derecesi
$I_D^+(yz)$	yz kenarının D kümesindeki pozitif belirsizlik derecesi
$F_D^+(yz)$	yz kenarının D kümesindeki pozitif yanlışlık derecesi
$T_D^-(yz)$	yz kenarının D kümesindeki negatif doğruluk derecesi
$I_D^-(yz)$	yz kenarının D kümesindeki negatif belirsizlik derecesi
$F_D^-(yz)$	yz kenarının D kümesindeki negatif yanlışlık derecesi
$G = (C, D)$	Graf
$G_1 \cup G_2$	G_1 ve G_2 graflarının birleşimi
$G_1 \cap G_2$	G_1 ve G_2 graflarının kesişimi
$G_1 \times G_2$	G_1 ve G_2 graflarının kartezyen çarpımı
$G_1 * G_2$	G_1 ve G_2 graflarının çapraz çarpımı
$G_1 \bullet G_2$	G_1 ve G_2 graflarının sıralı çarpımı
$G_1 \boxtimes G_2$	G_1 ve G_2 graflarının güçlü çarpımı
G^c	G grafının tümleyeni
$deg(y)$	y tepe noktasının derecesi
$deg[y]$	y tepe noktasının kapalı komşuluk derecesi

BÖLÜM I

GİRİŞ

Euler (1707-1782) 1736 yılında yazdığı Königsberg'in Yedi Köprüsü isimli makalesi ile graf teori kavramının literatüre girmesini sağlamıştır. Euler, problemi çözerken somut bir olayı modelleyip soyut bir çizgeye çevirerek graf teorisinin temellerini atmıştır. Graf teori; her şeyden önce çözümü aranan bir problemi en etkin şekilde temsil edebilmeye, düzenlemeye ve çözmeye yardımcı olur. Bunun için bir problem, graf yapısına dönüştürüldükten sonra, problemin tüm amaçlarını yerine getirecek en hızlı, en kısa ve en masrafsız yolu bulmak için sistematik yöntemler aranır. Bu durumun doğal bir sonucu olarak, graf teorisi pek çok değişik uygulama alanlarına sahiptir. Fizik, kimya, matematik gibi temel bilimlerde, mühendislik uygulamalarında, tıp alanında birçok problemin çözümü ve modellenmesi graflar yardımıyla yapılmaktadır [1].

Bulanık küme teorisi başlangıçta ikili mantığın ve/veya klasik küme teorisinin bir uzantısı olması amaçlanan teorilerden biridir [2]. Bulanık küme, farklı üyelik derecelerine sahip elemanları olan bir kümedir. Bulanık küme, elemanlarının her birine 0 ile 1 arasında üyelik değeri atayabilen bir üyelik fonksiyonu ile temsil edilebilir. Bulanık küme tanımı, bulanık kümelerle ilgili ilk çalışmaları yapan Zadeh [3] tarafından 1965 yılında tanımlanmıştır.

Bulanık küme teorisi bir A evrensel kümesinin elemanlarının $[0,1]$ aralığına götüren bir üyelik fonksiyonu yardımıyla inşa edilmiştir. Bu teoriye üyelik fonksiyonunun yanında A evrensel kümesinin elemanlarının $[0,1]$ aralığına götüren bir üyelik olmama fonksiyonu ilave edilerek bulanık kümelerin daha geneli olarak 1986 da Atanassov [4] tarafından sezgisel bulanık küme teorisi inşa edilmiştir. Sezgisel bulanık küme teorisinde üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun A evrensel kümesinin her elemanı için aldığı değerler toplamı her zaman $[0,1]$ aralığında kalmaktadır.

Nötrosifik küme, 1995 yılında Smarandache [5] tarafından tanıtılmıştır. Nötrosifik

kümede, belirsizlik açıkça nicelenir ve doğruluk-üyelik, belirsizlik-üyelik ve yanlışlık-üyelik dereceleri bağımsızdır. Smarandache nütrosifik kümeyi üç bileşen üzerinde T doğruluk üyelik derecesi, I belirsizlik üyelik derecesi ve F yanlışlık üyelik derecesi olarak tanımlanmıştır. Nütrosifik küme; klasik küme, bulanık küme [3], aralık değerli bulanık küme [6], sezgisel bulanık küme [4] vb. kavramlarını daha da genelleştiren bir yapıdır. Bununla birlikte pratik bakış açısıyla Wang ve ark. [7], gerçek üyelik derecesi, belirsizlik üyelik derecesi ve üye olmama derecesinin $[0,1]$ ' e ait olduğu tek değerli nütrosifik kümeleri tanımlamıştır.

Graflarda, köşeler ve kenarlar veya her ikisi ile ilgili belirsizlik söz konusu olduğunda model bulanık bir graf haline gelmektedir. Bulanık graflar ve sezgisel bulanık graflar [8,9,10] üzerine birçok çalışma yapılmış ve hepsinde de köşe kümeleri ve kenar kümeleri bulanık veya sezgisel bulanık kümeler olarak ele alınmıştır. Ancak, problemlerdeki düğümler (veya köşeler) arasındaki ilişkiler belirsiz olduğunda, bulanık graflar ve sezgisel bulanık graflar başarısız kalmıştır. Bu amaçla, Smarandache ve ark. [11, 12] nütrosifik grafları tanımlamıştır. Nütrosifik graf (t, i, f) bileşenlerine dayanmaktadır.

Euler'in graf kavramını ortaya koymasından sonra Rosenfeld [13] bulanık graf teoriiyi graf teorisinin bir genellemesi olarak ortaya koymuştur. Bhattacharya [8] bulanık grafların bazı özelliklerini vermiştir. Mordeson ve Peng [14] bulanık graflar üzerinde bazı işlemler tanımlamışlardır. Atanassov ve Shannon [15] sezgisel bulanık graflar kavramını tanıtmıştır. Parvathi ve Karunambigai [16] sezgisel bulanık grafların özel durumlarını tanımlamışlardır. Belirsizlik ve belirsizlikle başa çıkmak için, sırasıyla Zadeh [3] ve Atanassov [4] tarafından bulanık kümeler ve sezgisel bulanık kümeler kavramı orijinal makalelerinde tanıtılmıştır. Daha sonra Smarandache [5], bulanık küme teorisi ve sezgisel bulanık kümelerin genelleştirilmesi olan nütrosifik küme kavramını açıklamıştır. Bu küme modelleri birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bosc ve Pivert [17], "Bipolarite, insan zihninin olumlu ve olumsuz etkiler temelinde akıl yürütme ve karar verme eğilimini ifade eder. Olumlu bilgi mümkün, tatmin edici, izin verilen, arzu edilen veya kabul edilebilir olarak kabul edilendir" demişlerdir. Lee [18,19], bulanık kümelerin bir genellemesi olan çift kutuplu bulanık küme kavramını ortaya atmıştır. Çift kutuplu bulanık modeller de birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bosc ve Pivert [17], her bir demetin bir çift memnuniyet derecesi ile ilişkilendirildiği çift kutuplu bulanık ilişkiler adı verilen

bir çalışma yapmıştır. Deli, Ali ve Smarandache [20] çift kutuplu tek değerli nütrosifik kümeleri tanımlamıştır. Çift kutuplu nütrosifik kümeler; bulanık kümeler, çift kutuplu bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler ve nütrosifik kümelerin bir uzantısıdır. A çift kutuplu nütrosifik kümesinde $x \in X$ için pozitif üyelik derecesi $T^+(x), I^+(x), F^+(x)$; bir elemanın pozitif doğruluk üyeliğini, pozitif belirsizlik üyeliğini ve pozitif yanlışlık üyeliğini belirtirken A çift kutuplu nütrosifik kümesinde $x \in X$ için negatif üyelik derecesi $T^-(x), I^-(x), F^-(x)$; bir elemanın negatif doğruluk üyeliğine, negatif belirsizlik üyeliğine ve negatif yanlışlık üyeliğine karşılık gelen örtük karşı özelliğidir. Graf problemlerdeki düğümler (veya köşeler) arasındaki ilişkiler belirsiz olduğunda, bulanık graflar [8], sezgisel bulanık graflar [8, 16], çift kutuplu bulanık graflar [8, 21, 22], çift kutuplu sezgisel bulanık graflar [23] yetersiz kalmaktadır. Daha sonra Broumi ve ark. [24] bir nütrosifik graf modeli olan tek değerli nütrosifik grafları tanıtmıştır. Tek değerli nütrosifik graf, bulanık grafın ve sezgisel bulanık grafın genelleştirilmiş halidir. Yine, Broumi ve ark. [25], tek değerli nütrosifik grafta bir tepe noktasının komşuluk derecesini ve bir tepenin kapalı komşuluk derecesini; bulanık graf ve sezgisel bulanık grafın bir genellemesi olarak tanıttılar. Deli ve ark. [20], çift kutuplu tek değerli nütrosifik graf kavramını tanıttılar. Akram ve Sarwar [26] çift kutuplu nütrosifik graflar için çok kriterli karar verme uygulamalarını geliştirmişlerdir.

Hwang ve Yoon [27] tarafından (1981) geliştirilen çok kriterli bir karar verme sistemi olan TOPSIS yönteminin temeli, pozitif ideal çözüme en yakın mesafede olan ve negatif ideal çözüme en uzak mesafede olan en uygun alternatifi seçmeye dayanır. İnşaat, gıda, teknoloji gibi alanlarda firmaların finansal sıralarının belirlenmesinde ve çok kriterli karar verme probleminin çözümünde TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) yönteminden yararlanılır. Nütrosifik TOPSIS yöntemi Jun Ye [28] tarafından geliştirilmiştir. Klasik TOPSIS, daha açık teknikler kullanır, ancak bu tekniklerin kesinliği ve belirsizliği nedeniyle, nütrosifik TOPSIS daha kullanışlıdır [29]. Çift kutuplu nütrosifik TOPSIS yöntemini Akram ve ark. [30] tarafından geliştirilmiştir. Çift kutuplu nütrosifik TOPSIS, daha kolay adımlara sahip olması nedeniyle daha etkili bir yöntemdir. Yakın zamanda Alghamdi ve ark. [31] çift kutuplu bulanık kümede çok kriterli karar verme yöntemlerini çalışmışlar ve Dey ve ark. [32] çift kutuplu nütrosifik kümelerde karar verme problemini çözmek için TOPSIS yöntemini kullandılar.

Bu tezin ikinci bölümünde, bulanık kümeler [3], bulanık graflar [13], sezgisel bulanık kümeler [4], sezgisel bulanık graflar [15], nütrososfik kümeler [5], nütrososfik graflar [12], çift kutuplu nütrososfik kümeler [20], çift kutuplu nütrososfik grafların [33] temel tanımları ve teoremleri ile çift kutuplu nütrososfik TOPSIS metodu [30], çift kutuplu nütrososfik Hamming uzaklık ölçümünün [34] temel tanımları verildi. Çift kutuplu nütrososfik grafların alt başlıkları incelenip örnekler verildi ve graf şemaları çizilmiştir. Üçüncü bölümde çift kutuplu tek değerli nütrososfik graflar üzerinde ilk defa çift kutuplu tek değerli nütrososfik TOPSIS metodu uygulandı. Bu bölümde verilen uygulamada çift kutuplu nütrososfik TOPSIS metodundan, yeni bir ortalama değer operatöründen (genelleştirilmiş) ve çift kutuplu nütrososfik Hamming uzaklık ölçümünden yararlanıldı. Dördüncü bölüm karşılaştırma bölümüdür. Üçüncü bölümde verdiğimiz uygulamada çıkan sonuç ile dördüncü bölümde çift kutuplu nütrososfik graflarda çok kriterli karar verme yöntemi ile çözülen uygulamanın sonuçları karşılaştırıldı. Beşinci bölümde ise bu tezden elde edilen sonuçlara yer verildi.

BÖLÜM II

GENEL BİLGİLER

2.1 Bulanık Küme ve Bulanık Graf

Tanım 2.1.1[3] X boştan farklı bir küme olsun. $\forall x \in X$ için $0 \leq \mu_K(x) \leq 1$ olmak üzere $\mu_K: X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme;

$K = \{\langle x, \mu_K(x) \rangle: x \in X\}$ kümesi ile verilir. Burada $\mu_K(x)$, $x \in X$ in K kümesine ait olma derecesidir. X kümesi, \emptyset küme ve K kümesi sırasıyla;

$X = \{\langle x, 1 \rangle: x \in X\}$, $\emptyset = \{\langle x, 0 \rangle: x \in X\}$ ve $K = \{\langle x, \mu_K(x) \rangle: x \in X\}$ şeklinde ifade edilir.

Tanım 2.1.2[13] X boştan farklı bir küme, $\mu_k: X \rightarrow [0,1]$ ve $v_k: X \times X \rightarrow [0,1]$ birer fonksiyon olsun. Eğer her $x, y \in X$ için $v_k(x, y) \leq \min\{\mu_k(x), \mu_k(y)\}$ ise $G = (\mu_k, v_k)$ ikilisine X üzerinde bir bulanık graf denir. Burada μ_k ve v_k sırasıyla bulanık grafın bulanık köşelerini ve bulanık kenarlarını ifade eder.

2.2 Sezgisel Bulanık Küme ve Sezgisel Bulanık Graf

Tanım 2.2.1[4] X boştan farklı sonlu bir küme olsun. $\forall x \in X$ için $0 \leq \mu_L(x) + \vartheta_L(x) \leq 1$ olmak üzere $\mu_L: X \rightarrow [0,1]$ ve $\vartheta_L: X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme; $L = \{\langle x, \mu_L(x), \vartheta_L(x) \rangle: x \in X\}$ kümesi ile verilir. Burada $\mu_L(x)$, $x \in X$ in L kümesine ait olma derecesi ve $\vartheta_L(x)$, $x \in X$ in L kümesine ait olmama derecesidir. $L = \{\langle x, \mu_L(x), \vartheta_L(x) \rangle: x \in X\}$ kümesi bir sezgisel bulanık küme olmak üzere $\forall x \in X$ için $\pi_L(x)$ belirsizlik (kararsızlık) derecesi $\pi_L(x) = 1 - \mu_L(x) - \vartheta_L(x)$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.2[15] $G = (V, E)$ bir sezgisel bulanık graf olsun. $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ için $\mu_1: V \rightarrow [0,1]$ ve $\vartheta_1: V \rightarrow [0,1]$ $v_i \in V$ ögesinin sırasıyla üyelik ve üye olmama derecesini gösterir. Her $v_i \in V$ için ($i = 1, 2, \dots, n$) $0 \leq \mu_1(v_i) + \vartheta_1(v_i) \leq 1$ olur. $E \subset V \times V$ öyle ki $\mu_2: V \times V \rightarrow [0,1]$ ve $\vartheta_2: V \times V \rightarrow [0,1]$ için

$\mu_2(v_i, v_j) \leq \min[\mu_1(v_i), \mu_1(v_j)]$ ve $\vartheta_2(v_i, v_j) \leq \max[\vartheta_1(v_i), \vartheta_1(v_j)]$ her $v_i, v_j \in E$ için $0 \leq \mu_2(v_i, v_j) + \vartheta_2(v_i, v_j) \leq 1$ olur. Burada $(v_i, \mu_{1i}, \vartheta_{1i})$, v_i köşesinin üyelik derecesini ve üye olmama derecesini gösterir. $(e_{ij}, \mu_{2ij}, \vartheta_{2ij})$, V üzerinde $e_{ij} = (v_i, v_j)$ kenar bağıntısının üyelik derecesini ve üyelik olmama derecesini gösterir.

2.3 Nötrosofik Küme ve Nötrosofik Graf

Tanım 2.3.1[5] X boştan farklı bir küme olsun. $\forall x \in X$ için

$$-0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3^+$$

olmak üzere $T_A: X \rightarrow]-0, 1^+[$, $I_A: X \rightarrow]-0, 1^+[$ ve $F_A: X \rightarrow]-0, 1^+[$ fonksiyonları ile X üzerinde bir A nötrosofik küme; $A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X\}$ ile tanımlanır. Burada $T_A(x)$, $x \in X$ in A kümesindeki doğruluk derecesi, $I_A(x)$, $x \in X$ in A kümesindeki belirsizlik derecesi, $F_A(x)$, $x \in X$ in A kümesindeki yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.3.2[12] $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ve $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ olmak üzere $G^* = (V, E)$ bir graf olsun. $G_N = (G^*, A_N, B_N)$ üçlüsü aşağıdaki koşulları gerçeklerse G_N ye $G^* = (V, E)$ üzerinde nötrosofik graf denir.

i. A_N, V üzerinde bir nötrosofik küme olup olsun. $T_{A_N}: V \rightarrow [0,1]$, $I_{A_N}: V \rightarrow [0,1]$ ve $F_{A_N}: V \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları $v_i \in V$ elemanlarının A_N nötrosofik kümesinde sırasıyla doğruluk üye olma, belirsiz üye olma ve üye olmama fonksiyonlarını ifade eder ve her $v_i \in V$ ($i = 1, 2, \dots, n$) için $0 \leq T_{A_N}(v_i) + I_{A_N}(v_i) + F_{A_N}(v_i) \leq 3$ eşitsizliği sağlanır.

ii. B_N, E üzerinde bir nötrosofik küme olsun. $T_{B_N}: E \rightarrow [0,1]$, $I_{B_N}: E \rightarrow [0,1]$ ve $F_{B_N}: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları $v_i v_j \in E$ elemanlarının B_N nötrosofik kümesine sırasıyla doğruluk üye olma, belirsiz üye olma ve üye olmama fonksiyonlarını ifade eder ve her $v_i v_j \in E$ için $-0 \leq T_{B_N}(v_i v_j) + I_{B_N}(v_i v_j) + F_{B_N}(v_i v_j) \leq 3^+$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) için eşitsizliği sağlanır.

iii. $v_i v_j \in E$ için G_N nötrosofik grafının köşe kümesinin ve kenar kümesinin elemanları arasında aşağıdaki eşitsizlikler sağlanır.

$$T_{B_N}(v_i v_j) \leq \min\{T_{A_N}(v_i), T_{A_N}(v_j)\}$$

$$I_{B_N}(v_i v_j) \geq \max\{I_{A_N}(v_i), I_{A_N}(v_j)\}$$

$$F_{B_N}(v_i v_j) \geq \max\{F_{A_N}(v_i), F_{A_N}(v_j)\}$$

2.4 Çift Kutuplu Tek Değerli Nötrosofik Küme ve Çift Kutuplu Tek Değerli Nötrosofik Graf

Tanım 2.4.1[20] Boş olmayan bir X kümesi üzerindeki bir C çift kutuplu tek değerli nötrosofik küme, aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$C = \{(y, T_c^+(y), I_c^+(y), F_c^+(y), T_c^-(y), I_c^-(y), F_c^-(y)) : y \in X\}$$

Burada, $T_c^+, I_c^+, F_c^+ : X \rightarrow [0,1]$ ve $T_c^-, I_c^-, F_c^- : X \rightarrow [-1,0]$ fonksiyonlardır. Pozitif değerler $T_c^+(y), I_c^+(y), F_c^+(y)$ sırasıyla çift kutuplu nötrosofik kümesine karşılık gelen $y \in X$ öğesinin doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik derecelerini gösterir. Negatif değerler $T_c^-(y), I_c^-(y), F_c^-(y)$ ise çift kutuplu nötrosofik kümesine karşılık gelen $y \in X$ için sırasıyla doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik derecesinin örtük karşı özelliğini gösterir.

Tanım 2.4.2[33] Boş olmayan bir X kümesi üzerinde bir D çift kutuplu tek değerli nötrosofik bağıntı, $X \times X$ in çift kutuplu bir nötrosofik alt kümesi olsun.

$$D = \{(yz, T_D^+(yz), I_D^+(yz), F_D^+(yz), T_D^-(yz), I_D^-(yz), F_D^-(yz)) : yz \in X \times X\}$$

Burada $T_D^+, I_D^+, F_D^+ : X \times X \rightarrow [0,1]$ ve $T_D^-, I_D^-, F_D^- : X \times X \rightarrow [-1,0]$ şeklindedir.

Tanım 2.4.3[33] $G = (C, D)$ çifti boş olmayan bir X kümesi üzerinde bir çift kutuplu tek değerli nötrosofik graf olsun. Burada

$$C = \{(x, T_c^+(x), I_c^+(x), F_c^+(x), T_c^-(x), I_c^-(x), F_c^-(x)) : x \in X\}$$

X üzerinde çift kutuplu tek değerli bir nötrosofik küme yani G grafına ait köşe kümesi,

$$D = \{(yz, T_D^+(yz), I_D^+(yz), F_D^+(yz), T_D^-(yz), I_D^-(yz), F_D^-(yz)) : yz \in X \times X\}$$

X üzerinde çift kutuplu tek değerli bir nötrosofik bağıntı yani G grafına ait kenar kümesi olsun. Burada $x, y, z \in G = (C, D)$ grafının C kümesine ait köşeleri; $yz, xz, xy \in G = (C, D)$ grafının D kümesine ait kenarları temsil eder. Aralarındaki bağıntı aşağıdaki eşitsizlikler ile sağlanır.

$$T_D^+(yz) \leq T_c^+(y) \wedge T_c^+(z)$$

$$T_D^-(yz) \geq T_c^-(y) \vee T_c^-(z)$$

$$I_D^+(yz) \leq I_c^+(y) \wedge I_c^+(z)$$

$$I_D^-(yz) \geq I_c^-(y) \vee I_c^-(z)$$

$$F_D^+(yz) \leq F_c^+(y) \vee F_c^+(z)$$

$$F_D^-(yz) \geq F_c^-(y) \wedge F_c^-(z)$$

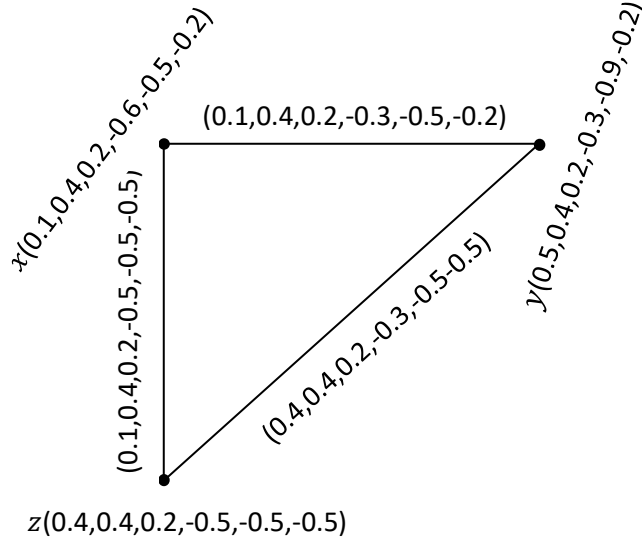
Örnek 2.4.4 $G = (C, D)$ çifti boş olmayan bir X kümesi üzerinde bir çift kutuplu nütrosifik graf ve $X = \{x, y, z\}$ olsun. Tablo 2.1 de verilen C kümesi X üzerinde çift kutuplu tek değerli bir nütrosifik küme ve Tablo 2.2 de verilen D kümesi çift kutuplu tek değerli nütrosifik bağıntı olsun. Rutin hesaplamalar ile $G = (C, D)$ grafının çift kutuplu nütrosifik graf olduğu görülmektedir. G çift kutuplu nütrosifik grafi, Şekil 2.1 de gösterilmektedir.

Tablo 2.1 C Çift Kutuplu Nütrosifik Küme

C	x	y	z
T_c^+	0.1	0.5	0.4
I_c^+	0.4	0.4	0.4
F_c^+	0.2	0.2	0.2
T_c^-	-0.6	-0.3	-0.5
I_c^-	-0.5	-0.9	-0.5
F_c^-	-0.2	-0.2	-0.5

Tablo 2.2 D Çift Kutuplu Nütrosifik Bağıntı

D	xy	yz	xz
T_D^+	0.1	0.4	0.1
I_D^+	0.4	0.4	0.4
F_D^+	0.2	0.2	0.2
T_D^-	-0.3	-0.3	-0.5
I_D^-	-0.5	-0.5	-0.5
F_D^-	-0.2	-0.5	-0.5



Şekil 2.1 G Çift Kutuplu Nötrosifik Graf

Tanım 2.4.5[33] $G = (C, D)$ bir çift kutuplu nötrosifik graf olsun. Eğer tüm $yz \in E$ için E , kenarların kümesi aşağıdaki koşulları sağlar ise bir güçlü çift kutuplu nötrosifik graf olarak adlandırılır.

$$T_D^+(yz) = T_C^+(y) \wedge T_C^+(z) \quad I_D^+(yz) = I_C^+(y) \wedge I_C^+(z) \quad F_D^+(yz) = F_C^+(y) \vee F_C^+(z)$$

$$T_D^-(yz) = T_C^-(y) \vee T_C^-(z) \quad I_D^-(yz) = I_C^-(y) \vee I_C^-(z) \quad F_D^-(yz) = F_C^-(y) \wedge F_C^-(z)$$

Tanım 2.4.6[33] G_1 ve G_2 çift kutuplu nötrosifik graflarının kartezyen çarpımı tüm $y \in X_1 \times X_2$ için $G_1 \times G_2 = (C_1 \times C_2, D_1 \times D_2)$ ile gösterilir ve

$$T_{C_1 \times C_2}^+(y) = T_{C_1}^+(y) \wedge T_{C_2}^+(y) \quad T_{C_1 \times C_2}^-(y) = T_{C_1}^-(y) \vee T_{C_2}^-(y)$$

$$I_{C_1 \times C_2}^+(y) = I_{C_1}^+(y) \wedge I_{C_2}^+(y) \quad I_{C_1 \times C_2}^-(y) = I_{C_1}^-(y) \vee I_{C_2}^-(y)$$

$$F_{C_1 \times C_2}^+(y) = F_{C_1}^+(y) \vee F_{C_2}^+(y) \quad F_{C_1 \times C_2}^-(y) = F_{C_1}^-(y) \wedge F_{C_2}^-(y)$$

olarak tanımlanır. $G_1 \times G_2$ 'deki kenarların üyelik değerleri şu şekilde hesaplanır.

$$i. T_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = T_{C_1}^+(y_1) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$T_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = T_{C_1}^-(y_1) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 \in X_1, y_2 z_2 \in E_2$$

$$ii. T_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, y_2)) = T_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge T_{C_2}^+(y_2),$$

$$T_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, y_2)) = T_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee T_{C_2}^-(y_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 \in X_2$$

$$iii. I_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = I_{C_1}^+(y_1) \wedge I_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$I_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = I_{C_1}^-(y_1) \vee I_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 \in X_1, y_2 z_2 \in E_2$$

$$iv. I_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, y_2)) = I_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge I_{C_2}^+(y_2),$$

$$I_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, y_2)) = I_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee I_{C_2}^-(y_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 \in X_2$$

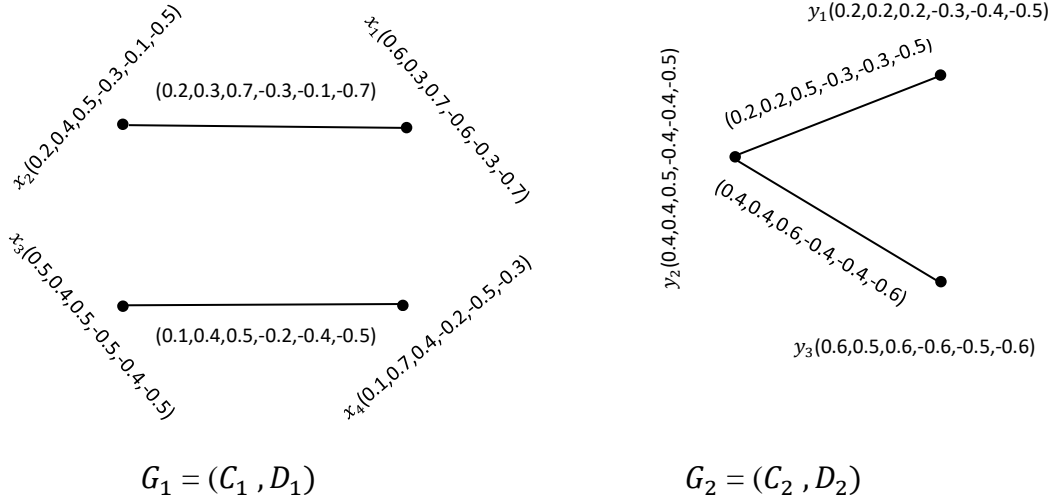
$$v. F_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = F_{C_1}^+(y_1) \vee F_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$F_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = F_{C_1}^-(y_1) \wedge F_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 \in X_1, y_2 z_2 \in E_2$$

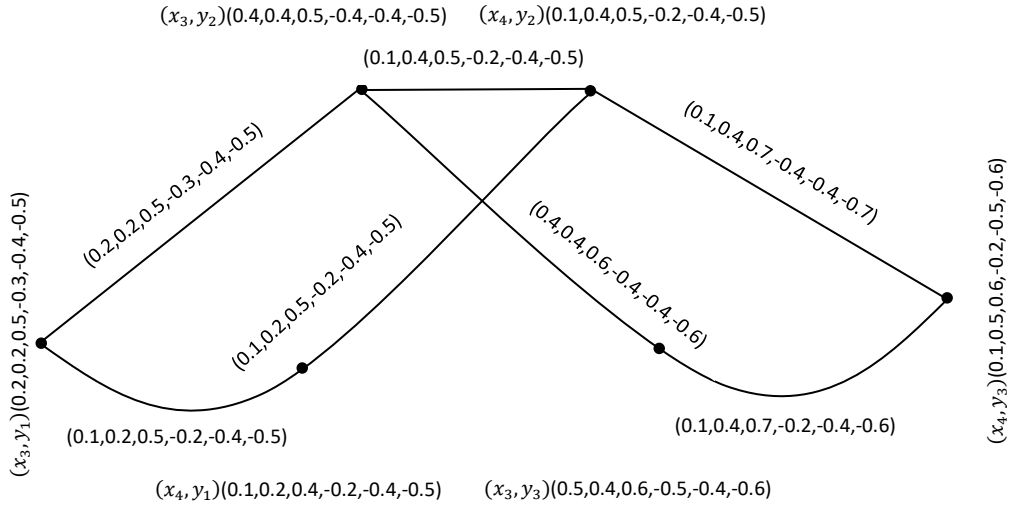
$$vi. F_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, y_2)) = F_{D_1}^+(y_1 z_1) \vee F_{C_2}^+(y_2),$$

$$F_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, y_2)) = F_{D_1}^-(y_1 z_1) \wedge F_{C_2}^-(y_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 \in X_2$$

Örnek 2.4.7 $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ Şekil 2.2 de gösterildiği gibi çift kutuplu nütrosöfik graflar olsun. G_1 ve G_2 nin kartezyen çarpımı Şekil 2.3 te gösterilmektedir.



