ABDULLAH KARGIN

NÖTROSOFİK KÜMELER VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

GLOBAL KNOWLEDGE

Abdullah KARGIN

NÖTROSOFİK KÜMELER
VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

NEUTROSOPHIC SETS AND NEUTROSOPHIC
TRIPLET NORMED SPACES

NÖTROSOFİK KÜMELER

VE

NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

başlıklı bu çalışma, **Abdullah KARGIN** tarafından hazırlanmış ve yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından **Gaziantep Üniversitesi Matematik Bölümünde** Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mehmet İshak YÜCE
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Matematik Bölüm Başkanı

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Danışman, Matematik
Gaziantep Üniversitesi

Jüri Üyeleri:

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Danışman, Matematik
Gaziantep Üniversitesi

Prof. Dr. Memet KULE
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Kilis 7 Aralık Üniversitesi

Prof. Dr. Necati OLGUN
Matematik
Gaziantep Üniversitesi

Doç. Dr. İlkay GÜVEN
Matematik
Gaziantep Üniversitesi

Doç. Dr. Vakkas ULUÇAY
Matematik
Kilis 7 Aralık Üniversitesi

TÜRKİYE CUMHURİYETİ

GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK

DOKTORA TEZİ

Danışman

Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Sınav Tarihi: 22 Nisan 2022

Abdullah KARGIN

NÖTROSOFİK KÜMELER VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

GLOBAL KNOWLEDGE
Publishing House

Miami
United States of America
2022

GLOBAL KNOWLEDGE - Publishing House
848 Brickell Ave Ste 950 Miami
Florida 33131, United States
https://egk.ccgecon.us
info@egk.ccgecon.us

ISBN 978-1-59973-732-4

9 781599 737324 >

ABSTRACT

NEUTROSOPHIC SETS AND NEUTROSOPHIC TRIPLET NORMED SPACES

KARGIN, Abdullah
Ph.D. in Mathematics
Supervisor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN
April 2022
115 Pages

This thesis consists of six chapters. In the first chapter, in which the introduction is given, the historical process of some classical metrics, fuzzy sets, neutrosophic sets and neutrosophic triplet sets is given. In the second chapter, in which general information is given, the definitions and properties of some classical metrics, fuzzy sets, neutrosophic sets and neutrosophic triplet sets that we will use in the thesis are reviewed. In addition, the definitions of some neutrosophic triplet structures and application studies using neutrosophic sets are also included in this section. In the third chapter, which includes the studies, a decision-making application was obtained by using a new neutrosophic similarity measure to evaluate professional competencies. In the fourth chapter, which includes the studies, some neutrosophic triplet metric spaces are defined and some properties of these spaces are given. In addition, these neutrosophic triplet metric spaces and classical metric spaces are compared and the relationship between them is given. In the fifth chapter, which includes the last of the studies, some neutrosophic triplet normed spaces are defined and the general properties of these spaces are given. In addition, these neutrosophic triplet normed spaces and classical normed spaces are compared and the relationship between them is given. In addition, the relations between the neutrosophic triplet metric spaces in the third section and the neutrosophic triplet normed spaces in the fourth section are given. Finally, in the sixth chapter, the results obtained in the thesis are given and suggestions for new studies are made.

Key Words: Metric Spaces, Normed Spaces, Neutrosophic Sets, Neutrosophic Triplet Sets, Neutrosophic Triplet Metrics, Neutrosophic Triplet Norms

ÖZET

NÖTROSOFİK KÜMELER VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

KARGIN, Abdullah
Doktora Tezi, Matematik
Danışman: Prof. Dr. Memet Şahin
Nisan 2022
115 sayfa

Bu tez altı bölümden meydana gelmektedir. Giriş kısmının yer verildiği birinci bölümde bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nötrosofik kümelerin ve nötrosofik üçlü kümelerin tarihi sürecine yer verildi. Genel bilgilerin verildiği ikinci bölümde ise tezde kullanacağımız bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nötrosofik kümelerin ve nötrosofik üçlü kümelerin tanım ve özellikleri gözden geçirildi. Ayrıca bazı nötrosofik üçlü yapıların tanımları ile nötrosofik kümelerin kullanıldığı uygulama çalışmaları da bu bölümde yer aldı. Yapılan çalışmaların yer aldığı üçüncü bölümde ise mesleki yeterlilikleri değerlendirmek için yeni bir nötrosofik benzerlik ölçüsü kullanılarak bir karar verme uygulaması elde edildi. Yine yapılan çalışmaların yer aldığı dördüncü bölümde ise bazı nötrosofik üçlü metrik uzaylar tanımlandı ve bu uzayların bazı özellikleri verildi. Ayrıca bu nötrosofik üçlü metrik uzaylarla klasik metrik uzaylar karşılaştırılarak aralarındaki ilişki verildi. Yapılan çalışmaların sonuncusunun yer aldığı beşinci bölümde ise bazı nötrosofik üçlü normlu uzaylar tanımlandı ve bu uzayların genel özellikleri verildi. Ayrıca bu nötrosofik üçlü normlu uzaylarla klasik normlu uzaylar karşılaştırılarak aralarındaki ilişkiler verildi. Bunun yanı sıra üçüncü bölümdeki nötrosofik üçlü metrik uzaylar ile dördüncü bölümdeki nötrosofik üçlü normlu uzaylar arasındaki ilişkiler elde edildi. Son olarak altıncı bölümde ise tezde elde edilen sonuçlar verildi ve yeni çalışmalar için önerilerde bulunuldu.

Anahtar Kelimeler: Metrik Uzaylar, Normlu Uzaylar, Nötrosofik Kümeler, Nötrosofik Üçlü Kümeler, Nötrosofik Üçlü Metrikler, Nötrosofik Üçlü Normlar

''Canım aileme''

TEŞEKKÜR

Bu çalışma süresince tüm bilgilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan, her türlü konuda desteğini benden esirgemeyen ve tezimde büyük emeği olan, Gaziantep Üniversitesi öğretim üyelerinden danışman hocam, sayın Prof. Dr. Memet Şahin’ e sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmada maddi destek sağlayan TÜBİTAK’ a (2211/A Genel Yurtiçi Doktora Bursu) teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süresince beni hep destekleyen ve güvenen abim Mehmet Kargın’ a ve çok sevdiğim aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

SEMBOLLER LİSTESİ

d_m	klasik metrik
d_k	klasik kısmi metrik
d_b	klasik b-metrik
d_{kb}	kısmi b-metrik
d_v	klasik v-genelleştirilmiş metrik
$d_{nü}$	nötrosofik üçlü metrik
$d_{nük}$	nötrosofik üçlü kısmi metrik
$d_{nüb}$	nötrosofik üçlü b-metrik
$d_{nükb}$	nötrosofik üçlü kısmi b-metrik
$d_{nüv}$	nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik
$\|.\|$	klasik norm
$\|.\|_{nü}$	nötrosofik üçlü norm
$\|.\|_{nüb}$	nötrosofik üçlü b-norm
$\|.\|_{nükb}$	nötrosofik üçlü kısmi b-norm
$\|.\|_{nüv}$	nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş norm
$\mathbb{R}$	Reel sayılar kümesi
$\mathbb{R}^+$	Pozitif reel sayılar kümesi
$\mathbb{Z}$	Tamsayılar kümesi
$\mathbb{N}$	Doğal Sayılar kümesi
$*$	ikili işlem
$\#$	ikili işlem
$\subset$	Alt küme işlemi
$\cap$	Kesişim işlemi
$\cup$	Birleşim işlemi
$\setminus$	Fark işlemi
$\wedge$	ve bağlacı
$\lvert . \rvert$	mutlak değer

$\widehat{=}$	nötorosofik eşittir
$\widehat{<}$	nötorosofik küçüktür
$\widehat{\cup}$	nötrosofik birleşim işlemi
$\widehat{\cap}$	nötrosofik kesişim işlemi
$\widehat{.}$	nötrosofik çarpma işlemi
$\widehat{+}$	nötrosofik toplama işlemi
$A^{\hat{c}}$	A nötrosofik kümesinin tümleyeni
λ.A	A nötrosofik kümesinin λ skaleri ile çarpımı
A^{λ}	A nötrosofik kümesinin λ skaler kuvveti

BÖLÜM I

GİRİŞ

Günlük hayatta karşımıza birçok belirsizlik çıkmaktadır. Çoğu zaman bu belirsizliklerle başa çıkmada Aristo mantığı (klasik mantık) yetersiz kalmaktadır. Çünkü Aristo mantığında bir eleman bir kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Yani, bir elemanın üyelik değeri $\{0, 1\}$ kümesine aittir. Bu durumu günlük hayatta örneklerle açıklayacak olursak örneğin, klasik mantığa göre hava ya soğuk ya sıcaktır. Havanın serin ya da ılık olması klasik mantıkla açıklanamamaktadır. Yine klasik mantığa göre bir şişe ya su ile tam doludur ya da boştur. Şişenin yarı dolu olması, biraz dolu olması, çeyreğinin dolu olması gibi durumlar klasik mantıkla açıklanamamaktadır. Bu eksikliklerden dolayı belirsizlikleri açıklamada klasik mantık yetersiz kalmaktadır.