Şekil 2.2 Çift Kutuplu Nütrosöfik Graf



Şekil 2.3 G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarının Kartezyen Çarpımı

Önerme 2.4.8[33] Çift Kutuplu nötrosifik grafların kartezyen çarpımı yine çift kutuplu nötrosifik graflardır.

Tanım 2.4.9[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ sırasıyla $G_1^* = (X_1, E_1)$ ve $G_2^* = (X_2, E_2)$ nin iki çift kutuplu nötrosifik grafi olsun. $G_1 \subset G_1^*$ ve $G_2 \subset G_2^*$ olsun. Burada C_1 ve C_2 , X_1 ve X_2 üzerindeki çift kutuplu nötrosifik kümelerdir ve D_1 ve D_2 sırasıyla E_1 ve E_2 deki çift kutuplu nötrosifik bağıntılardır. G_1 ve G_2 çift kutuplu nötrosifik graflarının birleşimi $G_1 \cup G_2 = (C_1 \cup C_2, D_1 \cup D_2)$ ile gösterilir. Burada X_1 ve X_2 , G_1 ve G_2 graflarının köşelerinin kümesi; E_1 ve E_2 ise G_1 ve G_2 graflarının kenarlarının kümesidir. Burada,

i. Eğer $x \in X_1, x \notin X_2$ ise $(C_1 \cup C_2)(x) = C_1(x)$

ii. Eğer $x \in X_2, x \notin X_1$ ise $(C_1 \cup C_2)(x) = C_2(x)$

iii. Eğer $x \in X_1 \cap X_2$ ise

$$(C_1 \cup C_2)(x) = (T_{C_1}^+(x) \vee T_{C_2}^+(x), \frac{I_{C_1}^+(x) + I_{C_2}^+(x)}{2}, F_{C_1}^+(x) \wedge F_{C_2}^+(x)),$$

$$T_{C_1}^-(x) \wedge T_{C_2}^-(x), \frac{I_{C_1}^-(x) + I_{C_2}^-(x)}{2}, F_{C_1}^-(x) \vee F_{C_2}^-(x)),$$

i. Eğer $xy \in E_1, xy \notin E_2$, sonra $(D_1 \cup D_2)(xy) = D_1(xy)$

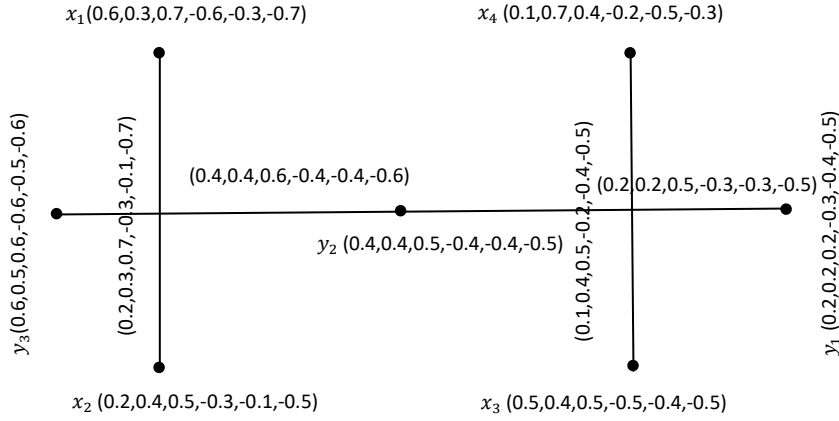
ii. Eğer $xy \in E_2, xy \notin E_1$, sonra $(D_1 \cup D_2)(xy) = D_2(xy)$

iii. Eğer $xy \in E_1 \cap E_2$, sonra

$$(D_1 \cup D_2)(xy) = (T_{D_1}^+(xy) \vee T_{D_2}^+(xy), \frac{I_{D_1}^+(xy) + I_{D_2}^+(xy)}{2}, F_{D_1}^+(xy) \wedge F_{D_2}^+(xy)),$$

$$T_{D_1}^-(xy) \wedge T_{D_2}^-(xy), \frac{I_{D_1}^-(xy) + I_{D_2}^-(xy)}{2}, F_{D_1}^-(xy) \vee F_{D_2}^-(xy)),$$

Örnek 2.4.10 $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ Şekil 2.2 de gösterildiği gibi çift kutuplu nütrosifik graflar olsun. $G_1 \cup G_2$, Şekil 2.4 te gösterilmektedir.



Şekil 2.4 $G_1 \cup G_2$

Önerme 2.4.11[33] Çift kutuplu nütrosifik grafların birleşimi yine çift kutuplu nütrosifik graflardır.

Tanım 2.4.12[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ sırasıyla $G_1^* = (X_1, E_1)$ ve $G_2^* = (X_2, E_2)$ nin iki çift kutuplu nütrosifik grafi olsun. $G_1 \subset G_1^*$ ve $G_2 \subset G_2^*$ olsun. G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflarının kesişimi $G_1 \cap G_2 = (C_1 \cap C_2, D_1 \cap D_2)$ ile gösterilir. $G_1 \cap G_2$ grafinin köşe kümesinin üyelik değerleri için tüm $y \in X_1 \cap X_2$ olacak şekilde ve kenar kümesinin üyelik değerleri için tüm $yz \in E_1 \cap E_2$ olacak şekilde tanımlanır.

$$(C_1 \cap C_2)(x) = (T_{C_1}^+(y) \wedge T_{C_2}^+(y), \frac{I_{C_1}^+(y) + I_{C_2}^+(y)}{2}, F_{C_1}^+(y) \vee F_{C_2}^+(y)),$$

$$T_{C_1}^-(y) \vee T_{C_2}^-(y), \frac{I_{C_1}^-(y) + I_{C_2}^-(y)}{2}, F_{C_1}^-(y) \wedge F_{C_2}^-(y))$$

$$(D_1 \cap D_2)(yz) = (T_{D_1}^+(yz) \wedge T_{D_2}^+(yz), \frac{I_{D_1}^+(yz) + I_{D_2}^+(yz)}{2}, F_{D_1}^+(yz) \vee F_{D_2}^+(yz)),$$

$$T_{D_1}^-(yz) \vee T_{D_2}^-(yz), \frac{I_{D_1}^-(yz) + I_{D_2}^-(yz)}{2}, F_{D_1}^-(yz) \wedge F_{D_2}^-(yz)),$$

Tanım 2.4.13[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ çift kutuplu nütrosofik graflarının bağlanması (join) $G_1 + G_2 = (C_1 + C_2, D_1 + D_2)$ ile tanımlanır. Tüm $x \in X_1 \cup X_2$ için $C_1 + C_2 = C_1 \cup C_2$ ve $G_1 + G_2$ grafinin köşelerinin üyelik değerleri olarak tanımlanır.

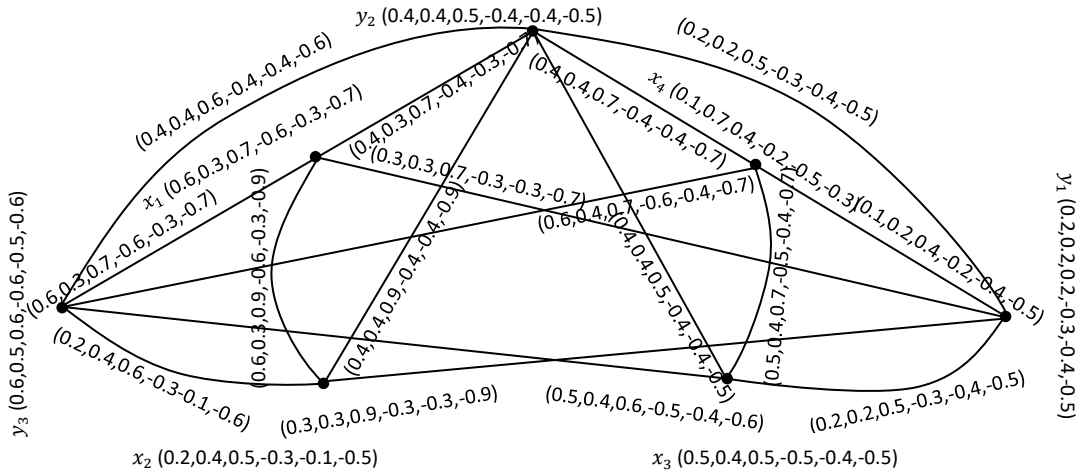
i. $D_1 + D_2 = D_1 \cup D_2$, için $xy \in E_1 \cup E_2$,

ii. E' G_1 ve G_2 nin köşelerini birleştiren tüm kenarların kümesi olsun. Tüm $x \in X_1$ ve $y \in X_2$ için $xy \in E'$ olur.

$$(D_1 + D_2)(xy) = (T_{D_1}^+(xy) \wedge T_{D_2}^+(xy), I_{D_1}^+(xy) \wedge I_{D_2}^+(xy), F_{D_1}^+(xy) \vee F_{D_2}^+(xy),$$

$$T_{D_1}^-(xy) \vee T_{D_2}^-(xy), I_{D_1}^-(xy) \vee I_{D_2}^-(xy), F_{D_1}^-(xy) \wedge F_{D_2}^-(xy)),$$

Örnek 2.4.14 $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ Şekil 2.2 de gösterildiği gibi çift kutuplu nütrosofik graflar olsun. G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosofik graflarının bağlanması, Şekil 2.5 te temsil edildi.



Şekil 2.5 G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nütrosofik Graflarının Bağlanması

Önerme 2.4.15[33] Çift kutuplu nütrosofik grafların bağlanması yine çift kutuplu nütrosofik graflardır.

Tanım 2.4.16[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ çift kutuplu nütrosofik graflarının çapraz çarpımı, $G_1 * G_2 = (C_1 * C_2, D_1 * D_2)$ ile gösterilir. Burada her $y \in X_1 \times X_2$ için

$$T_{C_1 * C_2}^+(y) = T_{C_1}^+(y) \wedge T_{C_2}^+(y)$$

$$T_{C_1 * C_2}^-(y) = T_{C_1}^-(y) \vee T_{C_2}^-(y)$$

$$I_{C_1 * C_2}^+(y) = I_{C_1}^+(y) \wedge I_{C_2}^+(y) \quad I_{C_1 * C_2}^-(y) = I_{C_1}^-(y) \vee I_{C_2}^-(y)$$

$$F_{C_1 * C_2}^+(y) = F_{C_1}^+(y) \vee F_{C_2}^+(y) \quad F_{C_1 * C_2}^-(y) = F_{C_1}^-(y) \wedge F_{C_2}^-(y)$$

$$i. T_{D_1 * D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = T_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$T_{D_1 * D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = T_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

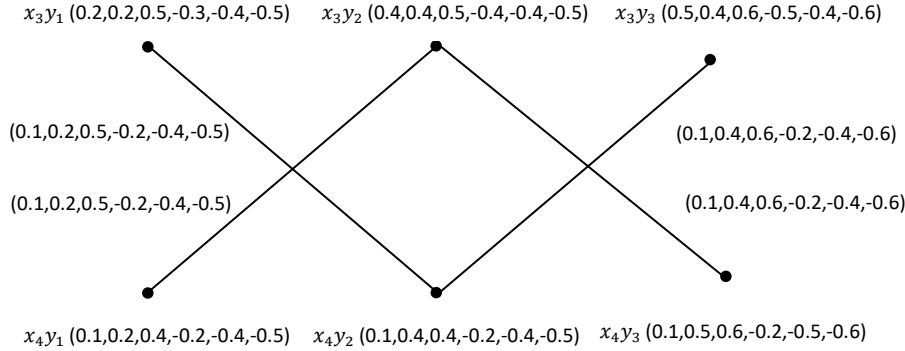
$$ii. I_{D_1 * D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = I_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge I_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$I_{D_1 * D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = I_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee I_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

$$iii. F_{D_1 * D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = F_{D_1}^+(y_1 z_1) \vee F_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$F_{D_1 * D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = F_{D_1}^-(y_1 z_1) \wedge F_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

Örnek 2.4.17 $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ Şekil 2.2 de gösterildiği gibi çift kutuplu nütrosifik graflar olsun. G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflarının çapraz çarpımı Şekil 2.6 da gösterilmiştir.



Şekil 2.6 G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nütrosifik Graflarının Çapraz Çarpımı

Önerme 2.4.18[33] Çift kutuplu nütrosifik grafların çapraz çarpımı yine çift kutuplu nütrosifik graflardır.

Tanım 2.4.19[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ çift kutuplu nütrosifik graflarının sıralı çarpımı (lexicographic product) $G_1 \bullet G_2 = (C_1 \bullet C_2, D_1 \bullet D_2)$ ile gösterilir. Burada her $y \in X_1 \times X_2$ için

$$T_{C_1 \bullet C_2}^+(y) = T_{C_1}^+(y) \wedge T_{C_2}^+(y) \quad T_{C_1 \bullet C_2}^-(y) = T_{C_1}^-(y) \vee T_{C_2}^-(y)$$

$$I_{C_1 \bullet C_2}^+(y) = I_{C_1}^+(y) \wedge I_{C_2}^+(y) \quad I_{C_1 \bullet C_2}^-(y) = I_{C_1}^-(y) \vee I_{C_2}^-(y)$$

$$F_{C_1 \bullet C_2}^+(y) = F_{C_1}^+(y) \vee F_{C_2}^+(y) \quad F_{C_1 \bullet C_2}^-(y) = F_{C_1}^-(y) \wedge F_{C_2}^-(y)$$

$$i. T_{D_1 \bullet D_2}^+((y, y_2)(y, z_2)) = T_{C_1}^+(y) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$T_{D_1 \bullet D_2}^-((y, y_2)(y, z_2)) = T_{C_1}^-(y) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y \in X_1, y_2 z_2 \in E_2,$$

$$ii. I_{D_1 \bullet D_2}^+((y, y_2)(y, z_2)) = I_{C_1}^+(y) \wedge I_{D_2}^+(y_2 z_2)$$

$$I_{D_1 \bullet D_2}^-((y, y_2)(y, z_2)) = I_{C_1}^-(y) \vee I_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y \in X_1, y_2 z_2 \in E_2$$

$$iii. F_{D_1 \bullet D_2}^+((y, y_2)(y, z_2)) = F_{C_1}^+(y) \vee F_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$F_{D_1 \bullet D_2}^-((y, y_2)(y, z_2)) = F_{C_1}^-(y) \wedge F_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y \in X_1, y_2 z_2 \in E_2,$$

$$iv. T_{D_1 \bullet D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = T_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$T_{D_1 \bullet D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = T_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

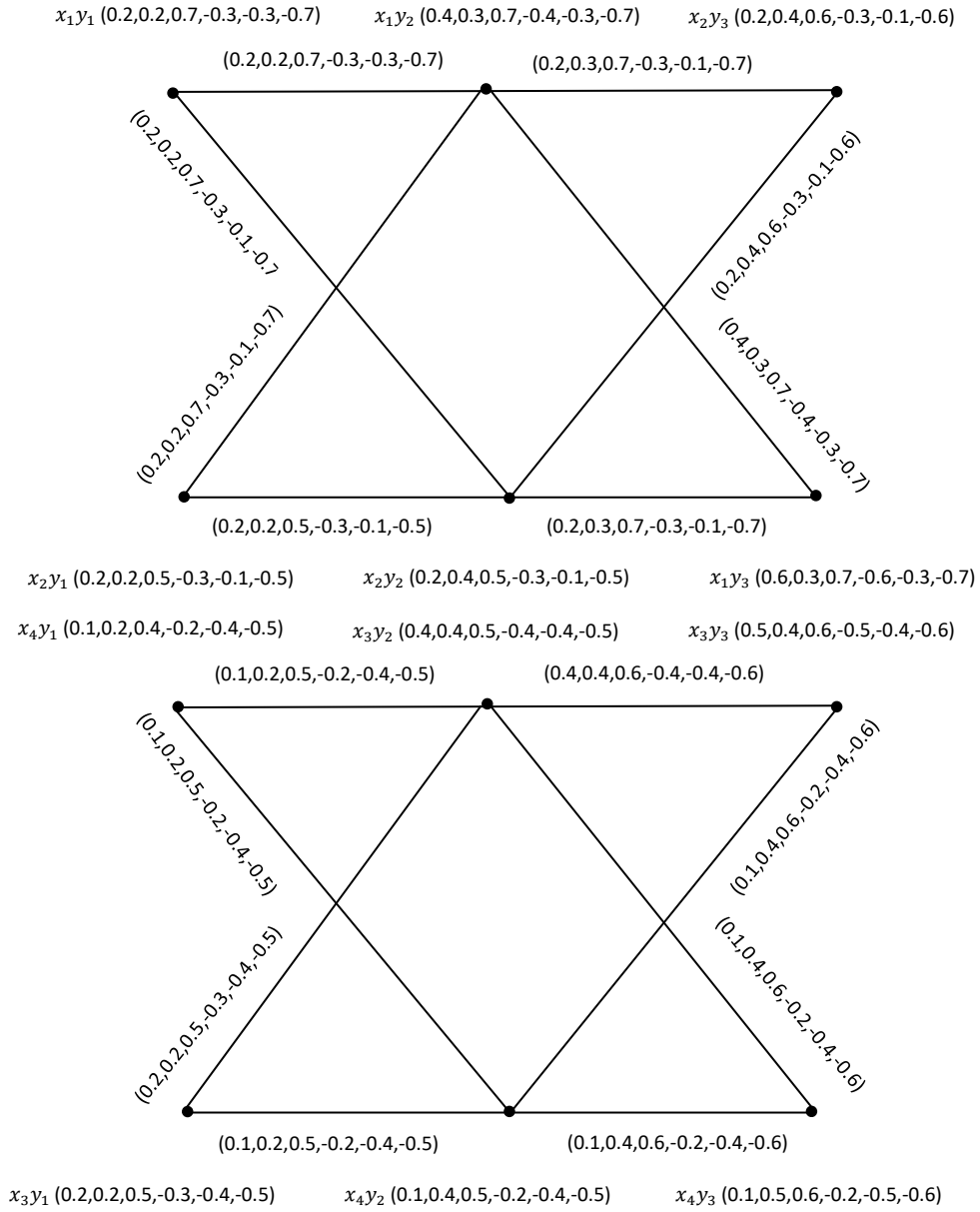
$$v. I_{D_1 \bullet D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = I_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge I_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$I_{D_1 \bullet D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = I_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee I_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

$$vi. F_{D_1 \bullet D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = F_{D_1}^+(y_1 z_1) \vee F_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$F_{D_1 \bullet D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = F_{D_1}^-(y_1 z_1) \wedge F_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

Örnek 2.4.20 $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ Şekil 2.2 de gösterildiği gibi çift kutuplu nütrosifik graflar olsun. G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflarının sıralı çarpımı Şekil 2.7 de gösterilmiştir. Burada $x_1 y_1, x_1 y_2, x_2 y_3, x_2 y_1, x_2 y_2, x_1 y_3$ noktaları ile $x_4 y_1, x_3 y_2, x_3 y_3, x_3 y_1, x_4 y_2, x_4 y_3$ noktaları G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflarının sıralı çarpımının köşeleridir.



Şekil 2.7 G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nötrosofik Graflarının Sıralı Çarpımı

Önerme 2.4.21[33] Çift kutuplu nötrosofik grafların sıralı çarpımı yine çift kutuplu nötrosofik graflardır.

Tanım 2.4.22[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ çift kutuplu nötrosofik graflarının güçlü çarpımı $G_1 \boxtimes G_2 = (C_1 \boxtimes C_2, D_1 \boxtimes D_2)$ ile gösterilir. Burada her $y \in X_1 \times X_2$ için

$$\begin{aligned}
 T_{C_1 \boxtimes C_2}^+(y) &= T_{C_1}^+(y) \wedge T_{C_2}^+(y) & T_{C_1 \boxtimes C_2}^-(y) &= T_{C_1}^-(y) \vee T_{C_2}^-(y) \\
 I_{C_1 \boxtimes C_2}^+(y) &= I_{C_1}^+(y) \wedge I_{C_2}^+(y) & I_{C_1 \boxtimes C_2}^-(y) &= I_{C_1}^-(y) \vee I_{C_2}^-(y) \\
 F_{C_1 \boxtimes C_2}^+(y) &= F_{C_1}^+(y) \vee F_{C_2}^+(y) & F_{C_1 \boxtimes C_2}^-(y) &= F_{C_1}^-(y) \wedge F_{C_2}^-(y)
 \end{aligned}$$

$$i. T_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y, y_2)(y, z_2)) = T_{C_1}^+(y) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$T_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y, y_2)(y, z_2)) = T_{C_1}^-(y) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y \in X_1, y_2 z_2 \in E_2,$$

$$ii. I_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y, y_2)(y, z_2)) = I_{C_1}^+(y) \wedge I_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$I_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y, y_2)(y, z_2)) = I_{C_1}^-(y) \vee I_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y \in X_1, y_2 z_2 \in E_2,$$

$$iii. F_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y, y_2)(y, z_2)) = F_{C_1}^+(y) \vee F_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$F_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y, y_2)(y, z_2)) = F_{C_1}^-(y) \wedge F_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y \in X_1, y_2 z_2 \in E_2,$$

$$iv. T_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y_1, z)(z_1, z)) = T_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge T_{C_2}^+(z),$$

$$T_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y_1, z)(z_1, z)) = T_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee T_{C_2}^-(z) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, z \in X_2,$$

$$v. I_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y_1, z)(z_1, z)) = I_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge I_{C_2}^+(z),$$

$$I_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y_1, z)(z_1, z)) = I_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee I_{C_2}^-(z) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, z \in X_2,$$

$$vi. F_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y_1, z)(z_1, z)) = F_{D_1}^+(y_1 z_1) \vee F_{C_2}^+(z),$$

$$F_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y_1, z)(z_1, z)) = F_{D_1}^-(y_1 z_1) \wedge F_{C_2}^-(z) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, z \in X_2,$$

$$vii. T_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = T_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$T_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = T_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

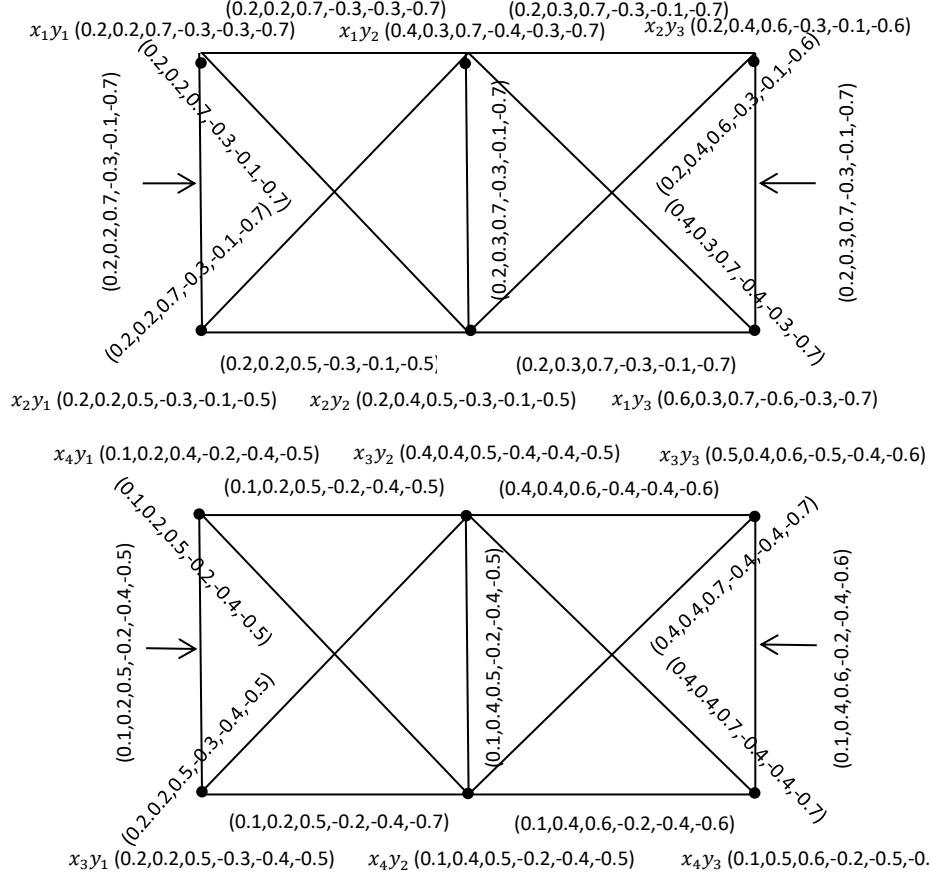
$$viii. I_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = I_{D_1}^+(y_1 z_1) \wedge I_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$I_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = I_{D_1}^-(y_1 z_1) \vee I_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

$$ix. F_{D_1 \boxtimes D_2}^+((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = F_{D_1}^+(y_1 z_1) \vee F_{D_2}^+(y_2 z_2),$$

$$F_{D_1 \boxtimes D_2}^-((y_1, y_2)(z_1, z_2)) = F_{D_1}^-(y_1 z_1) \wedge F_{D_2}^-(y_2 z_2) \text{ için } y_1 z_1 \in E_1, y_2 z_2 \in E_2$$

Örnek 2.4.23 $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ Şekil 2.2 de gösterildiği gibi çift kutuplu nütrosifik graflar olsun. G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflarının güçlü çarpımı Şekil 2.8 de verilmiştir.



Şekil 2.8 G_1 ve G_2 Çift Kutuplu Nütrososfik Graflarının Güçlü Çarpımı

Önerme 2.4.24[33] Çift kutuplu nütrososfik grafların güçlü çarpımı yine çift kutuplu nütrososfik graftır.

Tanım 2.4.25[33] $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrososfik graf olsun. $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrososfik grafinin tümleyeni tüm $y \in X$ ve $yz \in Y$ için $G^c = (C^c, D^c)$ ile gösterilir.

$$T_{C^c}^+(y) = T_C^+(y), \quad I_{C^c}^+(y) = I_C^+(y), \quad F_{C^c}^+(y) = F_C^+(y),$$

$$T_{C^c}^-(y) = T_C^-(y), \quad I_{C^c}^-(y) = I_C^-(y), \quad F_{C^c}^-(y) = F_C^-(y),$$

$$T_{D^c}^+(yz) = T_C^+(y) \wedge T_C^+(z) - T_D^+(yz), \quad T_{D^c}^-(yz) = T_C^-(y) \vee T_C^-(z) - T_D^-(yz),$$

$$I_{D^c}^+(yz) = I_C^+(y) \wedge I_C^+(z) - I_D^+(yz), \quad I_{D^c}^-(yz) = I_C^-(y) \vee I_C^-(z) - I_D^-(yz),$$

$$F_{D^c}^+(yz) = F_C^+(y) \vee F_C^+(z) - F_D^+(yz), \quad F_{D^c}^-(yz) = F_C^-(y) \wedge F_C^-(z) - F_D^-(yz)$$

Açıklama 2.4.26[33] G çift kutuplu bir nütrososfik graf olsun. $G \approx G^c$ ise G nin tümleyeninin var olduğu söylenir.

Teorem 2.4.27[33] G çift kutuplu nütrosifik graf olsun. G nin tümleyeni bir çift kutuplu nütrosifik graf ise o zaman,

$$\begin{aligned}\sum_{y \neq z} T_D^+(yz) &= \frac{1}{2} \sum_{y \neq z} T_C^+(y) \wedge T_C^+(z), & \sum_{y \neq z} I_D^+(yz) &= \frac{1}{2} \sum_{y \neq z} I_C^+(y) \wedge I_C^+(z), \\ \sum_{y \neq z} F_D^+(yz) &= \frac{1}{2} \sum_{y \neq z} F_C^+(y) \vee F_C^+(z), & \sum_{y \neq z} T_D^-(yz) &= \frac{1}{2} \sum_{y \neq z} T_C^-(y) \vee T_C^-(z), \\ \sum_{y \neq z} I_D^-(yz) &= \frac{1}{2} \sum_{y \neq z} I_C^-(y) \vee I_C^-(z), & \sum_{y \neq z} F_D^-(yz) &= \frac{1}{2} \sum_{y \neq z} F_C^-(y) \wedge F_C^-(z),\end{aligned}$$

Teorem 2.4.28[33] G ; her $y, z \in X$ için çift kutuplu bir nütrosifik graf olsun. Eğer

$$\begin{aligned}T_{D^c}^+(yz) &= \frac{1}{2} T_C^+(y) \wedge T_C^+(z), & T_{D^c}^-(yz) &= \frac{1}{2} T_C^-(y) \vee T_C^-(z), \\ I_{D^c}^+(yz) &= \frac{1}{2} I_C^+(y) \wedge I_C^+(z), & I_{D^c}^-(yz) &= \frac{1}{2} I_C^-(y) \vee I_C^-(z), \\ F_{D^c}^+(yz) &= \frac{1}{2} F_C^+(y) \vee F_C^+(z), & F_{D^c}^-(yz) &= \frac{1}{2} F_C^-(y) \wedge F_C^-(z),\end{aligned}$$

ise G , tümleyeni olan bir çift kutuplu nütrosifik graftır.

İspat: $G^c = (C^c, D^c)$ çift kutuplu nütrosifik grafi, Tanım 2.4.25 den $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrosifik grafının tümleyeni olsun.

$$\begin{aligned}T_{D^c}^+(yz) &= T_C^+(y) \wedge T_C^+(z) - T_D^+(yz) \\ T_{D^c}^+(yz) &= T_C^+(y) \wedge T_C^+(z) - \frac{1}{2} T_C^+(y) \wedge T_C^+(z) \\ T_{D^c}^+(yz) &= \frac{1}{2} T_C^+(y) \wedge T_C^+(z) \\ T_{D^c}^+(yz) &= T_D^+(yz) \\ T_{D^c}^-(yz) &= T_C^-(y) \vee T_C^-(z) - T_D^-(yz) \\ T_{D^c}^-(yz) &= T_C^-(y) \vee T_C^-(z) - \frac{1}{2} T_C^-(y) \vee T_C^-(z) \\ T_{D^c}^-(yz) &= \frac{1}{2} T_C^-(y) \vee T_C^-(z) \\ T_{D^c}^-(yz) &= T_D^-(yz)\end{aligned}$$

$I_{D^c}^+, I_{D^c}^-, F_{D^c}^+$ ve $F_{D^c}^-$ benzer şekilde gösterilebilir.

$$I_{D^c}^+(yz) = I_D^+(yz), \quad I_{D^c}^-(yz) = I_D^-(yz),$$

$$F_{D^c}^+(yz) = F_D^+(yz), \quad F_{D^c}^-(yz) = F_D^-(yz),$$

Dolayısıyla G tümleyendir.

Tanım 2.4.29[33] $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrosifik graf olsun. y tepe noktasının derecesi $\deg(y)$ ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\deg(y) = (\deg_T^+(y), \deg_I^+(y), \deg_F^+(y), \deg_T^-(y), \deg_I^-(y), \deg_F^-(y))$$

$$= (\sum_{yz \in E} T_D^+(yz), \sum_{yz \in E} I_D^+(yz), \sum_{yz \in E} F_D^+(yz), \sum_{yz \in E} T_D^-(yz), \sum_{yz \in E} I_D^-(yz), \sum_{yz \in E} F_D^-(yz)),$$

Derece terimi aynı zamanda komşu derecesi olarak da adlandırılır.

Tanım 2.4.30[33] $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrosifik graf olsun. y tepe noktasının kapalı komşuluk derecesi $\deg[y]$ ile gösterilir.

$$\deg[y] = (\deg_T^+[y], \deg_I^+[y], \deg_F^+[y], \deg_T^-[y], \deg_I^-[y], \deg_F^-[y],$$

$$= \deg_T^+(y) + T_C^+(y), \deg_I^+(y) + I_C^+(y), \deg_F^+(y) + F_C^+(y),$$

$$\deg_T^-(y) + T_C^-(y), \deg_I^-(y) + I_C^-(y), \deg_F^-(y) + F_C^-(y)),$$

şeklindedir.

Tanım 2.4.31[33] G bir çift kutuplu nütrosifik graf olsun. G nin tüm köşeleri aynı dereceye sahip ise G bir düzenli çift kutuplu nütrosifik grafdır denir. G çift kutuplu bir nütrosifik graf olsun. G nin tüm köşeleri aynı kapalı komşuluk derecesine sahip ise, G bir tamamen düzenli çift kutuplu nütrosifik grafdır denir.

Teorem 2.4.32[33] Bir tam çift kutuplu nütrosifik graf tamamen düzenlidir.

Teorem 2.4.33[33] $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrosifik grafdır, ancak ve ancak aşağıdaki ifadeler eşdeğer ise o zaman $C = (T^+, I^+, F^+, T^-, I^-, F^-)$ sabit bir fonksiyondur,

i. G , normal bir çift kutuplu nütrosifik graftır,

ii. G , tamamen düzenli çift kutuplu nörtrosifik graftır.

İspat C sabit bir fonksiyon ve tüm $y \in X$ için $k_T, k_I, k_F, k'_T, k'_I, k'_F$ olsun.

$$T_C^+(y) = k_T, \quad I_C^+(y) = k_I, \quad F_C^+(y) = k_F,$$

$$T_C^-(y) = k'_T, \quad I_C^-(y) = k'_I, \quad F_C^-(y) = k'_F,$$

(i) \Rightarrow (ii) $y \in X$ için G nin bir normal çift kutuplu nörtrosifik graf olduğunu varsayalım ve

$$\deg(y) = (p_T, p_I, p_F, n_T, n_I, n_F),$$

olsun.

$$\deg[y] = (deg_T^+(y) + T_C^+(y), deg_I^+(y) + I_C^+(y), deg_F^+(y) + F_C^+(y),$$

$$deg_T^-(y) + T_C^-(y), deg_I^-(y) + I_C^-(y), deg_F^-(y) + F_C^-(y)),$$

$$= (p_T + k_T, p_I + k_I, p_F + k_F, n_T + k'_T, n_I + k'_I, n_F + k'_F)$$

G nin tamamen düzenli çift kutuplu nörtrosifik graf olduğu kanıtlanmıştır.

(ii) \Rightarrow (i) $y \in X$ için G nin bir tamamen düzenli çift kutuplu nörtrosifik graf olduğunu varsayalım ve tüm

$$\deg[y] = (p'_T, p'_I, p'_F, n'_T, n'_I, n'_F)$$

$$= (deg_T^+(y) + k_T, deg_I^+(y) + k_I, deg_F^+(y) + k_F, deg_T^-(y) + k'_T,$$

$$deg_I^-(y) + k'_I, deg_F^-(y) + k'_F)$$

$$\Rightarrow \deg(y) = (p'_T - k_T, p'_I - k_I, p'_F - k_F, n'_T - k'_T, n'_I - k'_I, n'_F - k'_F)$$

Bu nedenle G , düzenli bir çift kutuplu nörtrosifik graftır. Tersine koşulların eşit olduğunu varsayalım. Tanım 2.4.29 den tüm $y \in X$ için,

$$\deg(y) = (c_T, c_I, c_F, d_T, d_I, d_F), \quad \deg[y] = (c'_T, c'_I, c'_F, d'_T, d'_I, d'_F)$$

$$\deg[y] = \deg(y) + (T_C^+(y), I_C^+(y), F_C^+(y), T_C^-(y), I_C^-(y), F_C^-(y)),$$

$$\deg[y] - \deg(y) = (T_C^+(y), I_C^+(y), F_C^+(y), T_C^-(y), I_C^-(y), F_C^-(y)),$$

$$= (T_C^+(y), I_C^+(y), F_C^+(y), T_C^-(y), I_C^-(y), F_C^-(y)),$$

$$= (c'_T - c_T, c'_I - c_I, c'_F - c_F, d'_T - d_T, d'_I - d_I, d'_F - d_F),$$

Dolayısıyla $C = (c'_T - c_T, c'_I - c_I, c'_F - c_F, d'_T - d_T, d'_I - d_I, d'_F - d_F)$ sabit bir fonksiyon olup kanıttır.

Tanım 2.4.34[33] G bir çift kutuplu bir nütrosofik graf olsun. En az iki tepe noktasının farklı dereceleri varsa, G nin düzensiz çift kutuplu bir nütrosofik graf olduğu söylenir. Tüm köşeler aynı kapalı komşuluk derecelerine sahip değil ise G , tamamen düzensiz çift kutuplu nütrosofik graftır.

Teorem 2.4.35[33] X boş olmayan bir küme, $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrosofik graf ve $C = (T_C^+, I_C^+, F_C^+, T_C^-, I_C^-, F_C^-)$ tanım aralığı $T_C^+, I_C^+, F_C^+ : X \rightarrow [0,1]$ ve $T_C^-, I_C^-, F_C^- : X \rightarrow [-1,0]$ olan sabit bir fonksiyon olsun. O zaman G bir düzensiz çift kutuplu nütrosofik graftır ancak ve ancak G tamamen düzensiz çift kutuplu nütrosofik graftır.

İspat: G nin düzensiz çift kutuplu nütrosofik graf olduğunu varsayalım. O zaman G nin y ve z gibi en az iki köşesinin farklı dereceleri vardır;

$\deg(y) = (r_1, r_2, r_3, s_1, s_2, s_3)$ ve $\deg(z) = (r'_1, r'_2, r'_3, s'_1, s'_2, s'_3)$ $r_i \neq r'_i$ olacak şekilde iki köşe olsun. ($i = 1,2,3$). C sabit bir fonksiyon olduğu için $C = (k_1, k_2, k_3, l_1, l_2, l_3)$ olduğunu varsayalım. Böylece,

$$\deg[y] = \deg(y) + (k_1, k_2, k_3, l_1, l_2, l_3)$$

$$\deg[y] = (r_1 + k_1, r_2 + k_2, r_3 + k_3, s_1 + l_1, s_2 + l_2, s_3 + l_3)$$

ve

$$\deg[z] = (r'_1 + k_1, r'_2 + k_2, r'_3 + k_3, s'_1 + l_1, s'_2 + l_2, s'_3 + l_3)$$

Açıkça $i = 1,2,3$ için; $r_i + k_i \neq r'_i + k_i$ olur. Bu nedenle, y ve z farklı kapalı komşuluk derecelerine sahip olduğu için G tamamen düzensiz bir çift kutuplu nütrosofik graftır. Ters kısım benzerdir.

Tanım 2.4.36[33] $G = (C, D)$ çift kutuplu nütrosofik graf olsun. y ve z , G grafında iki köşe ise, o zaman y nin z ye baskın olduğu söylenir.

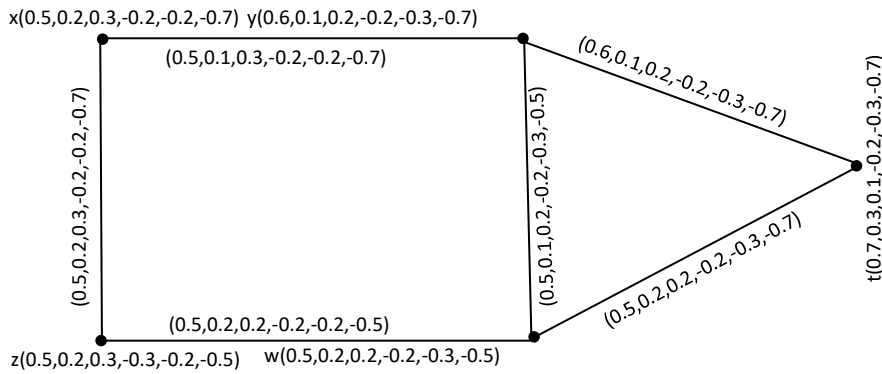
$$T_D^+(yz) = T_C^+(y) \wedge T_C^+(z), \quad T_D^-(yz) = T_C^-(y) \vee T_C^-(z),$$

$$I_D^+(yz) = I_C^+(y) \wedge I_C^+(z), \quad I_D^-(yz) = I_C^-(y) \vee I_C^-(z),$$

$$F_D^+(yz) = F_C^+(y) \vee F_C^+(z), \quad F_D^-(yz) = F_C^-(y) \wedge F_C^-(z),$$

Her bir $z \in X \setminus D'$ için, y nin z ye baskın olduğu $y \in D$ varsa, $D' \subseteq Y$ alt kümesi baskın bir kümedir. Her $y \in D', D' \setminus \{y\}$ için baskın bir küme değilse, baskın bir D' kümesi minimumdur. G grafının tüm minimal baskın kümeleri arasındaki baskınlık sayısı $\lambda(G)$ minimum kardinalitedir.

Örnek 2.4.37 Şekil 2.9 da gösterilen çift kutuplu nütrososifik graf için $\{x, w\}$ kümesi minimal baskın bir kümedir ve $\lambda(G) = 2$ ' dir.



Şekil 2.9 G Çift Kutuplu Nütrososifik Graf

Teorem 2.4.38[33] G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrososifik graf ise baskın kümeler olarak D'_1 ve D'_2

$$\lambda(G_1 \cup G_2) = \lambda(G_1) + \lambda(G_2) - |D'_1 \cap D'_2|$$

ile gösterilebilir.

İspat: D'_1 ve D'_2 , G_1 ve G_2 nin baskın kümeleri olduğundan, $D'_1 \cup D'_2$, $G_1 \cup G_2$ baskın bir kümesidir. Bu nedenle $\lambda(G_1 \cup G_2) \leq |D'_1 \cup D'_2|$ olur. Geriye sadece $D'_1 \cup D'_2$ nin minimal baskın küme olduğunu göstermek kalıyor. Aksine, $D' = D'_1 \cup D'_2 \setminus \{y\}$, $G_1 \cup G_2$ nin minimal baskın bir kümesi olduğunu varsayalım. İki durum vardır:

Durum 1: $y \in D'_1$ ve $y \notin D'_2$ ise, $D'_1 \setminus \{y\}$ G_1 in baskın bir kümesi değildir. Bu $D'_1 \cup D'_2 \setminus \{y\} = D'$ $G_1 \cup G_2$ nin baskın bir kümesi olmadığını gösterir. Dolayısıyla $D'_1 \cup D'_2$ minimal baskın kümedir ve bu çelişkidir.

$$\lambda(G_1 \cup G_2) = |D'_1 \cup D'_2|,$$

$$\Rightarrow \lambda(G_1 \cup G_2) = \lambda(G_1) + \lambda(G_2) - |D'_1 \cap D'_2|.$$

Durum 2: $y \in D'_2$ ve $y \notin D'_1$ den ise aynı çelişki elde edilebilir.

Teorem 2.4.39[33] G_1 ve G_2 , $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ ye sahip çift kutuplu nütrosifik graf ise o zaman

$$\lambda(G_1 + G_2) = \min\{\lambda(G_1), \lambda(G_2), 2\}$$

olur.

İspat: $G_1 + G_2$ çift kutuplu bir nütrosifik graf ve $y_1 \in X_1$ ve $y_2 \in X_2$ olsun.

$$T_{D_1+D_2}^+(y_1y_2) = T_{C_1+C_2}^+(y_1) \wedge T_{C_1+C_2}^+(y_2),$$

$$T_{D_1+D_2}^-(y_1y_2) = T_{C_1+C_2}^-(y_1) \vee T_{C_1+C_2}^-(y_2),$$

$$I_{D_1+D_2}^+(y_1y_2) = I_{C_1+C_2}^+(y_1) \wedge I_{C_1+C_2}^+(y_2),$$

$$I_{D_1+D_2}^-(y_1y_2) = I_{C_1+C_2}^-(y_1) \vee I_{C_1+C_2}^-(y_2),$$

$$F_{D_1+D_2}^+(y_1y_2) = F_{C_1+C_2}^+(y_1) \vee F_{C_1+C_2}^+(y_2),$$

$$F_{D_1+D_2}^-(y_1y_2) = F_{C_1+C_2}^-(y_1) \wedge F_{C_1+C_2}^-(y_2),$$

Dolayısıyla, G_1 grafının tepe noktası G_2 grafının tüm köşelerine baskındır. Benzer şekilde G_2 grafının herhangi bir köşesi G_1 grafının tüm köşelerine baskındır. Yani $\{y_1, y_2\}$, $G_1 + G_2$ grafının baskın bir kümesidir. D , $G_1 + G_2$ grafının minimum baskın bir kümesi ise D aşağıdaki durumlardan biridir:

i. $D = D_1$ burada $\lambda(G_1) = |D_1|$,

ii. $D = D_2$ burada $\lambda(G_2) = |D_2|$,

iii. $D = \{y_1, y_2\}$ için $y_1 \in X_1$ ve $y_2 \in X_2$ olur. Burada $\{y_1\}$ ve $\{y_2\}$, sırasıyla G_1 veya G_2 nin baskın kümeleri değildir.

Dolayısıyla $\lambda(G_1 + G_2) = \min\{\lambda(G_1), \lambda(G_2), 2\}$ olur.

Teorem 2.4.40[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ çift kutuplu nütrosifik graf olsun. Tüm $y_1 \in X_1$ için $T_{C_1}^+(y_1) > 0$ ve $y_2 \in X_2$ için G_2 de z_2 ye baskın ise o zaman (y_1, y_2) , $G_1 \times G_2$ de (y_1, z_2) ye baskın olur.

İspat: y_1, z_2 ye baskın olduğundan $y_1 \in X_1$ için $(y_1, z_2) \in X_1 \times X_2$ i alalım.

$$T_{D_2}^+(y_2 z_2) = T_{C_2}^+(y_2) \wedge T_{C_2}^+(z_2), \quad T_{D_2}^-(y_2 z_2) = T_{C_2}^-(y_2) \vee T_{C_2}^-(z_2),$$

$$I_{D_2}^+(y_2 z_2) = I_{C_2}^+(y_2) \wedge I_{C_2}^+(z_2), \quad I_{D_2}^-(y_2 z_2) = I_{C_2}^-(y_2) \vee I_{C_2}^-(z_2),$$

$$F_{D_2}^+(y_2 z_2) = F_{C_2}^+(y_2) \vee F_{C_2}^+(z_2), \quad F_{D_2}^-(y_2 z_2) = F_{C_2}^-(y_2) \wedge F_{C_2}^-(z_2),$$

Tanım 2.4.6 ya göre

$$\begin{aligned} T_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) &= T_{C_1}^+(y_1) \wedge T_{D_2}^+(y_2 z_2), \\ &= T_{C_1}^+(y_1) \wedge (T_{C_2}^+(y_2) \wedge T_{C_2}^+(z_2)) \\ &= (T_{C_1}^+(y_1) \wedge T_{C_2}^+(y_2)) \wedge (T_{C_1}^+(y_1) \wedge T_{C_2}^+(z_2)) \\ &= T_{C_1 \times C_2}^+(y_1, y_2) \wedge T_{C_1 \times C_2}^+(y_1, z_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(y_1, z_2)) &= T_{C_1}^-(y_1) \vee T_{D_2}^-(y_2 z_2), \\ &= T_{C_1}^-(y_1) \vee (T_{C_2}^-(y_2) \vee T_{C_2}^-(z_2)) \\ &= (T_{C_1}^-(y_1) \vee T_{C_2}^-(y_2)) \vee (T_{C_1}^-(y_1) \vee T_{C_2}^-(z_2)) \\ &= T_{C_1 \times C_2}^-(y_1, y_2) \vee T_{C_1 \times C_2}^-(y_1, z_2), \end{aligned}$$

Diğerleri de benzer şekilde kanıtlanabilir,

$$I_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = I_{C_1 \times C_2}^+(y_1, y_2) \wedge I_{C_1 \times C_2}^+(y_1, z_2),$$

$$I_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = I_{C_1 \times C_2}^-(y_1, y_2) \vee I_{C_1 \times C_2}^-(y_1, z_2),$$

$$F_{D_1 \times D_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = F_{C_1 \times C_2}^+(y_1, y_2) \vee F_{C_1 \times C_2}^+(y_1, z_2),$$

$$F_{D_1 \times D_2}^-((y_1, y_2)(y_1, z_2)) = F_{C_1 \times C_2}^-(y_1, y_2) \wedge F_{C_1 \times C_2}^-(y_1, z_2),$$

Dolayısıyla $(y_1, y_2), (y_1, z_2)$ ye baskındır ve ispat tamamlanmıştır.

Önerme 2.4.41[33] G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflar ise ve $z_2 \in X_2$, $T_{C_2}^+(z_2) > 0$ için y_1, G_1 de z_1 e baskın ise, o zaman (y_1, z_2) , $G_1 \times G_2$ de (z_1, z_2) e baskındır.

Teorem 2.4.42[33] $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ çift kutuplu nütrosifik grafları minimal ise D'_1 ve D'_2 kümelerine baskındır. O zaman $D'_1 \times X_2$ ve $X_1 \times D'_2$, $G_1 \times G_2$ nin baskın kümeleridir ve

$$\lambda(G_1 \times G_2) \leq \min(|D'_1 \times X_2|, |X_1 \times D'_2|)$$

olur.

İspat: Eşitsizliği kanıtlamak için, $D'_1 \times X_2$ ve $X_1 \times D'_2$ nin, $G_1 \times G_2$ nin baskın kümeleri olduğunu göstermemiz gerekir. $(z_1, z_2) \notin D'_1 \times X_2$, ve $z_1 \notin D'_1$ olsun. D'_1 , G_1 in baskın bir kümesi olduğundan, z_1 e baskın olan bir $y_1 \in D'_1$ vardır. Önerme 2.4.41 ile (y_1, z_2) , $G_1 \times G_2$ de (z_1, z_2) e baskındır. (z_1, z_2) keyfi olarak alındığından, $D'_1 \times X_2$, $G_1 \times G_2$ nin baskın bir kümesidir. Benzer şekilde $X_1 \times D'_2$, $G_1 \times G_2$ nin de baskın bir kümesidir. Böylece ispat kanıtlanmış olur.

Teorem 2.4.43[33] D'_1 ve D'_2 sırasıyla, $G_1 = (C_1, D_1)$ ve $G_2 = (C_2, D_2)$ ' nin baskın kümeleri olsun. $D'_1 \times D'_2$, $G_1 * G_2$ nin çarpaz çarpımının baskın bir kümesidir ve

$$\lambda(G_1 \times G_2) = |D'_1 \times D'_2|. \quad (1)$$

olur.

İspat: $(z_1, z_2) \in X_1 \times X_2 \setminus D'_1 \times D'_2$ ve $z_1 \in X_1 \setminus D'_1$, $z_2 \in X_2 \setminus D'_2$ olsun. D'_1 ve D'_2 baskın kümeler olduğundan $y_1 \in D'_1$ ve $y_2 \in D'_2$ olur öyle ki y_1, z_1 ; y_2, z_2 ye baskın olur.

$$\begin{aligned} T_{D'_1 * D'_2}^+((y_1, y_2)(y_1, z_2)) &= T_{D'_1}^+(y_1 z_1) \wedge T_{D'_2}^+(y_2 z_2), \\ &= (T_{C_1}^+(y_1) \wedge T_{C_1}^+(z_1)) \wedge (T_{C_2}^+(y_2) \wedge T_{C_2}^+(z_2)) \\ &= (T_{C_1}^+(y_1) \wedge T_{C_2}^+(y_2)) \wedge (T_{C_1}^+(z_1) \wedge T_{C_2}^+(z_2)) \\ &= T_{C_1 * C_2}^+(y_1, y_2) \wedge T_{C_1 * C_2}^+(z_1, z_2), \end{aligned}$$

(y_1, y_2) nin (z_1, z_2) ye baskın olduğunu gösterir. (y_1, y_2) keyfi kabul edildiğinden, $X_1 \times X_2 \setminus D'_1 \times D'_2$ nin her elemanına $D'_1 \times D'_2$ nin bazı elemanlarının baskın olduğunu gösterir. Geriye sadece $D'_1 \times D'_2$ nin minimal baskın küme olduğunu göstermek kalır.

Tersine, D' nin $G_1 * G_2$ nin minimal baskın bir kümesi olduğunu varsayalım öyle ki $|D'| < |D'_1 \times D'_2|$ olur.

$(t_1, t_2) \in D'_1 \times D'_2$ öyle ki $(t_1, t_2) \notin D'$ ve $t_1 \in D'_1$, $t_2 \in D'_2$ olsun. Sırasıyla t_1 ve t_2 tarafından baskı edilen $t'_1 \in X_1 \setminus D'_1$ ve $t'_2 \in X_2 \setminus D'_2$ var olsun. Bu nedenle, (t_1, t_2) dışında hiçbir öge (t'_1, t'_2) ye baskı etmez, bu nedenle $(t_1, t_2) \in D'$ olur. Burada bir çelişki oluşur dolayısıyla $\lambda(G_1 * G_2) = |D'_1 \times D'_2|$ olur.

Sonuç 2.4.44[33] G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graf olsun. y_1 , G_1 de z_1 e ve y_2 , G_2 de z_2 ye baskın ise, o zaman (y_1, z_1) , $G_1 * G_2$ de (y_2, z_2) ye baskın olur.

Tanım 2.4.45[33] Çift kutuplu nütrosifik grafta aşağıdaki bağıntılar sağlanır ise iki köşe y ve z bağımsızdır denir.

$$\begin{aligned} T_D^+(yz) &< T_C^+(y) \wedge T_C^+(z), & T_D^-(yz) &> T_C^-(y) \vee T_C^-(z), \\ I_D^+(yz) &< I_C^+(y) \wedge I_C^+(z), & I_D^-(yz) &> I_C^-(y) \vee I_C^-(z), \\ F_D^+(yz) &< F_C^+(y) \vee F_C^+(z), & F_D^-(yz) &> F_C^-(y) \wedge F_C^-(z), \end{aligned} \quad (2)$$

Çift kutuplu bir nütrosifik grafta bağımsız bir N kümesi, tüm $y, z \in N$ için denklem 2 nin karşılanacağı şekilde A nın bir N alt kümesidir. Her $t \in X \setminus N$, $N \cup \{t\}$ için bağımsız bir küme değilse, bağımsız bir küme maksimumdur. Bağımsız bir sayı, bir çift kutuplu nütrosifik grafın tüm maksimum bağımsız kümeleri arasındaki maksimum kardinalitedir. $\alpha(G)$ ile gösterilir.

Teorem 2.4.46[33] G_1 ve G_2 , $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ olacak şekilde sırasıyla X_1 ve X_2 de çift kutuplu nütrosifik graflar olsun. O zaman $\alpha(G_1 \cup G_2) = \alpha(G_1) + \alpha(G_2)$ olur.

İspat: N_1 ve N_2 , G_1 ve G_2 nin maksimum bağımsız kümeleri olsun. $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ olduğundan, $N_1 \cup N_2$, $G_1 \cup G_2$ nin maksimum bağımsız bir kümesidir. Dolayısıyla $\alpha(G_1 \cup G_2) = \alpha(G_1) + \alpha(G_2)$ olur.

Teorem 2.4.47[33] G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graf olsun o zaman $\alpha(G_1 + G_2) = \alpha(G_1) \vee \alpha(G_2)$ olur.

İspat: N_1 ve N_2 maksimum bağımsız kümeler olsun. G_1 grafının her köşe noktası $G_1 + G_2$ grafında G_2 grafının her köşesine baskın olur. Dolayısıyla N_1 veya N_2 ,

$G_1 + G_2$ grafinin maksimum bağımsız kümesidir. Böylece $\alpha(G_1 + G_2) = \alpha(G_1) \vee \alpha(G_2)$ olur.

Teorem 2.4.48[33] N_1 ve N_2 sırasıyla G_1 ve G_2 graflarının ve $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ kümelerinin maksimum bağımsız kümeleriye $\alpha(G_1 \times G_2) = |N_1 \times N_2| + |N|$ olur.

Burada

$$N = \{(y_i, z_i) : y_i \in X_1 \setminus N_1, z_i \in X_2 \setminus N_2, y_i y_{i+1} \in E_1, z_i z_{i+1} \in E_2, i = 1, 2, 3, \dots\}$$

İspat: N_1 ve N_2 sırasıyla G_1 ve G_2 graflarının maksimum bağımsız kümeleridir. Açıkça $N_1 \times N_2, G_1 \times G_2$ grafinin bağımsız bir kümesidir. Çünkü $N_1 \times N_2$ nin hiçbir tepe noktası $N_1 \times N_2$ nin diğer tepe noktalarına baskın değildir. Köşe kümesi

$$N = \{(y_i, z_i) : y_i \in X_1 \setminus N_1, z_i \in X_2 \setminus N_2, y_i y_{i+1} \in E_1, z_i z_{i+1} \in E_2\}.$$

olsun. Her bir $i = 1, 2, 3, \dots$ için hiçbir köşe $(y_i, z_i) \in N$ in $(y_{i+1}, z_{i+1}) \in N$ yi baskı etmediği görülebilir. Dolayısıyla $N' = (N_1 \times N_2) \cup N$ $G_1 \times G_2$ grafinin bağımsız bir kümesidir. Bazı $i \neq j$ $y_i \in X_1 \setminus N_1$ için $S = N' \cup \{(y_i, z_j)\}$ olduğunu ve $z_j \in X_2 \setminus N_2$ nin maksimum bağımsız bir küme olduğunu varsayalım. Genellik kaybı olmadan $j = i + 1$ olduğunu varsayalım, o zaman (y_i, z_j) (y_i, z_i) ye baskındır. Bir çelişki oluşur. Dolayısıyla N' maksimum bağımsız bir kümedir ve $\alpha(G_1 \times G_2) = |N'| = |N_1 \times N_2| + |N|$ olur.