Zadeh [1] 1965 yılında belirsizlikleri matematiksel olarak daha hassas bir şekilde açıklayabilmek için Bulanık mantığı tanımlamıştır. Bulanık mantıkta bir kümenin her bir elemanın üyelik derecesi $[0, 1]$ aralığında bir değer almaktadır. Böylece klasik mantıktan farklı olarak her elemanın üyeliği derecelendirilmiştir. Örneğin, hava durumu sıcak, soğuk, ılık, serin, çok sıcak, çok soğuk vb. gibi ifadelerle ve farklı üyelik dereceleri ile belirtilebilir. Böylece belirsizlikleri açıklamada klasik mantığı da içeren daha hassas bir mantık türü elde edilmiştir. Bulanık mantık ortaya çıktığı tarihten günümüze dahil olmak üzere hemen hemen her bilim alanında karar verme uygulamalarında en çok kullanılan mantık türlerinden biridir. Ancak, bulanık mantıkta sadece üyelik derecesi ve üye olmama derecesi toplamları 1 olmak şartıyla elde edilebilmektedir. Yani üyelik derecesi ve üye olmama derecesi birbirine bağlı olarak tanımlanmıştır. Üye olma derecesi dışında varolan belirsizlikleri üyelik fonksiyonuyla tanımlamamıştır.

Atanassov [2] 1986’ da bulanık mantıktaki üyelik derecesi ve üye olmama derecesi yanında belirsizlik derecesini de işin içine katarak sezgisel bulanık kümeleri tanımlamıştır. Böylece bulanık mantıktan daha hassas sonuç verebilecek yeni bir mantık türü ortaya çıkmıştır. Bulanık mantığın yetersiz kaldığı alanlarda sezgisel bulanık mantık sıkça kullanılmaktadır. Ne var ki bu mantık türünde de üyelik derecesi, üye olmama derecesi ve belirsizlik derecesi toplamları 1 olacak şekilde belirsizlik derecesi üyelik derecesi ve üye olmama derecesine bağlı olarak tanımlanmıştır. Bu da bazı uygulamalarda hassas sonuç elde etmede yetersiz kalmaktadır.

Son olarak Smarandache [3] 1998’ de nötrosofik mantığı tanımlamıştır. Nötrosofik mantıkta, üyelik derecesi, üye olmama derecesi ve belirsizlik derecesi birbirinden bağımsız olarak tanımlanmıştır. Böylece en objektif değerlendirmelerin yapılabileceği bir mantık türü elde edilmiştir. Nötrosofik mantık kullanılarak günümüzde teorik ve uygulama alanında birçok çalışmalar yapılmıştır. Özellikle, benzerlik ölçüsü ve karar verme uygulamaları, bulanık kümelerin ve nötrosofik kümelerin tanımlanmasından sonra önemli bir uygulama teorisi olarak ortaya çıkmaktadır. Benzerlik ölçütleri, TOPSIS (Technique For Order Preference By Similarity To An Ideal Solution) yöntemi, VIKOR (VIseKriterijumsa Optimizacija I Kompromisno Resenje) yöntemi, karar ağacı yöntemleri, gri ilişkisel analiz yöntemi vb. benzerlik ölçütlerini kullanarak nötrosofik kümeler üzerinde yeni uygulamalar yapılmıştır. Son zamanlarda, Şahin ve ark. kombine klasik nötrosofik kümeler ve çift nötrosofik kümeler üzerinde çalışdı [4]; Şahin ve Kargın nötrosofik teoride mesleki yeterlilikler için karar verme uygulamaları elde etti [5]; Uluçay ve Şahin nötrosofik esnek uzman graflar için karar verme uygulamaları geliştirdi [6]; Olgun ve Hatib karar ağacı üzerinde nötrofik mantık çalışdı [7]; Wang ve ark. üçgen bulanık nötrosofik sayılarla genişletilmiş bir VIKOR yöntemi elde etti [8]; Biswas ve ark. karar verme uygulamaları için tek değerli nötrosofik sayılara bağlı yeni bir TOPSIS yöntemini geliştirdi [9]; Şahin ve Liu nötrosofik teoride maksimize edici bir sapma yöntemi elde etti [10]; Biswas ve ark. karar verme uygulamaları için gri ilişkisel analiz yöntemini inceledi [11].

Nötrosofik mantığın bir alt dalı olan nötrosofik üçlü kümeler [12] 2016 yılında Smarandache ve Ali tarafından tanımlandı. Bir kümenin nötrosofik üçlü küme olabilmesi için bu kümedeki her bir “a” elemanının bir etkisiz elemanı ve bir ters elemanı olmalıdır. Buradaki etkisiz eleman klasik gruptaki gibi bütün elemanlar için sadece bir tane olmak zorunda değildir ve hatta etkisiz elemanlar klasik gruptaki etkisiz elemandan farklı olmalıdır. Yani her bir elemanın kendine ait bir etkisiz elemanı olabilir. Ayrıca bir nötrosofik üçlü “a” elemanı $<$ a, etkisiz(a), ters(a)$>$ şeklinde gösterilir. Bundan dolayı nötrosofideki bu yeni yapı klasik küme ve klasik yapılardan farklıdır. Son zamanlarda Ali ve ark. nötrosofik üçlü cisim ve nötrosofik üçlü halkayı [13], Şahin ve Kargın nötrosofik üçlü metrik uzayı, nötrosofik üçlü vektör uzayını ve nötrosofik üçlü normlu uzayı [14]; Şahin ve ark. nötrosofik üçlü kısmi metrik uzayı [15]; Şahin ve Kargın nötrosofik üçlü iç çarpım uzayı [16], Smarandache ve ark. nötrosofik üçlü G-modülleri [17], Bal ve ark. nötrosofik üçlü koset ve bölüm gruplarını [18] çalıştı.

Metrik uzay, dizilerin yakınsaklığı ve fonksiyonların sürekliliği gibi temel kavramları incelemek için elde edilen soyut bir kavramdır. Bu uzay için gerekli olan bir uzaklık fonksiyonudur. 19. Yüzyıl boyunca ulaşılan fikir ve metodlara metrik tanımına 1900 ve 1910 yılları arasında tam olarak açıklık getirilebilmiştir.

Matthew 1994 yılında [20] kısmi metrik uzaylar kavramını tanıttı. Kısmi metrik uzaylarda bir elemanın kendine olan uzaklığı sıfırdan farklı olabileceğinden klasik metrik uzaydan farklı ve klasik metrik uzayın genelleştirilmesidir. Kısmi metrik uzayın en önemli kullanım alanları matematiksel teknikleri bilgisayar bilimlerine aktarmak ve sabit nokta teoremleridir [21-24].

Czerwik 1993 yılında [27] b-metrik uzayları ve Satish 2014 yılında [26] kısmi b-metriği tanımladı. b-metrik uzaylar klasik metrik uzaylardaki üçgen eşitsizliğinden daha genel bir üçgen eşitsizliğine sahiptir. Ayrıca, klasik metrikle kısmi metrik arasındaki ilişkiye benzer şekilde b-metrik ile kısmi b-metrik arasında da bir ilişki vardır. b-metrik uzayın ve kısmi b-metrik uzayın en önemli kullanımı sabit nokta teorisidir ve bu alanda birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır [27-32].

Branciari 2000 yılında [33] v-genelleştirilmiş metriği tanımlamıştır. v-genelleştirilmiş metrik, b-metrikte de olduğu gibi klasik metriğe göre daha genel bir üçgen eşitsizliğine sahiptir. v-genelleştirilmiş metrik yine yaygın olarak sabit nokta teoremlerinde kullanılmıştır [34-38].

Bu tezin ikinci bölümünde tezde kullanılan bazı tanım ve özellikler verildi. Bu bölümün birinci kısmında metrik uzay [19], kısmi metrik uzay [20], b-metrik uzay [25], kısmi b-metrik uzay [26] ve v-genelleştirilmiş metrik uzay [33] tanımlarına yer verildi. İkinci kısımda bulanık küme [1] ve sezgisel bulanık küme [2] tanımlarına yer verildi. Üçüncü kısımda nötrosofik kümelerden [1], temel özelliklerinden [39] ve nötrosofik kümeler için benzerlik ölçülerinden [40-41] bahsedildi. Yine üçüncü kısımda nötorosofik kümelerin ve benzerlik ölçülerinin yardımıyla sosyolojideki Talcott Parson Teoresi için karar verme uygulaması [42] anlatıldı. Dördüncü kısımda ise nötrosofik üçlü kümeler [12] ve bazı nötrosofik üçlü yapılar [12-14], [43] incelendi. Son kısım olan beşinci kısımda ise nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay ve genel özelliklerine [15] yer verildi.