Teorem 2.4.49[33] D'_1 ve D'_2, G_1 ve G_2 graflarının minimal baskın kümeleriye, $X_1 \times X_2 \setminus D'_1 \times D'_2, G_1 * G_2$ grafinin minimum bağımsız bir kümesidir ve $\alpha(G_1 * G_2) = n_1 n_2 - \lambda(G_1 * G_2)$, burada n_1 ve n_2 , sırasıyla G_1 ve G_2 grafindaki köşe sayısıdır ve kanıt ortadadır.

Teorem 2.4.50[33] Bağımsız bir çift kutuplu nütrosifik graf kümesi bağımsız ve baskın ise ancak ve ancak $G = (C, D)$ maksimumdur.

İspat: Eğer N, G nin maksimum bağımsız bir kümesi ise, o zaman her $y \in X \setminus N, N \cup \{y\}$ için bağımsız bir küme değildir. Her köşe noktası $y \in X \setminus N$ için bazı $z \in N$ vardır öyle ki

$$T_D^+(yz) = T_C^+(y) \wedge T_C^+(z), \quad T_D^-(yz) = T_C^-(y) \vee T_C^-(z),$$

$$I_D^+(yz) = I_C^+(y) \wedge I_C^+(z), \quad I_D^-(yz) = I_C^-(y) \vee I_C^-(z),$$

$$F_D^+(yz) = F_C^+(y) \vee F_C^+(z), \quad F_D^-(yz) = F_C^-(y) \wedge F_C^-(z),$$

bağıntıları sağlanır. Böylece y, x e baskındır ve dolayısıyla N hem bağımsız hem de baskın kümedir.

Tersine, D nin hem bağımsız hem de baskın küme olduğunu, ancak maksimal bağımsız küme olmadığını varsayalım. Dolayısıyla $N \cup \{y\}$ bağımsız bir küme olacak şekilde bir tepe noktası $y \in X \setminus N$ vardır yani N deki hiçbir köşe y ye hakim değildir, bu da N nin baskın bir küme olması gerçeğiyle çelişir.

Teorem 2.4.51[33] Çift kutuplu nötrosifik grafın herhangi bir maksimum bağımsız kümesi, minimum baskın kümedir.

İspat: N , bir çift kutuplu nötrosifik grafın maksimum bağımsız bir kümesi olsun. O zaman Teorem 2.4.50 ye göre, N bir baskın kümedir. N nin bir minimal baskın küme olmadığını varsayalım, o zaman her zaman en az bir $z \in N$ vardır ki bunun için $N \setminus \{z\}$ bir baskın küme olur. Öte yandan $N \setminus \{z\}$, $Y \setminus N \setminus \{z\}$ ye baskılırsa, $N \setminus \{z\}$ de en az bir köşe z ye baskın olur. N nin bağımsız bir çift kutuplu nötrosifik graf kümesi olması gerçeğiyle çelişir. Dolayısıyla N , minimal baskın bir kümedir.

2.4.1[33] Çift Kutuplu Nötrosifik Çoklu Kümeler İle Çift Kutuplu Nötrosifik Düzlemsel Graflar ve Çok Kriterli Karar Verme İçin Başvurular

Tanım 2.4.1.1[33] A boş olmayan bir küme olsun. A kümesinden çizilen C çift kutuplu nötrosifik çoklu kümesi, üç pozitif fonksiyon ile karakterize edilir; CT_C^+ gerçek üyeliğini, CI_C^+ belirsizlik üyeliğini ve CF_C^+ yanlış üyeliğini gösterir.

$$CT_C^+: X \rightarrow R^+$$

$$CI_C^+: X \rightarrow R^+$$

$$CF_C^+: X \rightarrow R^+$$

Burada R^+ , $[0,1]$ reel birim aralığındaki tüm reel sayılar çoklu kümelerin elemanlarıdır. Üç negatif fonksiyon; CT_C^- gerçek üyeliğini, CI_C^- belirsizlik üyeliğini ve CF_C^- yanlış üyeliğini gösterir.

$$CT_C^-: X \rightarrow R^-$$

$$CI_C^-: X \rightarrow R^-$$

$$CF_C^-: X \rightarrow R^-$$

Burada R^- , $[-1, 0]$ reel birim aralığındaki tüm reel sayılar çoklu kümelerin elemanlarıdır. A çift kutuplu tek değerli nütrosifik çoklu kümesi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, ((T^1)_C^+(x), (T^2)_C^+(x), \dots, (T^q)_C^+(x)), \\ ((I^1)_C^+(x), (I^2)_C^+(x), \dots, (I^q)_C^+(x)), \\ ((F^1)_C^+(x), (F^2)_C^+(x), \dots, (F^q)_C^+(x)), \\ ((T^1)_C^-(x), (T^2)_C^-(x), \dots, (T^q)_C^-(x)), \\ ((I^1)_C^-(x), (I^2)_C^-(x), \dots, (I^q)_C^-(x)), \\ ((F^1)_C^-(x), (F^2)_C^-(x), \dots, (F^q)_C^-(x)) \mid x \in X \},$$

Burada pozitif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik dizileri verilmiştir. Bu diziler azalan veya artan sırada olabilir. $(T^i)_C^+(x), (I^i)_C^+(x), (F^i)_C^+(x) \in [0,1]$ ve $x \in X$ için $0 \leq \sup(T^i)_C^+(x) + \sup(I^i)_C^+(x) + \sup(F^i)_C^+(x) \leq 3$, $1 \leq i \leq q$ toplamı aşağıdaki koşulu sağlar.

$$((T^1)_C^+(x), (T^2)_C^+(x), \dots, (T^q)_C^+(x)), \\ ((I^1)_C^+(x), (I^2)_C^+(x), \dots, (I^q)_C^+(x)), \\ ((F^1)_C^+(x), (F^2)_C^+(x), \dots, (F^q)_C^+(x)),$$

Burada negatif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik dizileri verilmiştir. Bu diziler azalan veya artan sırada olabilir. $(T^i)_C^-(x), (I^i)_C^-(x), (F^i)_C^-(x) \in [-1,0]$ ve $x \in X$ için $-3 \leq \inf(T^i)_C^-(x) + \inf(I^i)_C^-(x) + \inf(F^i)_C^-(x) \leq 0$, $1 \leq i \leq q$ toplamı aşağıdaki koşulu sağlar.

$$((T^1)_C^-(x), (T^2)_C^-(x), \dots, (T^q)_C^-(x)), \\ ((I^1)_C^-(x), (I^2)_C^-(x), \dots, (I^q)_C^-(x)), \\ ((F^1)_C^-(x), (F^2)_C^-(x), \dots, (F^q)_C^-(x)),$$

C çift kutuplu bir nütrosifik çoklu kümesi basitleştirilmiş haliyle $C = \{ \langle x, (T_C^+)^i(x), (I_C^+)^i(x), (F_C^+)^i(x), (T_C^-)^i(x), (I_C^-)^i(x), (F_C^-)^i(x) \rangle \mid x \in X, 1 \leq i \leq q \}$ ile gösterilir.

Tanım 2.4.1.2[33] $C = (T_C^+, I_C^+, F_C^+, T_C^-, I_C^-, F_C^-)$ bir çift kutuplu nütrosifik küme ve $D = \{ xy, T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i, T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i, 1 \leq i \leq m \mid xy \in X \times X \}$ $X \times X$ in bir çift kutuplu nütrosifik çoklu kümesi olsun. $1 \leq i \leq m$ için

i. $T_D^+(xy)_i \leq T_C^+(x) \wedge T_C^+(y)$

ii. $T_D^-(xy)_i \geq T_C^-(x) \vee T_C^-(y)$

iii. $I_D^+(xy)_i \leq I_C^+(x) \wedge I_C^+(y)$

iv. $I_D^-(xy)_i \geq I_C^-(x) \vee I_C^-(y)$

v. $F_D^+(xy)_i \leq F_C^+(x) \vee F_C^+(y)$

vi. $F_D^-(xy)_i \geq F_C^-(x) \wedge F_C^-(y)$

koşulları sağlanır ise $G = (C, D)$, çift kutuplu nütrosifik çoklu graf olarak adlandırılır. x ve y köşeleri arasında birden fazla kenar olabilir. Pozitif değerler $T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i$, G deki xy kenarının doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik derecelerini temsil ederken; negatif değerler $T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i$ G deki xy kenarının doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik derecelerini örtük karşı özelliğini temsil eder. m , köşeler arasındaki kenar sayısını gösterir.

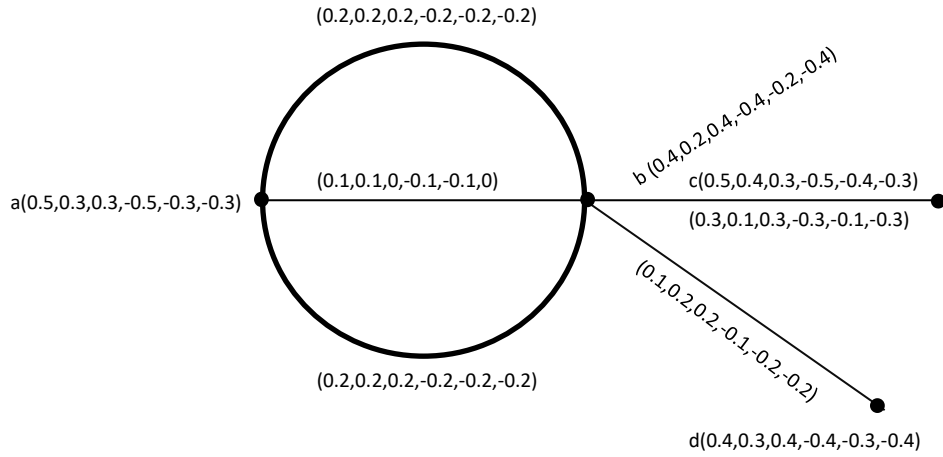
Örnek 2.4.1.3[33] $C = (T_C^+, I_C^+, F_C^+, T_C^-, I_C^-, F_C^-)$ Tablo 2.3 de verilen $X = \{a, b, c, d\}$ üzerinde bir çift kutuplu nütrosifik küme olsun ve $D = (T_D^+, I_D^+, F_D^+, T_D^-, I_D^-, F_D^-)$ Tablo 2.4 de tanımlanan $\{ab, ab, ab, bc, bd\} = E \subseteq X \times X$ üzerinde bir çift kutuplu nütrosifik çok kenarlı küme olsun. Rutin hesaplamalarla, Şekil 2.10 dan bunun bir çift kutuplu nütrosifik çoklu graf olduğu görülebilir.

Tablo 2.3 C Çift Kutuplu Nütrosifik Küme

C	a	b	c	d
T_C^+	0.5	0.4	0.5	0.4
I_C^+	0.3	0.2	0.4	0.3
F_C^+	0.3	0.4	0.3	0.4
T_C^-	-0.5	-0.4	-0.5	-0.4
I_C^-	-0.3	-0.2	-0.4	-0.3
F_C^-	-0.3	-0.4	-0.3	-0.4

Tablo 2.4 D Çift Kutuplu Nötrosofik Çok Kenarlı Küme

D	ab	ab	ab	bc	bd
T_D^+	0.2	0.1	0.2	0.3	0.1
I_D^+	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2
F_D^+	0.2	0	0.2	0.3	0.2
T_D^-	-0.2	-0.1	-0.2	-0.3	-0.1
I_D^-	-0.2	-0.1	-0.2	-0.1	-0.2
F_D^-	-0.2	0	-0.2	-0.3	-0.2



Şekil 2.10 Çift Kutuplu Nötrosofik Çoklu Graf

Tanım 2.4.1.4[33] G çift kutuplu nötrosofik çoklu grafda

$D = \{ xy, T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i, T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i \}, 1 \leq i \leq m \mid xy \in X \times X \}$ çift kutuplu bir nötrosofik çok kenarlı küme olsun. x köşesinin derecesi, $\deg(x)$ ile tanımlanır.

$$\deg(x) = \left(\sum_{i=1}^m T_D^+(xy)_i, \sum_{i=1}^m I_D^+(xy)_i, \sum_{i=1}^m F_D^+(xy)_i, \sum_{i=1}^m T_D^-(xy)_i, \sum_{i=1}^m I_D^-(xy)_i, \sum_{i=1}^m F_D^-(xy)_i \right),$$

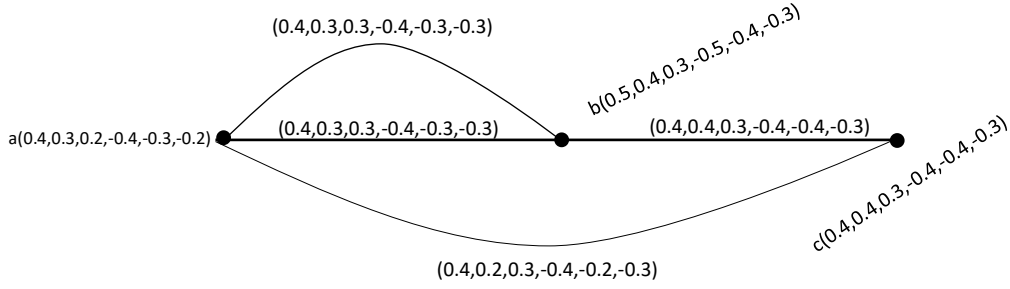
a, b, c, d köşelerinin derecesi şu şekilde toplanır:

$$\deg(a) = (0.5, 0.5, 0.4, -0.5, -0.5, -0.4)$$

$$\deg(b) = (0.9, 0.8, 0.9, -0.9, -0.8, -0.9)$$

$$\deg(c) = (0.3, 0.1, 0.3, -0.3, -0.1, -0.3)$$

$$\deg(d) = (0.1, 0.2, 0.2, -0.1, -0.2, -0.2)$$



Şekil 2.11 Çift Kutuplu Nötrosifik Tam Çoklu Graf

Tanım 2.4.1.5[33] G çift kutuplu nötrosifik çoklu graf ve

$D = \{ xy, T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i, T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i, 1 \leq i \leq m \mid xy \in X \times X \}$ çift kutuplu nötrosifik çok kenarlı küme olsun . Aşağıdaki koşullar sağlanır ise, G grafının xy kenarı güçlüdür denir. $1 \leq i \leq m$ için

$$i. \frac{1}{2} T_C^+(x) \wedge T_C^+(y) \leq T_D^+(xy)_i$$

$$ii. \frac{1}{2} T_C^-(x) \vee T_C^-(y) \geq T_D^-(xy)_i$$

$$iii. \frac{1}{2} I_C^+(x) \wedge I_C^+(y) \leq I_D^+(xy)_i$$

$$iv. \frac{1}{2} I_C^-(x) \vee I_C^-(y) \geq I_D^-(xy)_i$$

$$v. \frac{1}{2} F_C^+(x) \vee F_C^+(y) \geq F_D^+(xy)_i$$

$$vi. \frac{1}{2} F_C^-(x) \wedge F_C^-(y) \leq F_D^-(xy)_i$$

Tanım 2.4.1.6[33] G çift kutuplu nütrosifik çoklu graf ve

$D = \{ xy, T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i, T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i \}, 1 \leq i \leq m \mid xy \in X \times X\}$ çift kutuplu nütrosifik çok kenarlı küme olsun. $x, y \in X, 1 \leq i \leq m$ için aşağıdaki koşullar sağlanır ise, G çift kutuplu nütrosifik çoklu grafi tanımlanır.

i. $T_C^+(x) \wedge T_C^+(y) = T_D^+(xy)_i$

ii. $T_C^-(x) \vee T_C^-(y) = T_D^-(xy)_i$

iii. $I_C^+(x) \wedge I_C^+(y) = I_D^+(xy)_i$

iv. $I_C^-(x) \vee I_C^-(y) = I_D^-(xy)_i$

v. $F_C^+(x) \vee F_C^+(y) = F_D^+(xy)_i$

vi. $F_C^-(x) \wedge F_C^-(y) = F_D^-(xy)_i$

Tanım 2.4.1.7[33] G çift kutuplu nütrosifik çoklu graf ve ab G grafının bir kenarı olsun. ab kenarının gücü aşağıdaki değerle ölçülebilir,

$$S_{ab} = ((S_{T^+})_{ab}, (S_{I^+})_{ab}, (S_{F^+})_{ab}, (S_{T^-})_{ab}, (S_{I^-})_{ab}, (S_{F^-})_{ab})$$

$$= \left(\frac{T_D^+(ab)_i}{T_C^+(a) \wedge T_C^+(b)}, \frac{I_D^+(ab)_i}{I_C^+(a) \wedge I_C^+(b)}, \frac{F_D^+(ab)_i}{F_C^+(a) \vee F_C^+(b)}, \right.$$

$$\left. \frac{T_D^-(ab)_i}{T_C^-(a) \vee T_C^-(b)}, \frac{I_D^-(ab)_i}{I_C^-(a) \vee I_C^-(b)}, \frac{F_D^-(ab)_i}{F_C^-(a) \wedge F_C^-(b)} \right).$$

Tanım 2.4.1.8[33] G bir çift kutuplu nütrosifik çoklu graf olsun. ab kenarının değerleri

$$(S_{T^+})_{ab} \geq 0.5 \quad (S_{I^+})_{ab} \geq 0.5 \quad (S_{F^+})_{ab} \geq 0.5$$

$$(S_{T^-})_{ab} \leq -0.5 \quad (S_{I^-})_{ab} \leq -0.5 \quad (S_{F^-})_{ab} \leq -0.5$$

ise güçlü olduğu söylenir. Aksi halde buna zayıf kenar denir.

Tanım 2.4.1.9[33] $G = (C, D)$ grafi, D kenarının çift kenarlı çift kutuplu bir nütrosifik çoklu grafi olsun,

$$(ab, T_D^+(ab)_i, I_D^+(ab)_i, F_D^+(ab)_i, T_D^-(ab)_i, I_D^-(ab)_i, F_D^-(ab)_i)$$

ve

$$(cd, T_D^+(cd)_j, I_D^+(cd)_j, F_D^+(cd)_j, T_D^-(cd)_j, I_D^-(cd)_j, F_D^-(cd)_j),$$

i ve j sabit tamsayıların olduğu bir P noktasında kesişir. Q noktasında kesişen değeri şu şekilde tanımlarız:

$$\begin{aligned} S_Q &= ((S_{T^+})_Q, (S_{I^+})_Q, (S_{F^+})_Q, (S_{T^-})_Q, (S_{I^-})_Q, (S_{F^-})_Q) \\ &= \left(\frac{(S_{T^+})_{ab} + (S_{T^+})_{cd}}{2}, \frac{(S_{I^+})_{ab} + (S_{I^+})_{cd}}{2}, \frac{(S_{F^+})_{ab} + (S_{F^+})_{cd}}{2}, \right. \\ &\quad \left. \frac{(S_{T^-})_{ab} + (S_{T^-})_{cd}}{2}, \frac{(S_{I^-})_{ab} + (S_{I^-})_{cd}}{2}, \frac{(S_{F^-})_{ab} + (S_{F^-})_{cd}}{2} \right) \end{aligned}$$

Çift kutuplu nütrosifik çoklu grafa kesişme noktası sayısı artarsa, düzlemsellik azalır. Böylece çift kutuplu nütrosifik çoklu graf için, S_Q düzlemsellikle ters orantılıdır.

Tanım 2.4.1.10[33] G çift kutuplu nütrosifik çoklu graf olsun ve Q_1, Q_2, \dots, Q_Z belirli bir geometrik gösterim için kenarlar arasındaki kesişme noktaları olsun. Çift kutuplu nütrosifik düzlemsellik değeri $f = (f_{T^+}, f_{I^+}, f_{F^+}, f_{T^-}, f_{I^-}, f_{F^-})$, G grafının çift kutuplu nütrosifik düzlemsel graf olduğunu gösterir.

$$\begin{aligned} f &= (f_{T^+}, f_{I^+}, f_{F^+}, f_{T^-}, f_{I^-}, f_{F^-}), \\ &= \left(\frac{1}{1 + \{(S_{T^+})_{Q_1} + (S_{T^+})_{Q_2} + \dots + (S_{T^+})_{Q_Z}\}}, \right. \\ &\quad \frac{1}{1 + \{(S_{I^+})_{Q_1} + (S_{I^+})_{Q_2} + \dots + (S_{I^+})_{Q_Z}\}}, \\ &\quad \frac{1}{1 + \{(S_{F^+})_{Q_1} + (S_{F^+})_{Q_2} + \dots + (S_{F^+})_{Q_Z}\}}, \\ &\quad \frac{1}{-1 - \{(S_{T^-})_{Q_1} + (S_{T^-})_{Q_2} + \dots + (S_{T^-})_{Q_Z}\}}, \\ &\quad \frac{1}{-1 - \{(S_{I^-})_{Q_1} + (S_{I^-})_{Q_2} + \dots + (S_{I^-})_{Q_Z}\}}, \\ &\quad \left. \frac{1}{-1 - \{(S_{F^-})_{Q_1} + (S_{F^-})_{Q_2} + \dots + (S_{F^-})_{Q_Z}\}} \right). \end{aligned}$$

$f = (f_{T^+}, f_{I^+}, f_{F^+}, f_{T^-}, f_{I^-}, f_{F^-})$ sınırlıdır ve aşağıdaki değerlere sahiptir:

$$\begin{array}{lll} 0 < f_{T^+} \leq 1 & 0 < f_{I^+} \leq 1 & 0 < f_{F^+} \leq 1 \\ -1 < f_{T^-} \leq 0 & -1 < f_{I^-} \leq 0 & -1 < f_{F^-} \leq 0 \end{array}$$

Çift kutuplu nütrosifik düzlemsel grafın belirli bir geometrik temsili için bir kesişme noktası yoksa, çift kutuplu nütrosifik düzlemsellik değeri $(1, 1, 1, -1, -1, -1)$ olur.

Örnek 2.4.1.11[33] $X = \{a, b, c, d, e\}$ ve $E = \{ab, ac, ad, ad, bc, bd, cd, ce, ae, de, be\}$ olsun. $C = (T_C^+, I_C^+, F_C^+, T_C^-, I_C^-, F_C^-)$ A üzerinde bir çift kutuplu nütrosifik küme ve $D = (T_D^+, I_D^+, F_D^+, T_D^-, I_D^-, F_D^-)$ $X \times X$ üzerinde bir çift kutuplu nütrosifik çok kenarlı küme olsun.

Şekil 2.12 bir çift kutuplu nütrosifik çoklu graf olsun. Bu graf P_1 ve P_2 gibi iki kesişme noktasına sahiptir. P_1 kenarlar arasında bir noktadır

$$\begin{array}{l} (ad, 0.2, 0.2, 0.1, -0.2, -0.2, -0.1), \\ (bc, 0.2, 0.2, 0.1, -0.2, -0.2, -0.1), \end{array}$$

ve P_2

$$\begin{array}{l} (ad, 0.3, 0.3, 0.1, -0.3, -0.3, -0.1), \\ (bc, 0.2, 0.2, 0.1, -0.2, -0.2, -0.1), \end{array}$$

kenar için $(ad, 0.2, 0.2, 0.1, -0.2, -0.2, -0.1),$

$$S_{ad} = (0.4, 0.4, 0.5, -0.4, -0.4, -0.5),$$

kenar için $(ad, 0.3, 0.3, 0.1, -0.3, -0.3, -0.1),$

$$S_{ad} = (0.6, 0.6, 0.5, -0.6, -0.6, -0.5),$$

ve kenar için $(bc, 0.2, 0.2, 0.1, -0.2, -0.2, -0.1),$

$$S_{bc} = (0.6667, 0.6667, 1, -0.6667, -0.6667, -1),$$

P_1 kesişim noktasının ilk noktası için kesişen değer $S_{P_1}(0.5334, 0.5334, 0.75, -0.5334, -0.5334, -0.75)$ dir. P_2 kesişim noktasının ikinci noktası için, S_{P_2} kesişen değeri $(0.63335, 0.63335, 0.75, -0.63335, -0.63335, -0.75)$ dir. Bu nedenle, Şekil 2.12 de

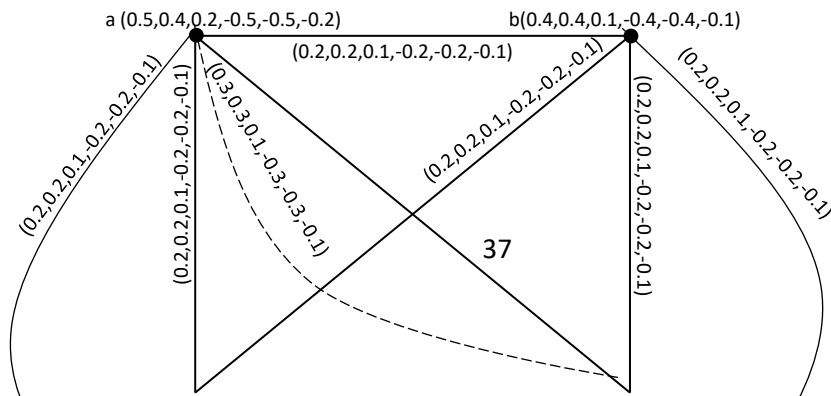
gösterilen çift kutuplu nütrosifik çoklu graf için çift kutuplu nütrosifik düzlemsellik değeri (0.461,0.461,0.4,-0.461,-0.461,-0.4) olur.

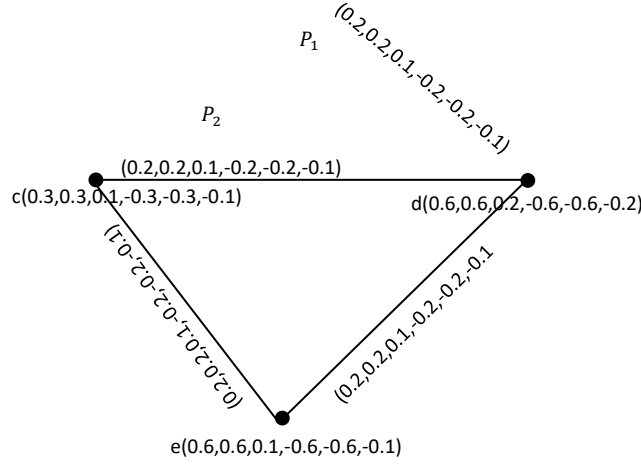
Tablo 2.5 C Çift Kutuplu Nütrosifik Küme

C	a	b	c	d	e
T_C^+	0.5	0.4	0.3	0.6	0.6
I_C^+	0.5	0.4	0.3	0.6	0.6
F_C^+	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1
T_C^-	-0.5	-0.4	-0.3	-0.6	-0.6
I_C^-	-0.5	-0.4	-0.3	-0.6	-0.6
F_C^-	-0.2	-0.1	-0.1	-0.2	-0.1

Tablo 2.6 D Çift Kutuplu Nütrosifik Çok Kenarlı Küme

D	ab	ac	ad	ad	bc	bd	cd	ae	ce	de	be
T_D^+	0.2	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
I_D^+	0.2	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
F_D^+	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
T_D^-	-0.2	-0.2	-0.2	-0.3	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2
I_D^-	-0.2	-0.2	-0.2	-0.3	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2
F_D^-	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1





Şekil 2.12 Çift Kutuplu Nötrosofik Düzlemsel Graf

Teorem 2.4.1.12[33] G bir çift kutuplu nötrosofik tam çoklu graf olsun. G grafının düzlemsellik değeri, $f = (f_{T^+}, f_{I^+}, f_{F^+}, f_{T^-}, f_{I^-}, f_{F^-})$ ile gösterilir.

$$f_{T^+} = \frac{1}{1+n_Q}, \quad f_{I^+} = \frac{1}{1+n_Q}, \quad f_{F^+} = \frac{1}{1+n_Q}, \quad 0 \leq f_{T^+} + f_{I^+} + f_{F^+} \leq 3$$

$$f_{T^-} = \frac{1}{-1-n_Q}, \quad f_{I^-} = \frac{1}{-1-n_Q}, \quad f_{F^-} = \frac{1}{-1-n_Q}, \quad -3 \leq f_{T^-} + f_{I^-} + f_{F^-} \leq 0$$

Burada n_Q , G grafının kenarları arasındaki kesişme noktalarının sayısıdır.

Tanım 2.4.1.13[33] G bir çift kutuplu nötrosofik düzlemsel graf olsun. G grafının çift kutuplu nötrosofik düzlemsellik değeri $f = (f_{T^+}, f_{I^+}, f_{F^+}, f_{T^-}, f_{I^-}, f_{F^-})$ aşağıdaki koşulları sağlar ise, G grafına kuvvetli çift kutuplu nötrosofik düzlemsel graf denir.

$$f_{T^+} \geq 0.5 \quad f_{I^+} \geq 0.5 \quad f_{F^+} \leq 0.5$$

$$f_{T^-} \leq -0.5 \quad f_{I^-} \leq -0.5 \quad f_{F^-} \geq -0.5$$

Teorem 2.4.1.14[33] G kuvvetli çift kutuplu nötrosofik düzlemsel graf olsun. G grafında kuvvetli kenarlar arasındaki kesişme noktalarının sayısı en fazla birdir.

İspat: G kuvvetli bir çift kutuplu nötrosofik düzlemsel graf olsun. G grafında iki kuvvetli çift kutuplu nötrosofik kenar arasında en az iki kesişim noktasına sahip olduğunu varsayalım. Herhangi bir kuvvetli kenar için

$$(ab, T_D^+(ab)_i, I_D^+(ab)_i, F_D^+(ab)_i, T_D^-(ab)_i, I_D^-(ab)_i, F_D^-(ab)_i)$$

$$T_D^+(ab)_i \geq \frac{1}{2} T_C^+(a) \wedge T_C^+(b) \quad T_D^-(ab)_i \leq \frac{1}{2} T_C^-(a) \vee T_C^-(b)$$

$$I_D^+(ab)_i \geq \frac{1}{2} I_C^+(a) \wedge I_C^+(b) \quad I_D^-(ab)_i \leq \frac{1}{2} I_C^-(a) \vee I_C^-(b)$$

$$F_D^+(ab)_i \leq \frac{1}{2} F_C^+(a) \vee F_C^+(b) \quad F_D^-(ab)_i \geq \frac{1}{2} F_C^-(a) \wedge F_C^-(b)$$

$$(S_{T^+})_{ab} \geq 0.5 \quad (S_{I^+})_{ab} \geq 0.5 \quad (S_{F^+})_{ab} \leq 0.5$$

$$(S_{T^-})_{ab} \leq -0.5 \quad (S_{I^-})_{ab} \leq -0.5 \quad (S_{F^-})_{ab} \geq -0.5$$

Böylece kesişen iki kuvvetli çift kutuplu nütrosifik kenar için

$$(ab, T_D^+(ab)_i, I_D^+(ab)_i, F_D^+(ab)_i, T_D^-(ab)_i, I_D^-(ab)_i, F_D^-(ab)_i)$$

$$(cd, T_D^+(cd)_j, I_D^+(cd)_j, F_D^+(cd)_j, T_D^-(cd)_j, I_D^-(cd)_j, F_D^-(cd)_j)$$

$$\frac{(S_{T^+})_{ab} + (S_{T^+})_{cd}}{2} \geq 0.5 \quad \frac{(S_{T^-})_{ab} + (S_{T^-})_{cd}}{2} \leq -0.5$$

$$\frac{(S_{I^+})_{ab} + (S_{I^+})_{cd}}{2} \geq 0.5 \quad \frac{(S_{I^-})_{ab} + (S_{I^-})_{cd}}{2} \leq -0.5$$

$$\frac{(S_{F^+})_{ab} + (S_{F^+})_{cd}}{2} \leq 0.5 \quad \frac{(S_{F^-})_{ab} + (S_{F^-})_{cd}}{2} \geq -0.5$$

Yani,

$$(S_{T^+})_{Q_1} \geq 0.5 \quad (S_{I^+})_{Q_1} \geq 0.5 \quad (S_{F^+})_{Q_1} \leq 0.5$$

$$(S_{T^-})_{Q_1} \leq -0.5 \quad (S_{I^-})_{Q_1} \leq -0.5 \quad (S_{F^-})_{Q_1} \geq -0.5$$

olur. Benzer şekilde diğerlerini de kanıtlayabiliriz:

$$(S_{T^+})_{Q_2} \geq 0.5 \quad (S_{I^+})_{Q_2} \geq 0.5 \quad (S_{F^+})_{Q_2} \leq 0.5$$

$$(S_{T^-})_{Q_2} \leq -0.5 \quad (S_{I^-})_{Q_2} \leq -0.5 \quad (S_{F^-})_{Q_2} \geq -0.5$$

$$\Rightarrow 1 + (S_{T^+})_{Q_1} + (S_{T^+})_{Q_2} \geq 2 \quad -1 + (S_{T^-})_{Q_1} + (S_{T^-})_{Q_2} \leq -2$$

$$1 + (S_{I^+})_{Q_1} + (S_{I^+})_{Q_2} \geq 2 \quad -1 + (S_{I^-})_{Q_1} + (S_{I^-})_{Q_2} \leq -2$$

$$1 + (S_{F^+})_{Q_1} + (S_{F^+})_{Q_2} \leq 2 \quad -1 + (S_{F^-})_{Q_1} + (S_{F^-})_{Q_2} \geq -2$$

Bundan dolayı

$$\begin{aligned}
f_{T^+} &= \frac{1}{1+(S_{T^+})_{Q_1}+(S_{T^+})_{Q_2}} \leq 0.5 & f_{T^-} &= \frac{1}{-1+(S_{T^-})_{Q_1}+(S_{T^-})_{Q_2}} \geq 0.5 \\
f_{I^+} &= \frac{1}{1+(S_{I^+})_{Q_1}+(S_{I^+})_{Q_2}} \leq 0.5 & f_{I^-} &= \frac{1}{-1+(S_{I^-})_{Q_1}+(S_{I^-})_{Q_2}} \geq -0.5 \\
f_{F^+} &= \frac{1}{1+(S_{F^+})_{Q_1}+(S_{F^+})_{Q_2}} \geq 0.5 & f_{F^-} &= \frac{1}{-1+(S_{F^-})_{Q_1}+(S_{F^-})_{Q_2}} \leq -0.5
\end{aligned}$$

olur. Çift kutuplu nütrosofik grafin kuvvetli bir çift kutuplu nütrosofik düzlemsel graf olduğu gerçeğiyle çelişir. Bu nedenle kuvvetli kenarlar arasındaki kesişme noktası sayısı iki olamaz. Buradan açıktır ki, kuvvetli çift kutuplu nütrosofik kenarların kesişme noktası sayısı artarsa, çift kutuplu nütrosofik düzlemsellik değeri azalır. Benzer şekilde, kuvvetli kenarların kesişme noktası sayısı bir ise çift kutuplu nütrosofik düzlemsellik değeri

$$\begin{aligned}
f_{T^+} &> 0.5 & f_{I^+} &> 0.5 & f_{F^+} &> 0.5 \\
f_{T^-} &< -0.5 & f_{I^-} &< -0.5 & f_{F^-} &< -0.5
\end{aligned}$$

olur. Kenarlar arasında herhangi bir geçiş olmayan herhangi bir çift kutuplu nütrosofik düzlemsel graf, kuvvetli bir çift kutuplu nütrosofik düzlemsel graftır. Böylece, G deki kuvvetli kenarlar arasındaki maksimum kesişme noktası sayısının bir olduğu sonucuna varırız.

Çift kutuplu nütrosofik grafin yüzü (face) önemli bir parametredir. Çift kutuplu nütrosofik grafin yüzü, çift kutuplu nütrosofik kenarlarla sınırlanan bir bölgedir. Her çift kutuplu nütrosofik yüz, sınırında çift kutuplu nütrosofik kenarlarla karakterize edilir. Çift kutuplu bir nütrosofik yüzün sınırındaki tüm kenarların sırasıyla $T^+, I^+, F^+, T^-, I^-, F^-$ değerleri $(1,1,1, -1,-1,-1)$ ve $(0,0,0,0,0,0)$ varsa, kesin yüz olur. Bu kenarlardan biri kaldırılırsa veya sırasıyla $T^+, I^+, F^+, T^-, I^-, F^-$ $(0,0,0,0,0,0)$ ve $(1,1,1,-1,-1,-1)$ varsa, çift kutuplu nütrosofik yüz yoktur. Dolayısıyla çift kutuplu bir nütrosofik yüzün varlığı, sınırındaki çift kutuplu nütrosofik kenarların minimum değerine bağlıdır. Çift kutuplu bir nütrosofik yüz ve çift kutuplu bir nütrosofik grafin $T^+, I^+, F^+, T^-, I^-, F^-$ değerleri aşağıda tanımlanmıştır.

Tanım 2.4.1.15[33] G çift kutuplu bir nütrosofik düzlemsel graf ve $D = \{(xy, T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i, T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i), i = 1, 2, \dots, m | xy \in X \times X\}$ olsun. G grafinin çift kutuplu bir nütrosofik yüzü ve G grafinin çift kutuplu

nötrosofik kenarları $E' \subset E$ tarafından sınırlanan bir bölgedir. Çift kutuplu nötrosofik yüzün doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri aşağıdaki gibidir.

$$i. \min \left\{ \frac{T_D^+(xy)_i}{T_C^+(x) \wedge T_C^+(y)} \mid 1 \leq i \leq m \mid xy \in E' \right\},$$

$$ii. \max \left\{ \frac{T_D^-(xy)_i}{T_C^-(x) \vee T_C^-(y)} \mid 1 \leq i \leq m \mid xy \in E' \right\},$$

$$iii. \min \left\{ \frac{I_D^+(xy)_i}{I_C^+(x) \wedge I_C^+(y)} \mid 1 \leq i \leq m \mid xy \in E' \right\},$$

$$iv. \max \left\{ \frac{I_D^-(xy)_i}{I_C^-(x) \vee I_C^-(y)} \mid 1 \leq i \leq m \mid xy \in E' \right\},$$

$$v. \max \left\{ \frac{F_D^+(xy)_i}{F_C^+(x) \vee F_C^+(y)} \mid 1 \leq i \leq m \mid xy \in E' \right\},$$

$$vi. \min \left\{ \frac{F_D^-(xy)_i}{F_C^-(x) \wedge F_C^-(y)} \mid 1 \leq i \leq m \mid xy \in E' \right\}.$$

Tanım 2.4.1.16[33] Bir çift kutuplu nötrosofik yüzün, pozitif doğruluk ve belirsizlik değeri 0,5' ten büyük, ancak yanlışlık değeri 0,5' ten küçükse ve negatif doğruluk ve belirsizlik değeri -0,5' ten küçük ancak yanlışlık değeri -0,5'ten büyükse kuvvetli çift kutuplu nötrosofik yüz denir. Aksi halde yüz zayıftır.

Şekil 2.13 te gösterildiği gibi çift kutuplu bir nötrosofik düzlemsel graf olsun. Çift kutuplu nötrosofik düzlemsel graf aşağıdaki yüzlere sahiptir.

- Çift kutuplu nötrosofik yüz F_1 kenarı ile sınırlandırılmıştır.

$$(v_1v_2, 0.5, 0.5, 0.1, -0.5, -0.5, -0.1), (v_2v_3, 0.6, 0.6, 0.1, -0.6, -0.6, -0.1),$$

$$(v_1v_3, 0.5, 0.5, 0.1, -0.5, -0.5, -0.1),$$

- Çift kutuplu nötrosofik yüz F_2 kenarı ile sınırlandırılmıştır.

$$(v_1v_3, 0.5, 0.5, 0.1, -0.5, -0.5, -0.1), (v_1v_4, 0.5, 0.5, 0.1, -0.5, -0.5, -0.1),$$

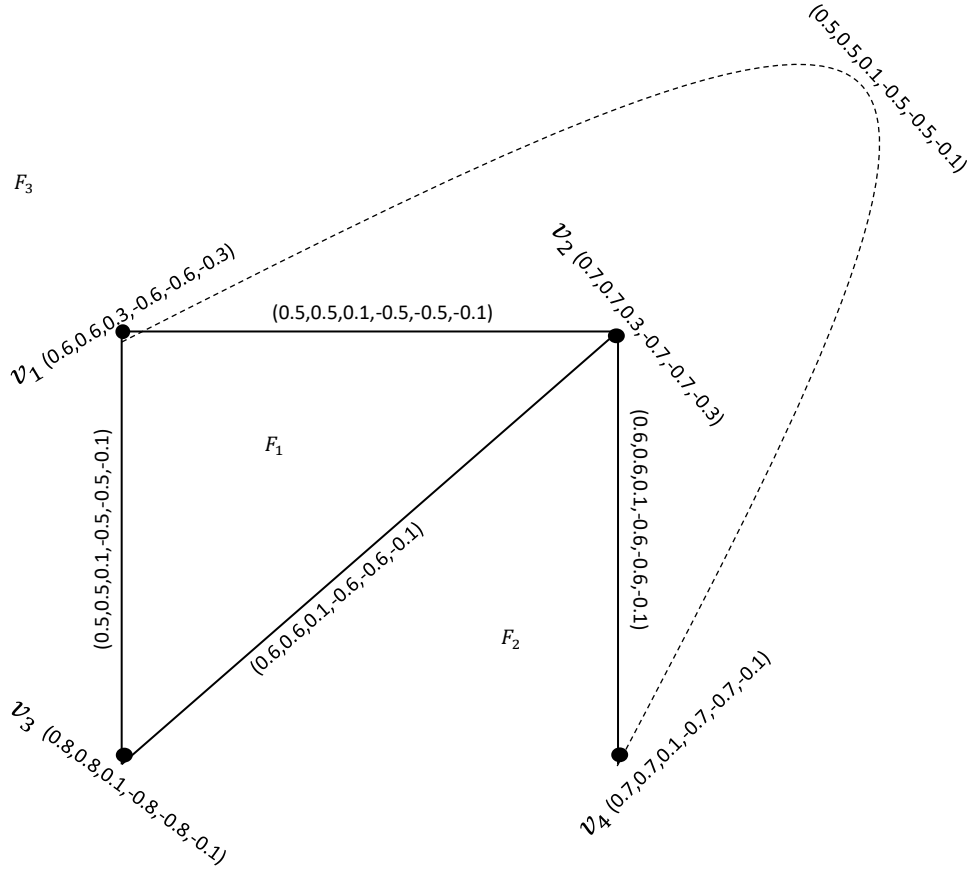
$$(v_2v_4, 0.6, 0.6, 0.1, -0.6, -0.6, -0.1), (v_2v_3, 0.6, 0.6, 0.1, -0.6, -0.6, -0.1),$$

- Çift kutuplu nötrosofik yüz F_3 kenarı ile sınırlandırılmıştır.

$$(v_1v_2, 0.5, 0.5, 0.1, -0.5, -0.5, -0.1), (v_2v_4, 0.6, 0.6, 0.1, -0.6, -0.6, -0.1),$$

$(v_1 v_4, 0.5, 0.5, 0.1, -0.5, -0.5, -0.1)$.

Açıkça, çift kutuplu nütrosifik yüz F_1 in pozitif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri sırasıyla 0.833, 0.833 ve 0.333 tür ve negatif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri sırasıyla -0.833, -0.833 ve -0.333 tür. Çift kutuplu nütrosifik yüz F_3 ün pozitif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri sırasıyla 0.833, 0.833 ve 0.333 tür ve negatif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri sırasıyla -0.833, -0.833 ve -0.333 tür. Bu nedenle F_1 ve F_3 kuvvetli çift kutuplu nütrosifik yüzlerdir.



Şekil 2.13 Çift Kutuplu Nütrosifik Düzlemsel Grafta Yüzler

Tanım 2.4.1.17[33] G çift kutuplu bir nütrosifik düzlemsel graf ve $D = \{(xy, T_D^+(xy)_i, I_D^+(xy)_i, F_D^+(xy)_i, T_D^-(xy)_i, I_D^-(xy)_i, F_D^-(xy)_i), i = 1, 2, \dots, m | xy \in X \times X\}$ olsun. F_1, F_2, \dots, F_k G grafının kuvvetli çift kutuplu nütrosifik yüzleri olsun. G grafının çift kutuplu nütrosifik ikili grafi, $G' = (X', C', D')$ $X' = \{x_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ ve G grafının köşesi x , G grafının F_i si için düşünülen çift kutuplu bir nütrosifik düzlemsel graftır. Köşelerin doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik değerleri, $C' = (T_{C'}^+, I_{C'}^+, F_{C'}^+, T_{C'}^-, I_{C'}^-, F_{C'}^-): X' \rightarrow [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1] \times [-1, 0] \times [-1, 0] \times [-1, 0]$ ile gösterilir.

$T_{C'}^+(x_i) = \max \{ T_{D'}^+(uv)_i, 1 \leq i \leq p \mid uv \text{ kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uzey } F_i \text{ sınırının bir kenarıdır},$

$T_{C'}^-(x_i) = \min \{ T_{D'}^-(uv)_i, 1 \leq i \leq p \mid uv \text{ kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uzey } F_i \text{ sınırının bir kenarıdır},$

$I_{C'}^+(x_i) = \max \{ I_{D'}^+(uv)_i, 1 \leq i \leq p \mid uv \text{ kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uzey } F_i \text{ sınırının bir kenarıdır},$

$I_{C'}^-(x_i) = \min \{ I_{D'}^-(uv)_i, 1 \leq i \leq p \mid uv \text{ kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uzey } F_i \text{ sınırının bir kenarıdır},$

$F_{C'}^+(x_i) = \min \{ F_{D'}^+(uv)_i, 1 \leq i \leq p \mid uv \text{ kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uzey } F_i \text{ sınırının bir kenarıdır},$

$F_{C'}^-(x_i) = \max \{ F_{D'}^-(uv)_i, 1 \leq i \leq p \mid uv \text{ kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uzey } F_i \text{ sınırının bir kenarıdır}.$

G grafının F_i ve F_j iki y\"uz\"u arasında birden fazla ortak kenar bulunabilir. Dolayısıyla G' çift kutuplu n\"otrosofik ikili grafi iki x_i ve x_j k\"oşesi arasında birden fazla kenar olabilir. $(T^+)_D^l(x_i x_j)$, $(I^+)_D^l(x_i x_j)$ ve $(F^+)_D^l(x_i x_j)$, x_i ve x_j arasındaki l inci kenarın pozitif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık \"uyeliği değerlerini ve $(T^-)_D^l(x_i x_j)$, $(I^-)_D^l(x_i x_j)$ ve $(F^-)_D^l(x_i x_j)$, x_i ve x_j arasındaki l inci kenarın negatif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık \"uyeliği değerlerini g\"osterir. Çift kutuplu n\"otrosofik ikili grafın çift kutuplu n\"otrosofik kenarlarının pozitif ve negatif doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri şu şekilde verilmiştir.

$$(T^+)_D^l(x_i x_j)_l = (T^+)_D^l(uv)_j \quad (T^-)_D^l(x_i x_j)_l = (T^-)_D^l(uv)_j$$

$$(I^+)_D^l(x_i x_j)_l = (I^+)_D^l(uv)_j \quad (I^-)_D^l(x_i x_j)_l = (I^-)_D^l(uv)_j$$

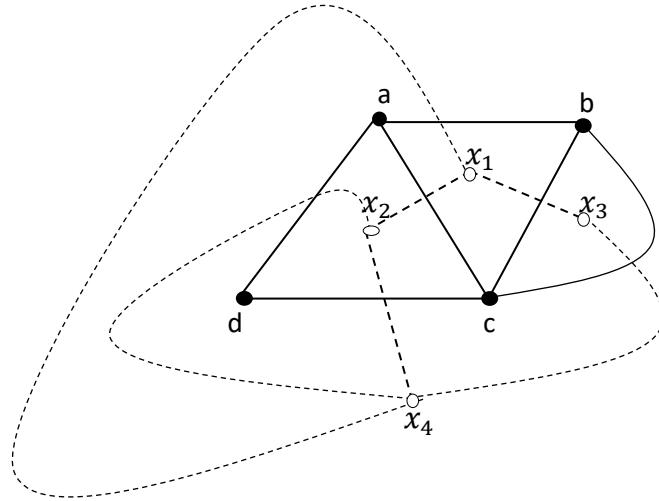
$$(F^+)_D^l(x_i x_j)_l = (F^+)_D^l(uv)_j \quad (F^-)_D^l(x_i x_j)_l = (F^-)_D^l(uv)_j$$

Burada uv , kuvvetli çift kutuplu n\"otrosofik y\"uz F_i ve F_j $1 \leq l \leq s$ arasındaki sınırda bir kenar olsun. s , F_i ve F_j arasındaki sınırda ortak kenarların sayısı veya x_i ve x_j arasındaki kenarların sayısıdır. Eğer çift kutuplu n\"otrosofik d\"uzlemsel grafta kuvvetli bir asılı kenar varsa, G grafında bu asılı kenara karşılık gelen bir kendi kendine d\"ong\"u

olacaktır. Kendi kendine döngünün kenar doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik değerleri, asılı kenarın doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik değerlerine eşittir. Çift kutuplu nütrosifik düzlemsel grafın tek değerli nütrosifik ikili grafı, belirli bir temsil için kenarların kesişme noktasını içermez, dolayısıyla düzlemsellik değerine sahip çift kutuplu nütrosifik düzlemsel graf $(1, 1, 1, -1, -1, -1)$ olur. Bu nedenle çift kutuplu nütrosifik ikili grafın çift kutuplu nütrosifik yüzeyi, çift kutuplu nütrosifik düzlemsel graflarda olduğu gibi benzer şekilde tanımlanabilir.

Örnek 2.4.1.18[33] $A = \{a, b, c, d\}$ olacak şekilde Şekil 2.14 de gösterildiği gibi bir $G = (X, A, B)$ çift kutuplu nütrosifik düzlemsel graf olsun.

$$C = \{ (a, 0.6, 0.6, 0.2, -0.6, -0.6, -0.2), \quad (b, 0.7, 0.7, 0.2, -0.7, -0.7, -0.2), \\ (c, 0.8, 0.8, 0.2, -0.8, -0.8, -0.2), \quad (d, 0.9, 0.9, 0.1, -0.9, -0.9, -0.1) \},$$



Şekil 2.14 Çift Kutuplu Nütrosifik İkili Graf

$$D = (ab, 0.5, 0.5, 0.01, -0.5, -0.5, -0.01), \quad (ac, 0.4, 0.4, 0.01, -0.4, -0.4, -0.01) \\ (bc, 0.6, 0.6, 0.01, -0.6, -0.6, -0.01), \quad (cd, 0.7, 0.7, 0.01, -0.7, -0.7, -0.01) \\ (ad, 0.55, 0.55, 0.01, -0.55, -0.55, -0.01), \quad (bc, 0.45, 0.45, 0.01, -0.45, -0.45, 0.01)$$

Çift kutuplu nütrosifik düzlemsel graf aşağıdaki yüzlere sahiptir.

● Çift kutuplu nütrosifik yüz F_1 ile sınırlandırılmıştır

$$(ab, 0.5, 0.5, 0.01, -0.5, -0.5, -0.01), \quad (ac, 0.4, 0.4, 0.01, -0.4, -0.4, -0.01),$$

$(bc,0.45,0.45,0.01,-0.45,-0.45,-0.01)$,

●Çift kutuplu nütrosifik yüz F_2 ile sınırlandırılmıştır

$(ad,0.55,0.55,0.01,-0.55,-0.55,-0.01)$, $(cd,0.7,0.7,0.01,-0.7,-0.7,-0.01)$,

$(ac,0.4,0.4,0.01,-0.4,-0.4,-0.01)$,

●Çift kutuplu nütrosifik yüz F_3 ile sınırlandırılmıştır

$(bc,0.45,0.45,0.01,-0.45,-0.45,-0.01)$, $(cd,0.6,0.6,0.01,-0.6,-0.6,-0.01)$,

●Dış çift kutuplu nütrosifik yüz F_4 ile çevrilidir

$(ab,0.5,0.5,0.01,-0.5,-0.5,-0.01)$, $(bc,0.6,0.6,0.01,-0.6,-0.6,-0.01)$,

$(cd,0.7,0.7,0.01,-0.7,-0.7,-0.01)$, $(ad,0.55,0.55,0.01,-0.55,-0.55,-0.01)$.

Rutin hesaplamalarla, tüm yüzlerin güçlü çift kutuplu nütrosifik yüzler olduğu görülmektedir. Her kuvvetli çift kutuplu nütrosifik yüz için, çift kutuplu nütrosifik ikili grafın bir tepe noktasını ele alıyoruz. Bu nedenle tepe noktası kümesi $X' = \{ x_1, x_2, x_3, x_4 \}$ x_i tepe noktasının kuvvetli çift kutuplu nütrosifik yüz F_i , $i = 1, 2, 3, 4$ karşılık geldiği yerde alınır. Böylece,

$$T_{C'}^+(x_1) = \max\{0.5,0.4,0.45\} = 0.5$$

$$T_{C'}^+(x_2) = \max\{0.55,0.7,0.4\} = 0.7$$

$$T_{C'}^-(x_1) = \min\{-0.5,-0.4,-0.45\} = -0.5$$

$$T_{C'}^-(x_2) = \min\{-0.55,-0.7,-0.4\} = -0.7$$

$$I_{C'}^+(x_1) = \max\{0.5,0.4,0.45\} = 0.5$$

$$I_{C'}^+(x_2) = \max\{0.55,0.7,0.4\} = 0.7$$

$$I_{C'}^-(x_1) = \min\{-0.5,-0.4,-0.45\} = -0.5$$

$$I_{C'}^-(x_2) = \min\{-0.55,-0.7,-0.4\} = -0.7$$

$$F_{C'}^+(x_1) = \min\{0.01,0.01,0.01\} = 0.01$$

$$F_{C'}^+(x_2) = \min\{0.01,0.01,0.01\} = 0.01$$

$$F_{C'}^-(x_1) = \max\{-0.01,-0.01,-0.01\} = -0.01$$

$$F_{C'}^-(x_2) = \max\{-0.01,-0.01,-0.01\} = -0.01$$

$$T_{C'}^+(x_3) = \max\{0.45,0.6\} = 0.6$$

$$T_{C'}^+(x_4) = \max\{0.5,0.6,0.7,0.55\} = 0.7$$

$$T_{C'}^-(x_3) = \min\{-0.45,-0.6\} = -0.6$$

$$T_{C'}^-(x_4) = \min\{-0.5,-0.6,-0.7,-0.55\} = -0.7$$

$$I_{C'}^+(x_3) = \max\{0.45,0.6\} = 0.6$$

$$I_{C'}^+(x_4) = \max\{0.5,0.6,0.7,0.55\} = 0.7$$

$$I_{C'}^-(x_3) = \min\{-0.45, -0.6\} = -0.6 \quad I_{C'}^-(x_4) = \min\{-0.5, -0.6, -0.7, -0.55\} = -0.7$$

$$F_{C'}^+(x_3) = \min\{0.01, 0.01\} = 0.01 \quad F_{C'}^+(x_4) = \min\{0.01, 0.01, 0.01, 0.01\} = 0.01$$

$$F_{C'}^-(x_3) = \max\{-0.01, -0.01\} = -0.01 \quad F_{C'}^-(x_4) = \max\{-0.01, -0.01, -0.01, -0.01\} = -0.01$$

olur. G grafında F_2 ve F_4 yüzleri arasında ad ve cd olmak üzere iki ortak kenar vardır. Dolayısıyla, x_2 ve x_4 noktaları arasında, G grafının çift kutuplu nütrosifik ikili grafında iki kenar vardır. Bu kenarların doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik değerleri şu şekilde verilmiştir.

$$\begin{aligned} T_{D'}^+(x_2x_4) &= T_D^+(cd) = 0.7 & T_{D'}^+(x_2x_4) &= T_D^+(ad) = 0.55 \\ I_{D'}^+(x_2x_4) &= I_D^+(cd) = 0.7 & I_{D'}^+(x_2x_4) &= I_D^+(ad) = 0.55 \\ F_{D'}^+(x_2x_4) &= F_D^+(cd) = 0.01 & F_{D'}^+(x_2x_4) &= F_D^+(ad) = 0.01 \\ T_{D'}^-(x_2x_4) &= T_D^-(cd) = -0.7 & T_{D'}^-(x_2x_4) &= T_D^-(ad) = -0.55 \\ I_{D'}^-(x_2x_4) &= I_D^-(cd) = -0.7 & I_{D'}^-(x_2x_4) &= I_D^-(ad) = -0.55 \\ F_{D'}^-(x_2x_4) &= F_D^-(cd) = -0.01 & F_{D'}^-(x_2x_4) &= F_D^-(ad) = -0.01 \end{aligned}$$

Çift kutuplu nütrosifik ikili grafın diğer kenarlarının doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelik değerleri şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} T_{D'}^+(x_1x_3) &= T_D^+(bc) = 0.45 & T_{D'}^+(x_1x_2) &= T_D^+(ac) = 0.4 \\ T_{D'}^+(x_1x_4) &= T_D^+(ab) = 0.5 & T_{D'}^+(x_3x_4) &= T_D^+(bc) = 0.6 \\ T_{D'}^-(x_1x_3) &= T_D^-(bc) = -0.45 & T_{D'}^-(x_1x_2) &= T_D^-(ac) = -0.4 \\ T_{D'}^-(x_1x_4) &= T_D^-(ab) = -0.5 & T_{D'}^-(x_3x_4) &= T_D^-(bc) = -0.6 \\ I_{D'}^+(x_1x_3) &= I_D^+(bc) = 0.45 & I_{D'}^+(x_1x_2) &= I_D^+(ac) = 0.4 \\ I_{D'}^+(x_1x_4) &= I_D^+(ab) = 0.5 & I_{D'}^+(x_3x_4) &= I_D^+(bc) = 0.6 \\ I_{D'}^-(x_1x_3) &= I_D^-(bc) = -0.45 & I_{D'}^-(x_1x_2) &= I_D^-(ac) = -0.4 \\ I_{D'}^-(x_1x_4) &= I_D^-(ab) = -0.5 & I_{D'}^-(x_3x_4) &= I_D^-(bc) = -0.6 \\ F_{D'}^+(x_1x_3) &= F_D^+(bc) = 0.01 & F_{D'}^+(x_1x_2) &= F_D^+(ac) = 0.01 \\ F_{D'}^+(x_1x_4) &= F_D^+(ab) = 0.01 & F_{D'}^+(x_3x_4) &= F_D^+(bc) = 0.01 \end{aligned}$$

$$F_{D'}^-(x_1x_3) = F_D^-(bc) = -0.01 \quad F_{D'}^-(x_1x_2) = F_D^-(ac) = -0.01$$

$$F_{D'}^-(x_1x_4) = F_D^-(ab) = -0.01 \quad F_{D'}^-(x_3x_4) = F_D^-(bc) = -0.01$$

Böylece çift kutuplu nütrosifik ikili grafın çift kutuplu nütrosifik kenar kümesi şu şekilde hesaplanır:

$$D' = \{(x_1x_3, 0.45, 0.45, 0.01, -0.45, -0.45, -0.01), \\ (x_1x_2, 0.4, 0.4, 0.01, -0.4, -0.4, -0.01), \\ (x_1x_4, 0.5, 0.5, 0.01, -0.5, -0.5, -0.01), \\ (x_3x_4, 0.6, 0.6, 0.01, -0.6, -0.6, -0.01), \\ (x_2x_4, 0.7, 0.7, 0.01, -0.7, -0.7, -0.01), \\ (x_2x_4, 0.55, 0.55, 0.01, -0.55, -0.55, -0.01)\}.$$

Şekil 2.14 de $G' = (X', C', D')$ çift kutuplu nütrosifik ikili graf noktalı çizgi ile çizilmiştir.

Graf teorisi, bilgi teknolojisi, psikoloji, mühendislik ve tıp bilimlerinde sayısız gerçek dünya problemini çözmek için matematiğin önemli bir parçası olarak kabul edilir. Bu kanaldaki her şey birbirine bağlıdır. Örneğin, şehirler ve ülkeler karayoluyla birbirine bağlıdır, demiryolları demiryolu hatları ile bağlanır, uçuş ağları hava ile bağlanır, elektrikli cihazlar kablolarla bağlanır, internetteki sayfalar köprülerle, elektrik devrelerinin bileşenleri ile çeşitli yollar birbirine bağlıdır. Bilim adamları, analistler ve mühendisler, trafik kazalarını, uçak kazalarını, pist atışlarını azaltarak milyonlarca hayatı kurtarmanın bir yolunu bulmak için bu ağları optimize etmeye çalışıyorlar.

Ağların bu tür graf temsillerini bulmak için graflar kullanılır, ancak verilerde her zaman çift kutuplu nütrosifik graflar kullanılarak ele alınabilecek bir belirsizlik ve belirsizlik derecesi vardır.

Çok kriterli karar verme, genellikle birbiriyle çelişen birden çok kriter varlığında karar vermeyi ifade eder. Çok kriterli karar verme problemleri günlük yaşamda yaygındır. Karar destek sistemlerinde riskin tanımlanması için çok kriterli karar verme yöntemini temsil eder. Önerilen metodoloji, çeşitli alanlarda farklı şekillerde uygulanabilir. Ancak asıl odak noktamız, aşağıdaki adımlarda açıklanan risk değerlendirmelerinin

belirlenmesidir. Çift kutuplu nütrosifik bilgi, $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ kriterlerine göre değerlendirilen $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ bir grup alternatiften oluşur. Burada r_i , $i = 1, 2, \dots, n$ c_k , $k = 1, 2, \dots, m$ ve r_{ik} kriterleri için olasılık çift kutuplu nütrosifik değerler şeklindedir. Bu yöntem, küçük bir veri setimiz varsa ve uzmanlar verileri çift kutuplu nütrosifik bilgi biçiminde değerlendirebiliyorsa uygundur. r_{ik} çift kutuplu nütrosifik graf için kullanacağımız veri tablosunda nedenlerin değeridir. r_{ik} nin değerleri şu şekilde alınır. $r_{ik} = (T_{ik}^+, I_{ik}^+, F_{ik}^+, T_{ik}^-, I_{ik}^-, F_{ik}^-)$. Çok kriterli karar verme uygulamasının adımları aşağıda verilmiştir.

Adım 1[33] Verilen verilerin tablolarını oluşturur.

Adım 2[33] Aşağıdaki çift kutuplu nütrosifik ortalama operatörünü kullanarak ortalama değerleri belirleyin,

$$A_i = \frac{1}{n} (\sum_{j=1}^m T_{ij}^+ - \prod_{j=1}^m T_{ij}^+, \prod_{j=1}^m I_{ij}^+, \prod_{j=1}^m F_{ij}^+, \prod_{j=1}^m T_{ij}^-, \sum_{j=1}^m I_{ij}^- - \prod_{j=1}^m I_{ij}^-, \sum_{j=1}^m F_{ij}^- - \prod_{j=1}^m F_{ij}^-), \text{ her biri için } i = 1, 2, \dots, n$$

Adım 3[33] Ağırlıklı ortalama matrisi oluşturur. $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ ağırlık vektörünü seçin. Her bir alternatif için ağırlıklara göre, ağırlıklı tablo, her ortalama değeri karşılık gelen ağırlık ile aşağıdaki şekilde çarpılarak hesaplanabilir:

$$\beta_i = A_i w_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Adım 4[33] Formülü kullanarak her bir alternatif β_i için normalleştirilmiş değeri hesaplayın,

$$\alpha_i = \sqrt{(T_i^+)^2 + (I_i^+)^2 + (F_i^+)^2 + (1 - T_i^-)^2 + (-1 + I_i^-)^2 + (-1 + F_i^-)^2} \quad (3)$$

Her $i = 1, 2, \dots, n$ için ortaya çıkan tablo, alternatiflerin maksimum α_i değeri ile tercih sıralamasının en tehlikeli veya daha çok tercih edildiğini gösterir.

Adım 5[35] Graf şemasını çizerken A_i grafın köşelerini, r_{ik} grafın kenarlarını belirtir.

Örnek 2.4.1.19 Kimya endüstrisi insan toplumunun çok önemli bir parçasıdır. Bu endüstriler çok miktarda organik ve inorganik kimyasallar ve malzemeler içerir. Birçok kimyasal ürün yanıcı maddeler, büyük patlamalar, oksijen yetersizliği vb. nedeniyle yüksek yangın riskine sahiptir. Bu kazalar, çalışanların ölümüne, bina hasarlarına, makinelerin ve nakliye araçlarının tahrip olmasına, ekonomik kayıplara

vb. neden olabileceğinden, ateş, büyük patlama ve oksijen yetersizliği risklerini tespit ederek bu kazara kayıpları önlemek çok önemlidir.

Y bir kimya endüstrisi yöneticisi olsun. Geçmişte şirkette büyük kayıplara neden olan kazaları önlemek istiyor. Tanık raporlarından, araştırma ekiplerinden ve yakındaki kimya endüstrilerinden veri topladı ve ana nedenleri belirledi. Kimyasal reaksiyonlar, Oksitleyici malzemeler, Toksik maddeler, Elektrik tehlikeleri vb.

Tablo 2.7 Çift Kutuplu Nötrosifik Veri Tablosu

	Ateş	Oksijen Yetersizliği	Büyük Patlama
Kimyasal Reaksiyonlar	(0.5,0.7,0.2,-0.1,-0.4,-0.3)	(0.6,0.8,0.2,-0.1,-0.1,-0.1)	(0.9,0.1,0.7,-0.4,-0.4,-0.4)
Oksitleyici Malzemeler	(0.8,0.3,0.2,-0.5,-0.1,-0.9)	(0.3,0.3,0.2,-0.1,-0.4,-0.9)	(0.5,0.6,0.7,-0.8,-0.9,-0.1)
Toksit Maddeler	(0.8,0.2,0.6,-0.5,-0.4,-0.3)	(0.4,0.5,0.7,-0.1,-0.2,-0.3)	(0.1,0.2,0.3,-0.4,-0.5,-0.6)
Elektrik Tehlikesi	(0.7,0.9,0.1,-0.3,-0.5,-0.7)	(0.2,0.4,0.6,-0.8,-0.1,-0.1)	(0.7,0.7,0.5,-0.3,-0.4,-0.8)

Y şirketinin eski kazaları ile ilgili çift kutuplu nötrosifik bilgileri Tablo 2.7 de verilmiştir. Tablo 2.7 de çift kutuplu nötrosifik ortalama operatörü uygulayarak bulunan ortalama değerler Tablo 2.8 de verilmiştir.

Tablo 2.8 Çift Kutuplu Nötrosifik Ortalama Değer Tablosu

	Ortalama Değer
--	----------------

Kimyasal Reaksiyonlar	(0.576,0.018,0.009,-0.001,-0.294,-0.262)
Oksitleyici Malzemeler	(0.493,0.018,0.009,-0.013,-0.454,-0.606)
Toksit Maddeler	(0.422,0.006,0.028,-0.006,-0.353,-0.382)
Elektrik Tehlikesi	(0.500,0.084,0.010,-0.024,-0.326,-0.514)

Her kaza nedeni ile ilişkili ağırlık vektörü (0.40, 0.80, 0.30, 0.20) ile ilgili olarak, ağırlıklı ortalama değerler, her bir ortalama değer karşılık gelen ağırlıkla çarpılmasıyla elde edilir ve Tablo 2.9 da verilir.

Tablo 2.9 Çift Kutuplu Nötrosifik Ağırlıklı Ortalama Değer Tablosu

	Ortalama Değer
Kimyasal Reaksiyonlar	(0.1904,0.0072,0.0036,-0.0004,-0.1176,-0.1048)
Oksitleyici Malzemeler	(0.3944,0.0144,0.0072,-0.0104,-0.3632,-0.4848)
Toksit Maddeler	(0.1266,0.0018,0.0084,-0.0018,-0.1059,-0.1146)
Elektrik Tehlikesi	(0.1,0.0168,0.002,-0.0048,-0.0652,-0.1028)

Normalleştirilmiş değerler Tablo 2.10 de gösterilmektedir.

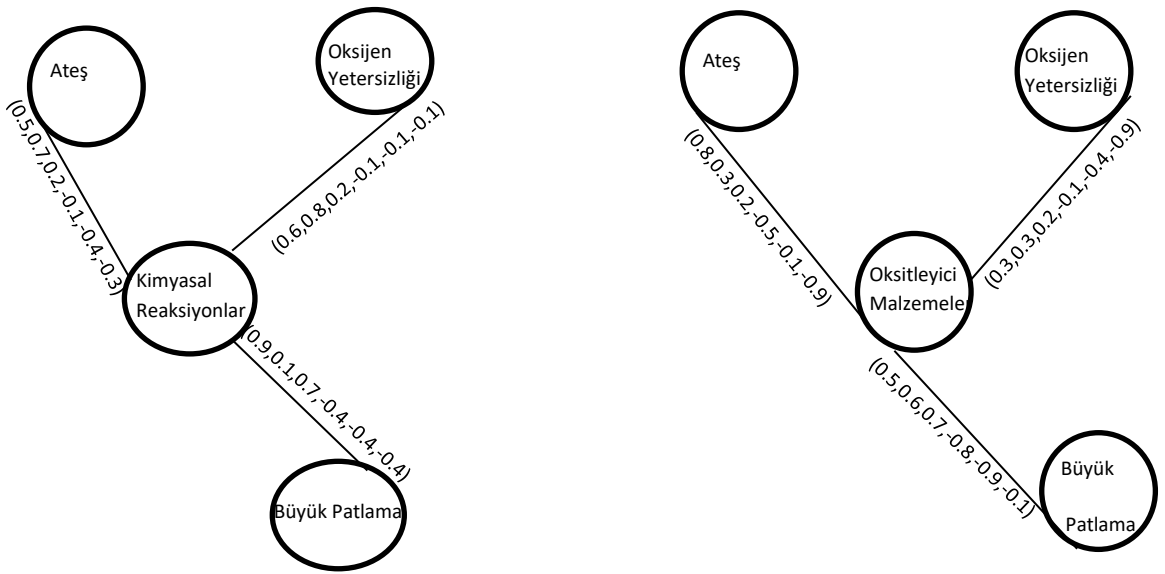
Tablo 2.10 Normalleştirilmiş Değerler Tablosu

	Normalleştirilmiş Değerler
Kimyasal Reaksiyonlar	1.8726
Oksitleyici Malzemeler	2.2890
Toksit Maddeler	1.8668
Elektrik Tehlikesi	1.8359

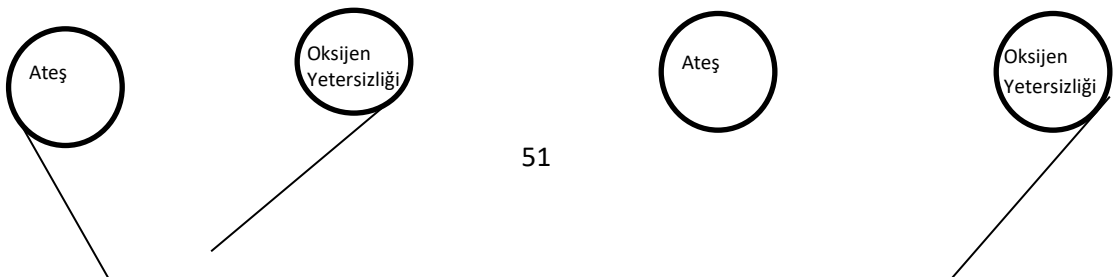
Kaza olasılıkları aşağıdaki sıraya göre yerleştirilebilir: oksitleyen malzemeler > kimyasal reaksiyonlar > toksit maddeler > elektrik tehlikesi .Burada sembol

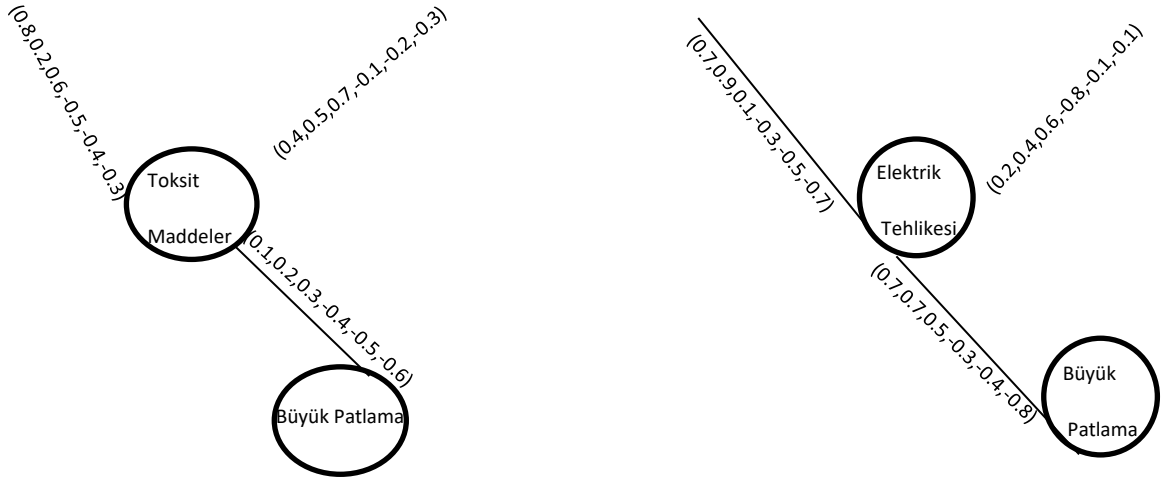
nesnelerin kısmi sırasını temsil eder. Oksitleyen malzemeler ve kimyasal reaksiyonlar kimya endüstrisi için en büyük tehlikeler olduğu kolaylıkla görülebilmektedir. Elektrik tehlikesi nedeniyle çok az tehlike vardır. Bu nedenle endüstri, oksitleyen malzemelerin meydana geldiği büyük tehlikeleri önlemek için özel önlemlere ihtiyaç duyar.

Graf teorisi problemin çözümünde bağlantılar kurarak en kısa yoldan sonuca kolayca ulaşmamızı sağlar. Bu örneğin graf şemasında Kimyasal Reaksiyonlar, Oksitletici Malzemeler, Toksik Maddeler, Elektrik Tehlikesi grafın köşelerini; Ateş, Oksijen Yetersizliği ve Büyük Patlama grafın kenarlarını belirtir. Graf şeması aşağıdaki gibidir.



Şekil 2.15 Çift Kutuplu Nötrosifik Graf





Şekil 2.15 (devamı) Çift Kutuplu Nötrosofik Graf

2.4.2[33] Çift Kutuplu Nötrosofik Çizgi Grafları

Tanım 2.4.2.1[33] $G^* = (X, E)$ kesin graf ve $L(G^*) = (Y, Z)$ G^* in çizgi grafi olsun. $A_1 = (T_{A_1}^+, I_{A_1}^+, F_{A_1}^+, T_{A_1}^-, I_{A_1}^-, F_{A_1}^-)$ ve $B_1 = (T_{B_1}^+, I_{B_1}^+, F_{B_1}^+, T_{B_1}^-, I_{B_1}^-, F_{B_1}^-)$ sırasıyla A ve E üzerinde çift kutuplu nötrosofik kümeler olsun. $A_2 = (T_{A_2}^+, I_{A_2}^+, F_{A_2}^+, T_{A_2}^-, I_{A_2}^-, F_{A_2}^-)$ ve $B_2 = (T_{B_2}^+, I_{B_2}^+, F_{B_2}^+, T_{B_2}^-, I_{B_2}^-, F_{B_2}^-)$ sırasıyla Y ve Z üzerinde çift kutuplu nötrosofik kümeler olsun. O zaman $G = (A_1, B_1)$ çift kutuplu nötrosofik grafının $L(G) = (A_2, B_2)$ çift kutuplu bir nötrosofik çizgi grafi, $\forall S_x, S_y \in Y, S_x S_y \in Z$ için aşağıdaki koşulları sağlar.

$$i. T_{A_2}^+(S_x) = T_{B_1}^+(x) = T_{B_1}^+(u_x v_x), T_{A_2}^-(S_x) = T_{B_1}^-(x) = T_{B_1}^-(u_x v_x),$$

$$ii. I_{A_2}^+(S_x) = I_{B_1}^+(x) = I_{B_1}^+(u_x v_x), I_{A_2}^-(S_x) = I_{B_1}^-(x) = I_{B_1}^-(u_x v_x),$$

$$iii. F_{A_2}^+(S_x) = F_{B_1}^+(x) = F_{B_1}^+(u_x v_x), F_{A_2}^-(S_x) = F_{B_1}^-(x) = F_{B_1}^-(u_x v_x),$$

$$iv. T_{B_2}^+(S_x S_y) = T_{B_1}^+(x) \wedge T_{B_1}^+(y), T_{B_2}^-(S_x S_y) = T_{B_1}^-(x) \vee T_{B_1}^-(y),$$

$$v. I_{B_2}^+(S_x S_y) = I_{B_1}^+(x) \wedge I_{B_1}^+(y), I_{B_2}^-(S_x S_y) = I_{B_1}^-(x) \vee I_{B_1}^-(y),$$

$$vi. F_{B_2}^+(S_x S_y) = F_{B_1}^+(x) \vee F_{B_1}^+(y), F_{B_2}^-(S_x S_y) = F_{B_1}^-(x) \wedge F_{B_1}^-(y),$$

Örnek 2.4.2.2[33] A , Tablo 2.11 de verilen $X = \{a, b, c, d, e\}$ üzerinde bir çift kutuplu nötrosofik küme ve B , Tablo 2.12 de verilen X üzerinde bir çift kutuplu nötrosofik bağıntı olsun. Şekil 2.16 de gösterildiği gibi $G = (A, B)$ grafının çift kutuplu bir

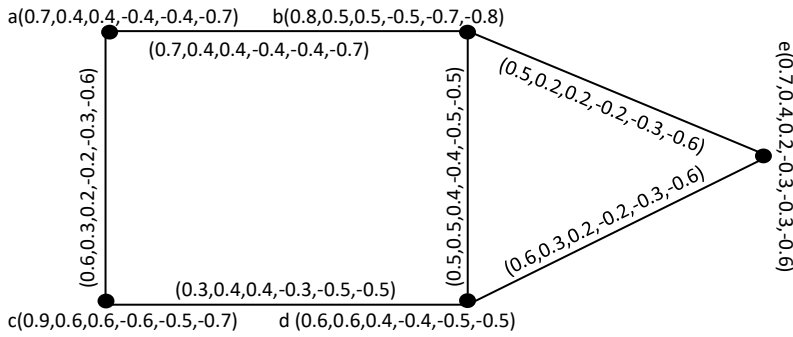
nötrosofik graf olduğu görülebilir. Şekil 2.16 deki çift kutuplu nötrosofik çizgi grafı, Şekil 2.17 de gösterilmektedir.

Tablo 2.11 A Çift Kutuplu Nötrosofik Küme

$x \in X$	$A(x)$
a	(0.7,0.4,0.4,-0.4,-0.4,-0.7)
b	(0.8,0.5,0.5,-0.5,-0.7,-0.8)
c	(0.9,0.6,0.6,-0.6,-0.5,-0.7)
d	(0.6,0.6,0.4,-0.4,-0.5,-0.5)
e	(0.7,0.4,0.2,-0.3,-0.3,-0.6)

Tablo 2.12 B Çift Kutuplu Nötrosofik Bağını

$xy \in X \times X$	$B(xy)$
ab	(0.7,0.4,0.4,-0.4,-0.4,-0.7)
ac	(0.6,0.3,0.2,-0.2,-0.3,-0.6)
be	(0.5,0.2,0.2,-0.2,-0.3,-0.6)
bd	(0.5,0.5,0.4,-0.4,-0.5,-0.5)
cd	(0.3,0.4,0.4,-0.3,-0.5,-0.5)
de	(0.6,0.3,0.2,-0.2,-0.3,-0.6)



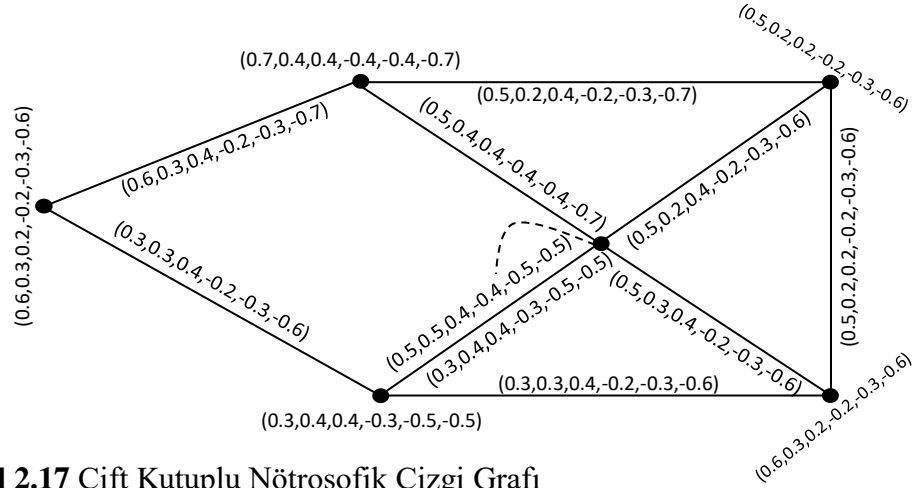
Şekil 2.16 G Çift Kutuplu Nötrosofik Graf

Önerme 2.4.2.3[33] $G = (A_1, B_1)$ çift kutuplu nötrosofik graf olsun. $G = (A_1, B_1)$ grafı $L(G) = (A_2, B_2)$ grafının çift kutuplu bir nötrosofik çizgi grafıdır $S_x, S_y \in Y$ için aşağıdaki koşullar sağlanır.

$$T_{B_2}^+(S_x S_y) = T_{A_2}^+(S_x) \wedge T_{A_2}^+(S_y), \quad T_{B_2}^-(S_x S_y) = T_{A_2}^-(S_x) \vee T_{A_2}^-(S_y),$$

$$I_{B_2}^+(S_x S_y) = I_{A_2}^+(S_x) \wedge I_{A_2}^+(S_y), \quad I_{B_2}^-(S_x S_y) = I_{A_2}^-(S_x) \vee I_{A_2}^-(S_y),$$

$$F_{B_2}^+(S_x S_y) = F_{A_2}^+(S_x) \vee F_{A_2}^+(S_y), \quad F_{B_2}^-(S_x S_y) = F_{A_2}^-(S_x) \wedge F_{A_2}^-(S_y)$$



Şekil 2.17 Çift Kutuplu Nötrosofik Çizgi Grafi

Tanım 2.4.2.4[33] $G_1 = (A_1, B_1)$ ve $G_2 = (A_2, B_2)$ çift kutuplu nötrosofik graf olsun. $\psi : X_1 \rightarrow X_2$, her $x_1 \in X_1$, $x_1 y_1 \in E_1$ için $\psi : G_1 \rightarrow G_2$ aşağıdaki durumları sağlar ise homomorfizm olarak adlandırılır:

$$(a) \begin{cases} T_{A_1}^+(x_1) \leq T_{A_2}^+(\psi(x_1)), & I_{A_1}^+(x_1) \leq I_{A_2}^+(\psi(x_1)), & F_{A_1}^+(x_1) \leq F_{A_2}^+(\psi(x_1)) \\ T_{A_1}^-(x_1) \geq T_{A_2}^-(\psi(x_1)), & I_{A_1}^-(x_1) \geq I_{A_2}^-(\psi(x_1)), & F_{A_1}^-(x_1) \geq F_{A_2}^-(\psi(x_1)) \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} T_{B_1}^+(x_1 y_1) \leq T_{B_2}^+(\psi(x_1) \psi(y_1)), & T_{B_1}^-(x_1 y_1) \geq T_{B_2}^-(\psi(x_1) \psi(y_1)), \\ I_{B_1}^+(x_1 y_1) \leq I_{B_2}^+(\psi(x_1) \psi(y_1)), & I_{B_1}^-(x_1 y_1) \geq I_{B_2}^-(\psi(x_1) \psi(y_1)), \\ F_{B_1}^+(x_1 y_1) \leq F_{B_2}^+(\psi(x_1) \psi(y_1)), & F_{B_1}^-(x_1 y_1) \geq F_{B_2}^-(\psi(x_1) \psi(y_1)), \end{cases}$$

Çift kutuplu nötrosofik grafların $\psi : G_1 \rightarrow G_2$ birebir ve örten homomorfizması zayıf tepe izomorfizmdir ve her $x_1 \in X_1$ ve $\psi : G_1 \rightarrow G_2$ için zayıf çizgi izomorfizm denir.

$$(c) \begin{cases} T_{A_1}^+(x_1) = T_{A_2}^+(\psi(x_1)), & I_{A_1}^+(x_1) = I_{A_2}^+(\psi(x_1)), & F_{A_1}^+(x_1) = F_{A_2}^+(\psi(x_1)) \\ T_{A_1}^-(x_1) = T_{A_2}^-(\psi(x_1)), & I_{A_1}^-(x_1) = I_{A_2}^-(\psi(x_1)), & F_{A_1}^-(x_1) = F_{A_2}^-(\psi(x_1)) \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} T_{B_1}^+(x_1 y_1) = T_{B_2}^+(\psi(x_1)\psi(y_1)), & T_{B_1}^-(x_1 y_1) = T_{B_2}^-(\psi(x_1)\psi(y_1)), \\ I_{B_1}^+(x_1 y_1) = I_{B_2}^+(\psi(x_1)\psi(y_1)), & I_{B_1}^-(x_1 y_1) = I_{B_2}^-(\psi(x_1)\psi(y_1)), \\ F_{B_1}^+(x_1 y_1) = F_{B_2}^+(\psi(x_1)\psi(y_1)), & F_{B_1}^-(x_1 y_1) = F_{B_2}^-(\psi(x_1)\psi(y_1)), \end{cases}$$

İki çift kutuplu nütrosifik graf G_1 ve G_2 'nin zayıf izomorfizmi $\psi : G_1 \rightarrow G_2$, birebir ve örten homomorfizmadır ve (c) ve (d) yi karşılar. Zayıf izomorfizm, kenarların ağırlıklarını koruyamaz, ancak köşelerin ağırlıklarını korur.

Önerme 2.4.2.5[33] G_1 ve G_2 çift kutuplu nütrosifik graflarının zayıf izomorfizmi, \widehat{G}_1 ve \widehat{G}_2 kesin grafları arasındaki bir izomorfizmdir.

Teorem 2.4.2.6[33] $G = (A_1, B_1)$ çift kutuplu nütrosifik grafa karşılık gelen $L(G) = (A_2, B_2)$ çift kutuplu nütrosifik çizgi grafi olsun.

(i) Ancak ve ancak G^* döngüsel bir graf ve $\forall v \in X, x \in E$ ise, G ve $L(G)$ arasında bir zayıf izomorfizm vardır,

$$\begin{aligned} T_{A_1}^+(v) &= T_{B_1}^+(x), & I_{A_1}^+(v) &= I_{B_1}^+(x), & F_{A_1}^+(v) &= F_{B_1}^+(x) \\ T_{A_1}^-(v) &= T_{B_1}^-(x), & I_{A_1}^-(v) &= I_{B_1}^-(x), & F_{A_1}^-(v) &= F_{B_1}^-(x) \end{aligned}$$

yani $A_1 = (T_{A_1}^+, I_{A_1}^+, F_{A_1}^+, T_{A_1}^-, I_{A_1}^-, F_{A_1}^-)$ ve $B_1 = (T_{B_1}^+, I_{B_1}^+, F_{B_1}^+, T_{B_1}^-, I_{B_1}^-, F_{B_1}^-)$, sırasıyla A ve E kümelerinde aynı değeri alan sabit fonksiyonlardır.

(ii) ψ, G ve $L(G)$ arasında zayıf bir izomorfizm ise, ψ bir izomorfizmdir.

İspat $\psi : G \Rightarrow L(G)$ zayıf izomorfizmi düşünelim. Önerme 2.4.2.5 e göre, $G^* = (V, E)$ bir döngüdür. $X = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ve $E = \{x_1 = v_1 v_2, x_2 = v_2 v_3, \dots, x_n = v_n v_1\}$, burada $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ bir döngüdür. Çift kutuplu nütrosifik kümeleri aşağıdaki gibidir.

$$T_{A_1}^+(v_i) = s_i, \quad I_{A_1}^+(v_i) = s_i', \quad F_{A_1}^+(v_i) = s_i''$$

$$T_{A_1}^-(v_i) = t_i, \quad I_{A_1}^-(v_i) = t_i', \quad F_{A_1}^-(v_i) = t_i''$$

$$T_{B_1}^+(x_i) = T_{B_1}^+(v_i, v_{i+1}) = r_i$$

$$T_{B_1}^-(x_i) = T_{B_1}^-(v_i, v_{i+1}) = q_i$$

$$I_{B_1}^+(x_i) = I_{B_1}^+(v_i, v_{i+1}) = r_i'$$

$$I_{B_1}^-(x_i) = I_{B_1}^-(v_i, v_{i+1}) = q_i'$$

$$F_{B_1}^+(x_i) = F_{B_1}^+(v_i, v_{i+1}) = r_i''$$

$$F_{B_1}^-(x_i) = F_{B_1}^-(v_i, v_{i+1}) = q_i''$$

$i = 1, 2, \dots, n$ için

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= v_1 \cdot s''_{n+1} = s_1'', & s'_{n+1} &= s_1', & s_{n+1} &= s_1, \\ t''_{n+1} &= t_1'', & t'_{n+1} &= t_1', & t_{n+1} &= t_1 \end{aligned}$$

$$r_i \leq s_i \wedge s_{i+1}, \quad r_i' \leq s_i' \wedge s_{i+1}', \quad r_i'' \leq s_i'' \vee s_{i+1}'', \quad (4)$$

$$q_i \geq t_i \vee t_{i+1}, \quad q_i' \geq t_i' \vee t_{i+1}', \quad q_i'' \geq t_i'' \wedge t_{i+1}'', \quad (5)$$

$$X = \{S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}, \dots, S_{x_n}\}, \quad Y = \{S_{x_1}S_{x_2}, S_{x_2}S_{x_3}, \dots, S_{x_n}S_{x_1}\}.$$

$1 \leq i \leq n$ için $r_{n+1} = r_1$ elde ederiz.

$$T_{A_2}^+(S_{x_i}) = T_{B_1}^+(x_i) = r_i \quad I_{A_2}^+(S_{x_i}) = I_{B_1}^+(x_i) = r_i' \quad F_{A_2}^+(S_{x_i}) = F_{B_1}^+(x_i) = r_i''$$

$$T_{B_2}^+(S_{x_i}S_{x_{i+1}}) = T_{B_1}^+(x_i) \wedge T_{B_1}^+(x_{i+1}) = r_i \wedge r_{i+1},$$

$$I_{B_2}^+(S_{x_i}S_{x_{i+1}}) = I_{B_1}^+(x_i) \wedge I_{B_1}^+(x_{i+1}) = r_i' \wedge r_{i+1}',$$

$$F_{B_2}^+(S_{x_i}S_{x_{i+1}}) = F_{B_1}^+(x_i) \vee F_{B_1}^+(x_{i+1}) = r_i'' \vee r_{i+1}'',$$

Böylece $q_{n+1} = q_1$ için elde ederiz.

$$T_{A_2}^-(S_{x_i}) = T_{B_1}^-(x_i) = q_i \quad I_{A_2}^-(S_{x_i}) = I_{B_1}^-(x_i) = q_i' \quad F_{A_2}^-(S_{x_i}) = F_{B_1}^-(x_i) = q_i''$$

$$T_{B_2}^-(S_{x_i}S_{x_{i+1}}) = T_{B_1}^-(x_i) \vee T_{B_1}^-(x_{i+1}) = q_i \vee q_{i+1},$$

$$I_{B_2}^-(S_{x_i}S_{x_{i+1}}) = I_{B_1}^-(x_i) \vee I_{B_1}^-(x_{i+1}) = q_i' \vee q_{i+1}',$$

$$F_{B_2}^-(S_{x_i}S_{x_{i+1}}) = F_{B_1}^-(x_i) \wedge F_{B_1}^-(x_{i+1}) = q_i'' \wedge q_{i+1}'',$$

$1 \leq i \leq n$, $v_{n+1} = v_1$ için.

ψ , \hat{G} 'nin $L(G^*)$ üzerine izomorfizmi olduğundan, ψ , A nın Y üzerine bir birebir ve örten fonksiyondur. Ayrıca ψ komşuluğu korur. Dolayısıyla ψ , $\{1, 2, \dots, n\}$ değerinde bir π' permütasyonuna neden olur, öyle ki

$$\psi(v_i) = S_{v_{\pi'(i)}} v_{\pi'(i)+1}$$

$$v_i v_{i+1} \rightarrow \psi(v_i) \psi(v_{i+1}) = S_{v_{\pi'(i)}} v_{\pi'(i)+1} S_{v_{\pi'(i+1)}} v_{\pi'(i+1)+1}, \quad 1 \leq i \leq n-1$$

Böylece $1 \leq i \leq n$ için şu sonuca varıyoruz:

$$s_i = T_{A_1}^+(v_i) \leq T_{A_2}^+(\psi(v_i)) = T_{A_2}^+(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}}) = T_{B_1}^+(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) = r_{\pi'(i)}$$

$$s_i' = I_{A_1}^+(v_i) \leq I_{A_2}^+(\psi(v_i)) = I_{A_2}^+(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}}) = I_{B_1}^+(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) = r'_{\pi'(i)}$$

$$s_i'' = F_{A_1}^+(v_i) \leq F_{A_2}^+(\psi(v_i)) = F_{A_2}^+(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}}) = F_{B_1}^+(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) = r''_{\pi'(i)}$$

$$t_i = T_{A_1}^-(v_i) \geq T_{A_2}^-(\psi(v_i)) = T_{A_2}^-(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}}) = T_{B_1}^-(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) = q_{\pi'(i)}$$

$$t_i' = I_{A_1}^-(v_i) \geq I_{A_2}^-(\psi(v_i)) = I_{A_2}^-(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}}) = I_{B_1}^-(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) = q'_{\pi'(i)}$$

$$t_i'' = F_{A_1}^-(v_i) \geq F_{A_2}^-(\psi(v_i)) = F_{A_2}^-(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}}) = F_{B_1}^-(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) = q''_{\pi'(i)}$$

$$\begin{aligned} r_i &= T_{B_1}^+(v_i v_{i+1}) \leq T_{B_2}^+(\psi(v_i)\psi(v_{i+1})) \\ &= T_{B_2}^+(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}} S_{v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}}) \\ &= T_{B_1}^+(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) \wedge T_{B_1}^+(v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}) \\ &= r_{\pi'(i)} \wedge r_{\pi'(i+1)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_i' &= I_{B_1}^+(v_i v_{i+1}) \leq I_{B_2}^+(\psi(v_i)\psi(v_{i+1})) \\ &= I_{B_2}^+(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}} S_{v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}}) \\ &= I_{B_1}^+(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) \wedge I_{B_1}^+(v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}) \\ &= r'_{\pi'(i)} \wedge r'_{\pi'(i+1)}. \end{aligned}$$

Benzer şekilde

$$r_i'' = F_{B_1}^+(v_i v_{i+1}) \leq F_{B_2}^+(\psi(v_i)\psi(v_{i+1}))$$

$$\begin{aligned}
&= F_{B_2}^+(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}} S_{v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}}) \\
&= F_{B_1}^+(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) \vee F_{B_1}^+(v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}) \\
&= r_{\pi'(i)}'' \vee r_{\pi'(i+1)}''.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_i = T_{B_1}^-(v_i v_{i+1}) &\geq T_{B_2}^-(\psi(v_i)\psi(v_{i+1})) \\
&= T_{B_2}^-(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}} S_{v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}}) \\
&= T_{B_1}^-(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) \vee T_{B_1}^-(v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}) \\
&= q_{\pi'(i)}' \vee q_{\pi'(i+1)}'.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_i' = I_{B_1}^-(v_i v_{i+1}) &\geq I_{B_2}^-(\psi(v_i)\psi(v_{i+1})) \\
&= I_{B_2}^-(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}} S_{v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}}) \\
&= I_{B_1}^-(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) \vee I_{B_1}^-(v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}) \\
&= q_{\pi'(i)}' \vee q_{\pi'(i+1)}'.
\end{aligned}$$

Benzer şekilde

$$\begin{aligned}
q_i'' = F_{B_1}^-(v_i v_{i+1}) &\geq F_{B_2}^-(\psi(v_i)\psi(v_{i+1})) \\
&= F_{B_2}^-(S_{v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}} S_{v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}}) \\
&= F_{B_1}^-(v_{\pi'(i)} v_{\pi'(i)+1}) \wedge F_{B_1}^-(v_{\pi'(i+1)} v_{\pi'(i+1)+1}) \\
&= q_{\pi'(i)}'' \wedge q_{\pi'(i+1)}''.
\end{aligned}$$

Buradan,

$$s_i \leq r_{\pi'(i)}', \quad s_i' \leq r_{\pi'(i)}'', \quad s_i'' \leq r_{\pi'(i)}''' \quad (6)$$

$$t_i \geq q_{\pi'(i)}', \quad t_i' \geq q_{\pi'(i)}'', \quad t_i'' \geq q_{\pi'(i)}''' \quad (7)$$

$$r_i \leq r_{\pi'_{(i)}} \wedge r_{\pi'_{(i+1)}}, \quad r'_i \leq r'_{\pi'_{(i)}} \wedge r'_{\pi'_{(i+1)}}, \quad r''_i \leq r''_{\pi'_{(i)}} \vee r''_{\pi'_{(i+1)}} \quad (8)$$

$$q_i \geq q_{\pi'_{(i)}} \vee q_{\pi'_{(i+1)}}, \quad q'_i \geq q'_{\pi'_{(i)}} \vee q'_{\pi'_{(i+1)}}, \quad q''_i \geq q''_{\pi'_{(i)}} \wedge q''_{\pi'_{(i+1)}} \quad (9)$$

Böylece tüm $1 \leq i \leq n$ için devam edersek

$$r_i \leq r_{\pi'_{(i)}}, \quad r'_i \leq r'_{\pi'_{(i)}}, \quad r''_i \leq r''_{\pi'_{(i)}},$$

$$q_i \geq q_{\pi'_{(i)}}, \quad q'_i \geq q'_{\pi'_{(i)}}, \quad q''_i \geq q''_{\pi'_{(i)}}$$

ve

$$r_{\pi'_{(i)}} \leq r_{\pi'(\pi'_{(i)})}, \quad r'_{\pi'_{(i)}} \leq r'_{\pi'(\pi'_{(i)})}, \quad r''_{\pi'_{(i)}} \leq r''_{\pi'(\pi'_{(i)})},$$

$$q_{\pi'_{(i)}} \geq q_{\pi'(\pi'_{(i)})}, \quad q'_{\pi'_{(i)}} \geq q'_{\pi'(\pi'_{(i)})}, \quad q''_{\pi'_{(i)}} \geq q''_{\pi'(\pi'_{(i)})}$$

elde ederiz .

$$r_i \leq r_{\pi'_{(i)}} \leq \dots \leq r_{\pi'_{(i)}} \leq r_i$$

$$r'_i \leq r'_{\pi'_{(i)}} \leq \dots \leq r'_{\pi'_{(i)}} \leq r'_i$$

$$r''_i \leq r''_{\pi'_{(i)}} \leq \dots \leq r''_{\pi'_{(i)}} \leq r''_i$$

$$q_i \geq q_{\pi'_{(i)}} \geq \dots \geq q_{\pi'_{(i)}} \geq q_i$$

$$q'_i \geq q'_{\pi'_{(i)}} \geq \dots \geq q'_{\pi'_{(i)}} \geq q'_i$$

$$q''_i \geq q''_{\pi'_{(i)}} \geq \dots \geq q''_{\pi'_{(i)}} \geq q''_i$$

π'^{j+1} , birim haritasıdır. $1 \leq i \leq n$ için

$$r_i = r_{\pi'_{(i)}}, \quad r'_i = r'_{\pi'_{(i)}}, \quad r''_i = r''_{\pi'_{(i)}},$$

$$q_i = q_{\pi'_{(i)}}, \quad q'_i = q'_{\pi'_{(i)}}, \quad q''_i = q''_{\pi'_{(i)}}.$$

Ancak (8) - (9) ile,

$$r_{n+1} = r_1, \quad r'_{n+1} = r'_1, \quad r''_{n+1} = r''_1,$$

$$q_{n+1} = q_1, \quad q'_{n+1} = q'_1, \quad q''_{n+1} = q''_1$$

ile birlikte ther $i = 1, 2, \dots, n$ için

$$\begin{aligned} r_i &= r_1, & r_i' &= r'_1, & r_i'' &= r''_1, \\ q_i &= q_1, & q_i' &= q'_1, & q_i'' &= q''_1 \end{aligned}$$

anlamına gelen

$$\begin{aligned} r_i &\leq r_{\pi'(i+1)} = r_{i+1}, & r_i' &\leq r'_{\pi'(i+1)} = r'_{i+1}, & r_i'' &\leq r''_{\pi'(i+1)} = r''_{i+1}, \\ q_i &\geq q_{\pi'(i+1)} = q_{i+1}, & q_i' &\geq q'_{\pi'(i+1)} = q'_{i+1}, & q_i'' &\geq q''_{\pi'(i+1)} = q''_{i+1} \end{aligned}$$

Dolayısıyla (4) - (7) ile şunu elde ederiz:

$$r_1 = \dots = r_n = s_1 = \dots = s_n$$

$$r'_1 = \dots = r'_n = s'_1 = \dots = s'_n$$

$$r''_1 = \dots = r''_n = s''_1 = \dots = s''_n$$

$$q_1 = \dots = q_n = t_1 = \dots = t_n$$

$$q'_1 = \dots = q'_n = t'_1 = \dots = t'_n$$

$$q''_1 = \dots = q''_n = t''_1 = \dots = t''_n$$

Böylece, A_1 ve B_1 in sabit fonksiyon olduğu sonucunu ortaya çıkar, (ii) nin geçerli olduğunu da gösterdik. (i) nin ters kısmı açıktır.

2.5 Çift Kutuplu Nötrosifik TOPSIS Metodu

Tanım 2.5.1:[30] Çift kutuplu nötrosifik TOPSIS yönteminin adımları şu şekilde açıklanmaktadır:

i) Her alternatif değeri n kritere göre tahmin edilir. Her bir alternatifin her bir kriter altındaki değeri çift kutuplu nötrosifik küme şeklinde verilir ve karar matrisinde şu şekilde ifade edilebilirler.

$$K = [k_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{m1} & k_{m2} & & k_{mn} \end{bmatrix}$$

$k_{ij} = \langle T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+, T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^- \rangle$ olur. Burada $T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+$ sırasıyla pozitif doğruluk, pozitif belirsizlik ve pozitif yanlışlık üyeliği derecesini temsil ederken, $T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^-$ sırasıyla negatif doğruluk, negatif belirsizlik ve negatif yanlışlık üyelik derecesini temsil eder, öyle ki $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ve $j = 1, 2, 3, \dots, n$ için $T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+ \in [0, 1]$, $T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^- \in [-1, 0]$ ve $0 \leq T_{ij}^+ + I_{ij}^+ + F_{ij}^+ - T_{ij}^- - I_{ij}^- - F_{ij}^- \leq 6$ olur.

ii) $0 \leq w_j \leq 1$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun.

iii) Birikmiş ağırlıklı çift kutuplu nütrosofik karar matrisi, özneliklerin ağırlıklarının toplu karar matrisiyle çarpılmasıyla aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$K \otimes W = [k_{ij}^{w_j}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} k_{11}^{w_1} & k_{12}^{w_2} & \dots & k_{1n}^{w_n} \\ k_{21}^{w_1} & k_{22}^{w_2} & \dots & k_{2n}^{w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1}^{w_1} & k_{m2}^{w_2} & \dots & k_{mn}^{w_n} \end{bmatrix}$$

Burada $k_{ij}^{w_j} = \langle T_{ij}^{w_j^+}, I_{ij}^{w_j^+}, F_{ij}^{w_j^+}, T_{ij}^{w_j^-}, I_{ij}^{w_j^-}, F_{ij}^{w_j^-} \rangle$ olur.

iv) Çift kutuplu nütrosofik bağıl pozitif ideal çözüm r^+ ve her iki nitelik türü için çift kutuplu nütrosofik bağıl negatif ideal çözüm r^- aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$r^+ = \left(\langle T_1^{w_1^+}, I_1^{w_1^+}, F_1^{w_1^+}, T_1^{w_1^-}, I_1^{w_1^-}, F_1^{w_1^-} \rangle \right. \\ \left. , \langle T_2^{w_2^+}, I_2^{w_2^+}, F_2^{w_2^+}, T_2^{w_2^-}, I_2^{w_2^-}, F_2^{w_2^-} \rangle \right. \\ \left. , \dots, \langle T_n^{w_n^+}, I_n^{w_n^+}, F_n^{w_n^+}, T_n^{w_n^-}, I_n^{w_n^-}, F_n^{w_n^-} \rangle \right)$$

$$r^- = \left(\langle T_1^{w_1^+}, I_1^{w_1^+}, F_1^{w_1^+}, T_1^{w_1^-}, I_1^{w_1^-}, F_1^{w_1^-} \rangle \right. \\ \left. , \langle T_2^{w_2^+}, I_2^{w_2^+}, F_2^{w_2^+}, T_2^{w_2^-}, I_2^{w_2^-}, F_2^{w_2^-} \rangle \right. \\ \left. , \dots, \langle T_n^{w_n^+}, I_n^{w_n^+}, F_n^{w_n^+}, T_n^{w_n^-}, I_n^{w_n^-}, F_n^{w_n^-} \rangle \right)$$

öyle ki, $j = 1, 2, 3, \dots, n$ için

$$r^+ = \langle T_j^{w_j^+}, I_j^{w_j^+}, F_j^{w_j^+}, T_j^{w_j^-}, I_j^{w_j^-}, F_j^{w_j^-} \rangle \\ \max(T_{ij}^{w_j^+}), \min(I_{ij}^{w_j^+}), \min(F_{ij}^{w_j^+}), \min(T_{ij}^{w_j^-}), \max(I_{ij}^{w_j^-}), \max(F_{ij}^{w_j^-})$$

Benzer şekilde, $j = 1, 2, 3, \dots, n$ için

$$r^- = \langle + T_j^{w_j^+}, + I_j^{w_j^+}, + F_j^{w_j^+}, + T_j^{w_j^-}, + I_j^{w_j^-}, + F_j^{w_j^-} \rangle$$

$$\min(T_{ij}^{w_j^+}), \max(I_{ij}^{w_j^+}), \max(F_{ij}^{w_j^+}), \max(T_{ij}^{w_j^-}), \min(I_{ij}^{w_j^-}), \min(F_{ij}^{w_j^-})$$

v) [34] Her alternatifin normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü

$$r^+ = \langle + T_j^{w_j^+}, + I_j^{w_j^+}, + F_j^{w_j^+}, + T_j^{w_j^-}, + I_j^{w_j^-}, + F_j^{w_j^-} \rangle \text{ için}$$

$$d_N(S_i, r^+) = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n \{ |T_{ij}^{w_j^+} - T_j^{w_j^+}| + |I_{ij}^{w_j^+} - I_j^{w_j^+}| + |F_{ij}^{w_j^+} - F_j^{w_j^+}| + |T_{ij}^{w_j^-} - T_j^{w_j^-}| + |I_{ij}^{w_j^-} - I_j^{w_j^-}| + |F_{ij}^{w_j^-} - F_j^{w_j^-}| \}$$

ve alternatifin normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü

$$r^- = \langle - T_j^{w_j^+}, - I_j^{w_j^+}, - F_j^{w_j^+}, - T_j^{w_j^-}, - I_j^{w_j^-}, - F_j^{w_j^-} \rangle \text{ için}$$

$$d_N(S_i, r^-) = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n \{ |T_{ij}^{w_j^+} - T_j^{w_j^+}| + |I_{ij}^{w_j^+} - I_j^{w_j^+}| + |F_{ij}^{w_j^+} - F_j^{w_j^+}| + |T_{ij}^{w_j^-} - T_j^{w_j^-}| + |I_{ij}^{w_j^-} - I_j^{w_j^-}| + |F_{ij}^{w_j^-} - F_j^{w_j^-}| \}$$

vi) Her alternatifin revize edilmiş yakınlık derecesi ρ_i olarak gösterilir ve formül kullanılarak hesaplanır.

$$\rho_{S_i} = \frac{d_N(S_i, r^-)}{d_N(S_i, r^-) + d_N(S_i, r^+)}, i = 1, 2, 3, \dots, m$$

vii) Alternatifler, artan sırasına göre sıralanır ve minimum seçim değerine sahip en iyi alternatif seçilir.

2.6 Çift Kutuplu Nötrosofik Hamming Uzaklık Ölçümü

Tanım 2.6.1[34] $a_1 = \langle T_1^+, I_1^+, F_1^+, T_1^-, I_1^-, F_1^- \rangle$ ve $a_2 = \langle T_2^+, I_2^+, F_2^+, T_2^-, I_2^-, F_2^- \rangle$ iki çift kutuplu nötrosofik sayı olsun. a_1 ve a_2 nin Hamming uzaklık ölçümü aşağıdaki gibidir.

$$h_d(a_1, a_2) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (|T_1^+ - T_2^+| + |I_1^+ - I_2^+| + |F_1^+ - F_2^+| + |T_1^- - T_2^-| + |I_1^- - I_2^-| + |F_1^- - F_2^-|)$$

BÖLÜM III

ÇİFT KUTUPLU TEK DEĞERLİ NÖTROSOFİK GRAFLAR ÜZERİNDE TOPSIS METODU VE UYGULAMALARI

Graf teorisi; matematik, mühendislik, bilişim gibi alanların birçok probleminin çözümünde kullanılan önemli konulardan biridir. Bundan dolayı graf teorisi ile temel sorunların neler olduğunu belirlemek, problemi çözmek, risk durumlarından en çok etkilenen veya tercih edilenleri bulabilmek ve ona göre bir tedavi, bir iyileştirme veya bir terapi uygulayabilmek karar verme uygulamalarının çözümünde kolaylık sağlayacaktır. İnsanların düşüncelerinde de çift kutupluluk söz konusudur yani pozitiflik ve negatiflik diyebiliriz. Bu yüzden verileri oluştururken çift kutuplu nütrosofik bilgiyi kullanmak daha doğru bir yaklaşım olup bizi sonuca daha çok yaklaştıracaktır.

Bu bölümde ilk kez bir problemin çözümünde çift kutuplu tek değerli nütrosofik graflar üzerinde TOPSIS metodu bir arada kullanıldı. Burada kullanacağımız yöntem akademik başarıyı etkileyen faktörlere yönelik bir uygulama ile açıklandı. Problemin çözümünde ise çift kutuplu nütrosofik TOPSIS metodu, yeni bir ortalama değer operatörü (genelleştirilmiş) ve çift kutuplu nütrosofik Hamming uzaklık ölçümü kullanıldı.

Algoritma 3.1[35]

Burada kullanılan yöntemin adımları anlatıldı ve örnek graf şeması aşağıda verildi.

ADIM 1: Her bir alternatifi her bir kriter altındaki değeri çift kutuplu nütrosofik küme şeklinde verilir ve karar matrisinde $k_{ij} = \langle T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+, T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^- \rangle$ şekilde ifade edilir. Burada $T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+$ sırasıyla pozitif doğruluk, pozitif belirsizlik ve pozitif yanlışlık üyeliği derecesini temsil ederken, $T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^-$ sırasıyla negatif doğruluk, negatif belirsizlik ve negatif yanlışlık üyelik derecesini temsil eder, öyle ki

$i = 1,2,3, \dots, m$ ve $j = 1,2,3, \dots, n$ için $T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+ \in [0,1]$, $T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^- \in [-1,0]$ ve $0 \leq T_{ij}^+ + I_{ij}^+ + F_{ij}^+ - T_{ij}^- - I_{ij}^- - F_{ij}^- \leq 6$ olur.

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & & a_{mn} \end{bmatrix}$$

A karar matrisinde a_{ij} grafın köşelerini belirtirken $k_{ij} = \langle T_{ij}^+, I_{ij}^+, F_{ij}^+, T_{ij}^-, I_{ij}^-, F_{ij}^- \rangle$ çift kutuplu nütrosifik değerleri grafın kenarlarıdır.

ADIM 2: Aşağıda belirtilen ortalama değer operatörü kullanılarak ortalama değer bulunur.

$$a_j = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (n - T_i^+), \sum_{i=1}^n (n - I_i^+), \sum_{i=1}^n (n - F_i^+), \sum_{i=1}^n (-n - T_i^-), \sum_{i=1}^n (-n - I_i^-), \sum_{i=1}^n (-n - F_i^-) \right]$$

($i = 1,2,3, \dots, n$ $j = 1,2,3, \dots, m$)

Bu ortalama değer operatörü sonucunda oluşan değerler $a_j = \langle T_j^+, I_j^+, F_j^+, T_j^-, I_j^-, F_j^- \rangle$ olsun. Burada

$$T_j^+ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (n - T_i^+), \quad I_j^+ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (n - I_i^+), \quad F_j^+ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (n - F_i^+),$$

$$T_j^- = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-n - T_i^-), \quad I_j^- = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-n - I_i^-), \quad F_j^- = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-n - F_i^-),$$

olarak hesaplanır.

ADIM 3: $0 \leq w_j \leq 1$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun.

ADIM 4: $\beta_j = a_j w_j$ olacak şekilde ağırlıklı ortalama değer matrisi oluşturulur.

ADIM 5: Çift kutuplu nütrosifik pozitif ideal çözüm r^+ ve çift kutuplu nütrosifik negatif ideal çözüm r^- aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$r^+ = \langle T_{ij}^+(\max), I_{ij}^+(\min), F_{ij}^+(\min), T_{ij}^-(\min), I_{ij}^-(\max), F_{ij}^-(\max) \rangle$$

$$r^- = \langle T_{ij}^+(\min), I_{ij}^+(\max), F_{ij}^+(\max), T_{ij}^-(\max), I_{ij}^-(\min), F_{ij}^-(\min) \rangle$$

($i = 1,2,3, \dots, n$ $j = 1,2,3, \dots, m$)

ADIM 6: Hamming uzaklık ölçümü $h_d(a_j, r^+)$ ve $h_d(a_j, r^-)$ değerleri hesaplanır.

$r^+ = \langle T_{ij}^+(\max), I_{ij}^+(\min), F_{ij}^+(\min), T_{ij}^-(\min), I_{ij}^-(\max), F_{ij}^-(\max) \rangle$ için

$$h_d(a_j, r^+) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n \{ |T_{aj}^+ - T_{r^+}^+| + |I_{aj}^+ - I_{r^+}^+| + |F_{aj}^+ - F_{r^+}^+| + |T_{aj}^- - T_{r^+}^-| + |I_{aj}^- - I_{r^+}^-| + |F_{aj}^- - F_{r^+}^-| \}$$

$r^- = \langle T_{ij}^+(\min), I_{ij}^+(\max), F_{ij}^+(\max), T_{ij}^-(\max), I_{ij}^-(\min), F_{ij}^-(\min) \rangle$ için

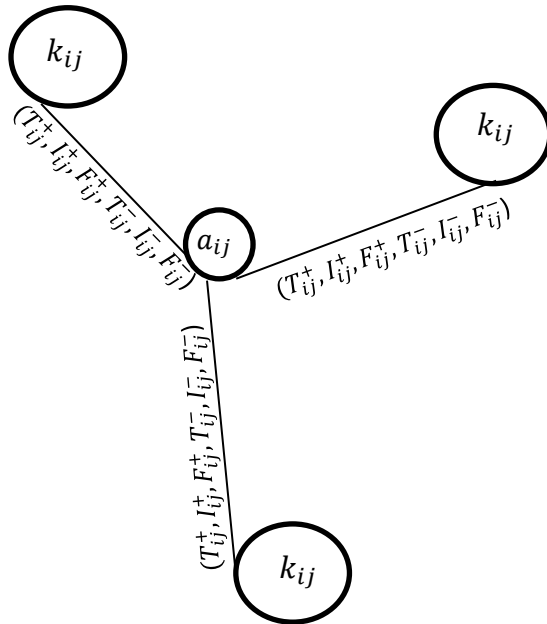
$$h_d(a_j, r^-) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n \{ |T_{aj}^+ - T_{r^-}^+| + |I_{aj}^+ - I_{r^-}^+| + |F_{aj}^+ - F_{r^-}^+| + |T_{aj}^- - T_{r^-}^-| + |I_{aj}^- - I_{r^-}^-| + |F_{aj}^- - F_{r^-}^-| \} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 1, 2, 3, \dots, m)$$

ADIM 7: Her alternatifin normalleştirilmiş ortalama değeri CC_j formülü ile hesaplanır.

$$CC_j = \frac{h_d(a_j, r^-)}{h_d(a_j, r^+) + h_d(a_j, r^-)} \quad (j = 1, 2, 3, \dots, m)$$

ADIM 8: Alternatifler, artan sırasına göre sıralanır ve minimum seçim değerine sahip en iyi alternatif seçilir.

ADIM 9: a_{ij} grafın köşelerini, k_{ij} grafın kenarlarını belirtir. Uygulamanın graf şeması aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.1 Çift Kutuplu Nötrosifik Graf Şeması Örneği

Uygulama 3.1[35]

Akademik başarı veya akademik performans bir öğrencinin, öğretmenin veya kurumun kısa veya uzun vadeli eğitim hedeflerine ulaşma derecesidir. Covid-19'un hayatımıza girmesiyle yaşanan pandemi döneminde uzaktan eğitim gören öğrencilerin çoğunda akademik başarılarının düştüğü gözlemlenmiştir. Dikkat eksikliği, kaygı bozuklukları, çevresel faktörler akademik başarıyı etkileyen faktörlerden birkaçıdır. 10. Sınıfta eğitim gören 5 öğrencinin akademik başarılarını etkileyen durumları incelemek için veriler toplanmıştır. Bu veriler doğrultusunda akademik başarıyı etkileyen durumlardan en çok etkilenen öğrencileri bulalım.

ADIM 1: Karar matrisi $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{bmatrix}_{5 \times 3}$ oluşturulur. Bu karar matrisinde

a_1 , grafın köşesini; Dikkat Eksikliği, Kaygı Bozuklukları, Çevresel Faktörler isimli nedenler grafın kenarlarını belirtir. Diğer köşeler için de aynısı geçerlidir.

Tablo 3.1 Çift Kutuplu Nötrosifik Veri Tablosu

	Dikkat Eksikliği	Kaygı Bozuklukları	Çevresel Faktörler
a_1	(0.5,0.7,0.2,-0.1,-0.4,-0.3)	(0.6,0.8,0.2,-0.1,-0.1,-0.1)	(0.9,0.1,0.7,-0.4,-0.4,-0.4)
a_2	(0.8,0.3,0.2,-0.5,-0.1,-0.9)	(0.3,0.3,0.2,-0.1,-0.4,-0.9)	(0.5,0.6,0.7,-0.8,-0.9,-0.1)
a_3	(0.8,0.2,0.4,-0.5,-0.4,-0.3)	(0.4,0.5,0.7,-0.1,-0.2,-0.3)	(0.1,0.2,0.3,-0.4,-0.5,-0.6)
a_4	(0.7,0.9,0.1,-0.3,-0.5,-0.7)	(0.2,0.4,0.6,-0.8,-0.1,-0.1)	(0.7,0.7,0.5,-0.3,-0.4,-0.8)
a_5	(0.2,0.7,0.4,-0.3,-0.5,-0.2)	(0.1,0.8,0.2,-0.3,-0.9,-0.4)	(0.5,0.6,0.7,-0.2,-0.8,-0.1)

ADIM 2: Aşağıda belirtilen ortalama değer operatörü kullanılarak ortalama değer bulunur.

$$a_j = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (n - T_i^+), \sum_{i=1}^n (n - I_i^+), \sum_{i=1}^n (n - F_i^+), \sum_{i=1}^n (-n - T_i^-), \sum_{i=1}^n (-n - I_i^-), \sum_{i=1}^n (-n - F_i^-) \right]$$

$(i = 1,2,3, \dots, n \quad j = 1,2,3, \dots, m)$

Tablo 3.2 Çift Kutuplu Nötrosifik Ortalama Değer Tablosu

	Ortalama Değer
a_1	(0.33,0.46,0.63,-0.80,-0.70,-0.73)
a_2	(0.46,0.60,0.63,-0.53,-0.53,-0.36)
a_3	(0.56,0.70,0.53,-0.66,-0.63,-0.60)
a_4	(0.46,0.33,0.60,-0.53,-0.66,-0.46)
a_5	(0.73,0.30,0.56,-0.73,-0.26,-0.76)

ADIM 3: $\sum_{j=1}^m w_j = 1$ ve $0 \leq w_j \leq 1$ ($j = 1,2,3, \dots, m$) olacak şekilde ağırlık vektörü $w = (0.02,0.05,0.20,0.45,0.28)$ olsun.

ADIM 4: $\beta_j = a_j w_j$ olacak şekilde ağırlıklı ortalama değer matrisi oluşturulur.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= a_1 w_1 = 0.02 \cdot (0.33, 0.46, 0.63, -0.80, -0.70, -0.73) \\ &= (0.0066, 0.0092, 0.0126, -0.016, -0.014, -0.0146) \end{aligned}$$

Diğer değerlerde benzer şekilde hesaplanır.

Tablo 3.3 Çift Kutuplu Nötrosifik Ağırlıklı Ortalama Değer Tablosu

	Ağırlıklı Ortalama Değer
a_1	(0.0066,0.0092,0.0126,-0.016,-0.014,-0.0146)
a_2	(0.023,0.030,0.018,-0.0265,-0.0265,-0.018)
a_3	(0.112,0.14,0.106,-0.132,-0.126,-0.12)
a_4	(0.207,0.1485,0.25,-0.2385,-0.297,-0.207)
a_5	(0.2044,0.084,0.1568,-0.2044,-0.0728,-0.2128)

ADIM 5: r^+ pozitif ideal çözüm ve r^- negatif ideal çözüm değerleri bulunur.

$$r^+ = \langle 0.9, 0.1, 0.1, -0.8, -0.1, -0.1 \rangle$$

$$r^- = \langle 0.1, 0.9, 0.7, -0.1, -0.9, -0.9 \rangle$$

ADIM 6: Hamming uzaklık ölçümü $h_d(a_j, r^+)$ ve $h_d(a_j, r^-)$ değerleri hesaplanır.

$$\begin{aligned} h_d(a_1, r^+) &= \frac{1}{6} \{ |0.0066 - 0.9| + |0.0092 - 0.1| + |0.0126 - 0.1| \\ &\quad + |-0.016 + 0.8| + |-0.014 + 0.1| + |-0.0146 + 0.1| \} \\ &= \frac{1}{6} \{ 0.8934 + 0.908 + 0.874 + 0.784 + 0.86 + 0.854 \} \\ &= 0.8622 \end{aligned}$$

Diğer değerlerde benzer şekilde hesaplanır.

$$h_d(a_1, r^+) = 0.8622$$

$$h_d(a_1, r^-) = 0.5878$$

$$h_d(a_2, r^+) = 0.3263$$

$$h_d(a_2, r^-) = 0.5763$$

$$h_d(a_3, r^+) = 0.2580$$

$$h_d(a_3, r^-) = 0.4920$$

$$h_d(a_4, r^+) = 0.2928$$

$$h_d(a_4, r^-) = 0.4571$$

$$h_d(a_5, r^+) = 0.2652$$

$$h_d(a_5, r^-) = 0.5103$$

ADIM 7: Hamming uzaklık ölçümüyle bulunan değerler TOPSIS yöntemini kullanarak normelleştirilmiş ortalama değeri hesaplanır ve tablosu oluşturulur.

$$CC_1 = \frac{0.5878}{0.8622+0.5878} = \frac{0.5878}{1.45} = 0.4053$$

Diğer değerlerde benzer şekilde hesaplanır.

$$CC_1 = 0.4053$$

$$CC_2 = 0.6384$$

$$CC_3 = 0.6560$$

$$CC_4 = 0.6095$$

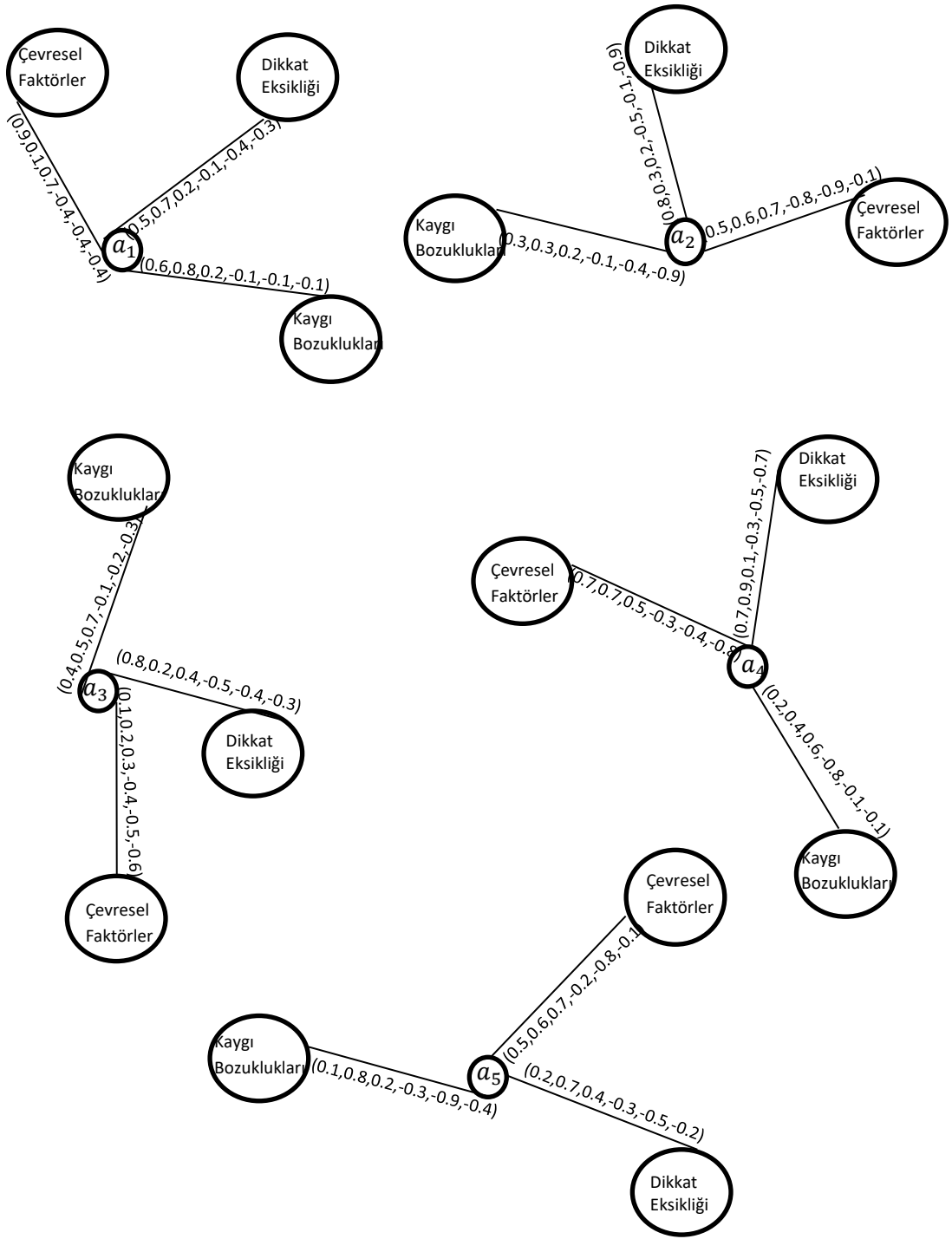
$$CC_5 = 0.6580$$

Tablo 3.4 Normalleştirilmiş Değerler Tablosu

		Normalleştirilmiş Ortalama Değer
a_1	CC_1	0.4053
a_2	CC_2	0.6384
a_3	CC_3	0.6560
a_4	CC_4	0.6095
a_5	CC_5	0.6580

ADIM 8: Buradan $a_5 > a_3 > a_2 > a_4 > a_1$ olur. Akademik başarıyı etkileyen faktörlerden en çok a_5 ve a_3 etkilenirken en az a_1 ' in etkilendiği görülür.

ADIM 9: Akademik başarıyı etkileyen faktörlerin çift kutuplu nütrosifik veri tablosuna göre graf şemasını çizelim.



Şekil 3.2 Çift Kutuplu Nötrosofik Graf

BÖLÜM IV

KARŞILAŞTIRMA BÖLÜMÜ

Bu bölümde üçüncü bölümdeki verileri çift kutuplu nütrosifik graflar [33] bölümündeki yöntemle inceledik ve bu yöntemle yeni bir sonuç elde ettik [35].

Uygulama 4.1[35]

Akademik başarı veya akademik performans bir öğrencinin, öğretmenin veya kurumun kısa veya uzun vadeli eğitim hedeflerine ulaşma derecesidir. Covid-19'un hayatımıza girmesiyle yaşanan pandemi döneminde uzaktan eğitim gören öğrencilerin çoğunda akademik başarılarının düştüğü gözlemlenmiştir. Dikkat eksikliği, kaygı bozuklukları, çevresel faktörler akademik başarıyı etkileyen faktörlerden birkaçıdır. 10. Sınıfta eğitim gören 5 öğrencinin akademik başarılarını etkileyen durumları incelemek için veriler toplanmıştır. Bu veriler doğrultusunda akademik başarıyı etkileyen durumlardan en çok etkilenen öğrencileri bulalım.

Adım 1 Verilen verilerin tablolarını oluşturalım.

Tablo 4.1 Çift Kutuplu Nütrosifik Veri Tablosu

	Dikkat Eksikliği	Kaygı Bozuklukları	Çevresel Faktörler
a_1	(0.5,0.7,0.2,-0.1,-0.4,-0.3)	(0.6,0.8,0.2,-0.1,-0.1,-0.1)	(0.9,0.1,0.7,-0.4,-0.4,-0.4)
a_2	(0.8,0.3,0.2,-0.5,-0.1,-0.9)	(0.3,0.3,0.2,-0.1,-0.4,-0.9)	(0.5,0.6,0.7,-0.8,-0.9,-0.1)
a_3	(0.8,0.2,0.4,-0.5,-0.4,-0.3)	(0.4,0.5,0.7,-0.1,-0.2,-0.3)	(0.1,0.2,0.3,-0.4,-0.5,-0.6)
a_4	(0.7,0.9,0.1,-0.3,-0.5,-0.7)	(0.2,0.4,0.6,-0.8,-0.1,-0.1)	(0.7,0.7,0.5,-0.3,-0.4,-0.8)
a_5	(0.2,0.7,0.4,-0.3,-0.5,-0.2)	(0.1,0.8,0.2,-0.3,-0.9,-0.4)	(0.5,0.6,0.7,-0.2,-0.8,-0.1)

Adım 2 Aşağıdaki çift kutuplu tek değerli nütrosofik ortalama operatörünü kullanarak ortalama değerleri belirleyelim.

$$A_i = \frac{1}{n} (\sum_{j=1}^m T_{ij}^+ - \prod_{j=1}^m T_{ij}^+, \prod_{j=1}^m I_{ij}^+, \prod_{j=1}^m F_{ij}^+, \prod_{j=1}^m T_{ij}^-, \sum_{j=1}^m I_{ij}^- - \prod_{j=1}^m I_{ij}^-, \sum_{j=1}^m F_{ij}^- - \prod_{j=1}^m F_{ij}^-), \text{ her biri için } (i = 1, 2, 3, \dots, n) .$$

Tablo 4.2 Çift Kutuplu Nütrosofik Ortalama Değer Tablosu

	Ortalama Değer
a_1	(0.576,0.018,0.009,-0.001,-0.294,-0.262)
a_2	(0.493,0.018,0.009,-0.013,-0.454,-0.606)
a_3	(0.422,0.006,0.028,-0.006,-0.353,-0.382)
a_4	(0.500,0.084,0.010,-0.024,-0.326,-0.514)
a_5	(0.263,0.112,0.018,-0.006,-0.613,-0.230)

Adım 3 Ağırlıklı ortalama matrisini oluşturalım.

$w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ ağırlık vektörünü seçin. $w = (0.02, 0.05, 0.20, 0.45, 0.28)$ olsun. Her bir alternatif için ağırlıklara göre, ağırlıklı tablo, her ortalama değeri karşılık gelen ağırlık ile aşağıdaki şekilde çarpılarak hesaplanabilir:

$$\beta_i = A_i w_i, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) .$$

Tablo 4.3 Çift Kutuplu Nütrosofik Ağırlıklı Ortalama Değer Tablosu

	Ağırlıklı Ortalama Değer
a_1	(0.01152,0.00036,0.00018,-0.00002,-0.00588,-0.00524)
a_2	(0.02465,0.00009,0.00045,-0.00065,-0.0227,-0.0303)
a_3	(0.0844,0.0012,0.0056,-0.0012,-0.0706,-0.0764)

a_4	(0.225,0.0378,0.0045,-0.0108,-0.1467,-0.2313)
a_5	(0.07364,0.03136,0.00504,-0.00168,-0.17164,-0.0644)

Adım 4 Formülü kullanarak her bir alternatif β_i için normalleştirilmiş değeri hesaplayalım.

$$\alpha_i = \frac{1}{6} \sqrt{(T_i^+)^2 + (I_i^+)^2 + (F_i^+)^2 + (1 - T_i^-)^2 + (-1 + I_i^-)^2 + (-1 + F_i^-)^2}$$

Normalleştirilmiş değerler 6 ya bölünerek normalleştirilmiş ortalama değer tablosu elde edilir. Her ($i = 1,2,3, \dots, n$) için ortaya çıkan tabloda, alternatiflerin maksimum α_i değeri için tercih sıralamasında en çok etkileneni veya daha çok tercih edilene gösterir.

Tablo 4.4 Normalleştirilmiş Değerler Tablosu

	Normalleştirilmiş Ortalama Değer
a_1	0.289752
a_2	0.296717
a_3	0.303423
a_4	0.329343
a_5	0.312493

Buradan $a_4 > a_5 > a_3 > a_2 > a_1$ olur. Akademik başarıyı etkileyen faktörlerden en çok a_4 ve a_5 etkilenirken en az a_1 ' in etkilendiği görülür.

Tablo 4.5 Karşılaştırma Tablosu

Yöntem	Sonuç
Çift Kutuplu Tek Değerli Nötrosifik Graflar Üzeride TOPSIS Metodu ve Uygulamaları [35]	$a_5 > a_3 > a_2 > a_4 > a_1$
Çift Kutuplu Nötrosifik Graflarda Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi [33]	$a_4 > a_5 > a_3 > a_2 > a_1$

Bu iki yöntem karşılaştırıldığında yukarıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır. Çift kutuplu tek değerli nötrosifik graflar üzeride TOPSIS metodu ve uygulamaları yöntemiyle $a_5 > a_3 > a_2 > a_4 > a_1$, çift kutuplu nötrosifik graflarda çok kriterli karar verme yöntemiyle $a_4 > a_5 > a_3 > a_2 > a_1$ sonucunu bulduk. Böylece daha önce yapılan çalışmadan farklı sonuç elde edilmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

Beş bölümden meydana gelen bu tezde; birinci bölümde graf teorisi, bulanık küme, bulanık graf, sezgisel bulanık küme, sezgisel bulanık graf, nütrosifik küme, nütrosifik graf, çift kutuplu nütrosifik küme, çift kutuplu nütrosifik graf, TOPSIS metodu ve çift kutuplu nütrosifik TOPSIS metodunun tarihçesinden bahsedildi. İkinci bölümde, bulanık kümeler, bulanık graflar, sezgisel bulanık kümeler, sezgisel bulanık graflar, nütrosifik kümeler, nütrosifik graflar, çift kutuplu tek değerli nütrosifik kümeler, çift kutuplu tek değerli nütrosifik grafların temel tanımlarına ve teoremlerine yer verildi. Çift kutuplu nütrosifik TOPSIS metodu ve çift kutuplu nütrosifik Hamming uzaklık ölçümünün temel tanımları verildi. Çift kutuplu tek değerli nütrosifik grafların alt başlıkları incelenip örnekler verildi ve graf şemaları çizildi. Üçüncü bölümde çift kutuplu tek değerli nütrosifik graflar üzerinde ilk defa TOPSIS metodu uygulandı. Bu bölümde verilen uygulamada çift kutuplu nütrosifik TOPSIS metodundan, yeni bir ortalama değer operatöründen (genelleştirilmiş) ve çift kutuplu nütrosifik Hamming uzaklık ölçümünden faydalanıldı. Üçüncü bölümde bir uygulama yapıldı. Bu uygulamada Covid-19 döneminde yaşanan pandemiden dolayı uzaktan eğitim alan a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 isimli öğrencilerin akademik başarıları incelendi. Dördüncü bölüm karşılaştırma bölümüdür. Üçüncü bölümde verdiğimiz uygulamadan çıkan sonuç ile dördüncü bölümde çift kutuplu nütrosifik graflarda çok kriterli karar verme başvuruları yöntemi ile çözülen uygulamanın sonuçları karşılaştırıldı. Beşinci bölümde de bu tezden elde edilen sonuçlara yer verildi. Çift kutuplu nütrosifik graflarda kullanılan karar verme uygulamalarındaki adımların sonuçları ile yeni yöntemin sonuçları karşılaştırıldı ve sonuç olarak $a_4 > a_5 > a_3 > a_2 > a_1$ iken yeni yöntemle $a_5 > a_3 > a_2 > a_4 > a_1$ bulundu. Böylece daha önce yapılan çalışmadan farklı sonuç elde edildi. Bu çalışmada çift kutuplu tek değerli nütrosifik graflar için çok kriterli karar verme başvuruları incelendi. Bu yapıyla ilgili tanımlar ve örnekler verildi. Çok kriterli karar verme başvurularında incelenen adımlar daha geliştirildi,

daha pratik hale getirildi ve çift kutuplu ntrosolik TOPSIS metodu kullanılarak karar verme uygulaması yapıldı. Bylece çift kutuplu tek değerli ntrosolik graflarda karar verme problemlerinde TOPSIS metodu ilk kez kullanıldı.

KAYNAKLAR

- [1] Altunbaş, H. (2018). Graf teorisinin bazı uygulamaları ve çapraz (crossed) çarpım grafi (Master's thesis, Fen Bilimleri Enstitüsü).
- [2] Zimmermann, H. J. (2010). Fuzzy set theory. *Wiley interdisciplinary reviews: computational statistics*, **2(3)**, 317-332.
- [3] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control.*, **8(3)**, 338-353.
- [4] Atanassov, K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96.
- [5] Smarandache, F. (1999). (1998). *A Unifying Field in Logics, Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic*. American Research Press:Reheboth, MA, USA.
- [6] Turksen, I. B. (1986). Interval valued fuzzy sets based on normal forms. *Fuzzy sets and systems*, **20(2)**, 191-210.
- [7] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y.Q., Sunderraman, R. (2010). Single valued neutrosophic sets. *Multispace and Multistructure*, **4**, 410-413.
- [8] Bhattacharya, P. (1987). Some remarks on fuzzy graphs. *Pattern recognition letters*, **6(5)**, 297-302.
- [9] Gani, A. N., Ahamed, M. B. (2003). Order and size in fuzzy graphs. *Bulletin of Pure and Applied Sciences*, **22(1)**, 145-148.
- [10] Gani, A. N., Begum, S. S. (2010). Degree, order and size in intuitionistic fuzzy graphs. *International journal of algorithms, Computing and Mathematics*, **3(3)**, 11-16.
- [11] Smarandache, F. (2015). Types of Neutrosophic Graphs and neutrosophic Algebraic Structures together with their Applications in Technology, seminar. *Universitatea Transilvania din Brasov, Facultatea de Design de Produs si Mediu, Brasov, Romania*, 6.

- [12] Kandasamy, V., Ilanthenral, K., Smarandache, F. (2015). *Neutrosophic graphs: A new dimension to graph theory*. EuropaNova ASBL:Belgium.
- [13] Rosenfeld, A. (1975). Fuzzy graphs, (in: Zadeh, L. A., Fu, K. S., Tanaka K., Shimura, M. Eds.) *Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes*, Academic Press, New York, 77–95.
- [14] Mordeson J. N., Peng, C. S. (1994). Operations on fuzzy graphs. *Information Sciences*, **79**, 159–170.
- [15] Shannon, A., & Atanassov, K. (2006). On a generalization of intuitionistic fuzzy graphs. *NIFS*, **12(1)**, 24-29.
- [16] Parvathi, R., Karunambigai, M. G. (2006). Intuitionistic fuzzy graphs. In *Computational intelligence, theory and applications*, (**20**),139-150. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [17] Bosc, P., Pivert, O. (2013). On a fuzzy bipolar relational algebra. *Information Sciences*, **219**, 1-16.
- [18] Lee, K. M. (2000). Bipolar-valued fuzzy sets and their operations. In *Proc. Int. Conf. on Intelligent Technologies, Bangkok, Thailand*, 307-312.
- [19] Lee, K. J. (2009). Bipolar Fuzzy Subalgebras and Bipolar Fuzzy Ideals of BCK/BCI-Algebras. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, **32(3)**.
- [20] Deli, I., Ali, M., Smarandache, F. (2015, August). Bipolar neutrosophic sets and their application based on multi-criteria decision making problems. In *2015 International conference on advanced mechatronic systems (ICAMechS)*, 249-254, IEEE.
- [21] Akram, M. (2013). Bipolar fuzzy graphs with applications. *Knowledge-Based Systems*, **39**, 1-8.

- [22] Akram, M., Dudek, W. A. (2012). Regular bipolar fuzzy graphs. *Neural Computing and Applications*, **21(1)**, 197-205.
- [23] Ezhilmaran, D., Sankar, K. (2015). Morphism of bipolar intuitionistic fuzzy graphs. *Journal of Discrete Mathematical Sciences and Cryptography*, **18(5)**, 605-621.
- [24] Broumi, S., Talea, M., Bakali, A., Smarandache, F. (2016). Single valued neutrosophic graphs. *Journal of New theory*, **(10)**, 86-101.
- [25] Broumi, S., Smarandache, F., Talea, M., Bakali, A. (2016, July). Single valued neutrosophic graphs: degree, order and size. In 2016 IEEE international conference on fuzzy systems (FUZZ-IEEE), 2444-2451.
- [26] Akram, M., Sarwar, M. (2016). Novel multiple criteria decision making methods based on bipolar neutrosophic sets and bipolar neutrosophic graphs. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 1-22.
- [27] Hwang, C. L., Yoon, K. (1981). *Methods for multiple attribute decision making*. In *Multiple attribute decision making*, 58-191. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [28] Ye, J. (2014). A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **26(5)**, 2459-2466.
- [29] Zulqarnain, R. M., Xin, X. L., Saqlain, M., Smarandache, F., Ahamad, M. I. (2021). An integrated model of neutrosophic topsis with application in multicriteria decision-making problem. *Neutrosophic Sets and Systems*, **40**, 253-269.
- [30] Akram, M., Smarandache, F. (2018). Decision-making with bipolar neutrosophic TOPSIS and bipolar neutrosophic ELECTRE-I. *Axioms*, **7(2)**, 33.
- [31] Alghamdi, M.A., Alshehri, N. O., Akram, M. (2018). Multi-criteria decision-making methods in bipolar fuzzy environment. *International Journal of Fuzzy Systems*, **20(6)**, 2057-2064.

- [32] Dey, P.P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2016). TOPSIS for solving multi-attribute decision making problems under bipolar neutrosophic environment. In *New Trends in Neutrosophic Theory and Applications*, Brussels, Belgium, 65–77.
- [33] Akram, M. (2018). *Single-valued neutrosophic graphs*. Springer Singapore.
- [34] Stanujkic, D., Karabasevic, D., Smarandache, F., Zavadskas, E. K., Maksimovic, M. (2019). An innovative approach to evaluation of the quality of websites in the tourism industry: A novel MCDM approach based on bipolar neutrosophic numbers and the hamming distance. *Transformations in Business & Economics*, **18(1) (46)**, 149- 162.
- [35] Şahin, M., Karagülle, K. Ö. (2022). Bipolar Single Valued Neutrosophic TOPSIS Method For Bipolar Single Valued Neutrosophic Graphs. *Internationals Ankara Congress on Scientific Research VI*. 1664-1674. Ankara, Türkiye.

This book consists of five chapters. In the first chapter, basic information about graph theory, fuzzy set, fuzzy graph, intuitionistic fuzzy set, intuitionistic fuzzy graph, neutrosophic set, neutrosophic graph, bipolar neutrosophic set, bipolar neutrosophic graph, TOPSIS method and bipolar neutrosophic TOPSIS method are given and their history is mentioned. In the second chapter, basic definitions and theorems of fuzzy sets, fuzzy graphs, intuitionistic fuzzy sets, intuitionistic fuzzy graphs, neutrosophic sets, neutrosophic graphs, bipolar neutrosophic sets, bipolar neutrosophic graphs and the bipolar neutrosophic TOPSIS method and bipolar neutrosophic Hamming distance measurement are presented definitions are given. Sub-titles of bipolar neutrosophic graphs were examined, examples were given and graph diagrams were drawn. In the third chapter, the bipolar single valued neutrosophic TOPSIS method is applied for the first time on bipolar single valued neutrosophic graphs. In the application given in this section, the bipolar neutrosophic TOPSIS method a new mean value operator (generalized) and the bipolar neutrosophic Hamming distance measurement is used. The fourth section is the comparison section. The results of the application we gave in the third section and the results of the application solved by the multi-criteria decision making application method in bipolar neutrosophic graphs in the fourth section is compared and the results is examined. In the last chapter, the results obtained from this thesis are given.

ISBN 978-1-59973-735-5