Bu tezde yapılan çalışmaların yer aldığı üçüncü bölümde ise mesleki yeterlilikleri değerlendirebilmek için nötrosofik küme ve yeni bir benzerlik ölçüsünü kullanarak bir karar verme uygulamasını [5] ve bu uygulama için öğretmen yeterliliğinin değerlendirildiği bir örnek [44] gözden geçirildi.

Yine bu tezde yapılan çalışmaların yer aldığı dördüncü bölümde nötrosofik üçlü metrik uzay [14], nötrosofik üçlü b-metrik uzay [45], nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay [46] tanımlarından bahsedildi ve bu uzayların genel özellikleri verildi.

Bu tezde yapılan son çalışmaların yer aldığı beşinci bölümde ise nötrosofik üçlü normlu uzay [14], nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay [47], nötrosofik üçlü b-normlu uzay [48], nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay [49] ve nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay [50] tanımlarına yer verildi ve bu uzayların genel özellikleri ele alındı. Ayrıca, dördüncü bölümdeki nötrosofik üçlü metrik uzayarla bu bölümdeki nötrosofik üçlü normlu uzaylar arasındaki ilişkiler incelendi.

Son bölüm olan altıncı bölümde ise bu tezde elde edilen sonuçlar verildi ve yeni çalışmalar için önerilerde bulunuldu.

BÖLÜM II

GENEL BİLGİLER

Bu bölümde tezde kullanılacak temel tanım ve özellikler yer almaktadır.

2.1 Bazı Klasik Metrik Uzaylar ve Klasik Normlu Uzaylar

Bu kısımdaki temel bilgiler Goffman ve Pedrick [19], Matthew [20], Czerwik [27], Satish [26] ve Branciari [33] çalışmalarından alınmıştır.

Tanım 2.1.1: [19] N boştan farklı bir küme ve d_m:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_m fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_m) ikilisine bir metrik uzay denir.

Her n, m, s ∈ N için,

i) d_m(n, m) = 0 ⇔ n = m

ii) d_m(n, m) = d_m(m, n)

iii) d_m(n, m) ≤ d_m(n, s) + d_m(s, m).

Örnek 2.1.2: d_m = |n − m| olmak üzere, ($\mathbb{R}$, d_m) bir metrik uzaydır.

Tanım 2.1.3: [19] (N, d_m) bir metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_m(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir x ∊ A mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \to x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.4: [19] (N, d_m) bir metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_m(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.1.5: [19] (N, d_m) bir metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir Cauchy dizisi olsun. Her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise (N, d_m) metrik uzayına tam metrik uzay denir.

Tanım 2.1.6: [20] N boştan farklı bir küme ve d_k:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_k fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_k) ikilisine bir kısmi metrik uzay denir.

Her n, m, k ∈ N için,

i) d_k(n, m) = d_k(m, m) = d_k(n, n) ⇔ n = m;

ii) d_k(n, m) = d_k(m, n);

iii) d_k(n, m) ≤ d_k(n, k) + d_k(k, m) - d_k(k, k);

Örnek 2.1.7: d_k = maks{x, y} olmak üzere, ($\mathbb{R}$, d_k) bir kısmi metrik uzaydır.

Tanım 2.1.8: [20] (N, d_k) bir kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_k(x, \{x_n\}) < \varepsilon + d_k(x, x)$$

olacak şekilde bir x ∈ A mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{x ya da } x_n \to \text{x}$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.9: [20] (N, d_k) bir kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n , m > n_0 olduğunda

$$d_k(\{x_m\}, \{x_n\})\ \varepsilon + d_k(x_m, x_m)$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.1.10: [20] (N, d_k) bir kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir Cauchy dizisi olsun. Her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise (N, d_k) kısmi metrik uzayına tam kısmi metrik uzay denir.

Tanım 2.1.11: [27] N boştan farklı bir küme ve d_b:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_b fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_b) ikilisine bir b-metrik uzay denir.

Her n, m, s ∈ N için,

i) d_b(n, m) = 0 ⇔ n = m;

ii) d_b(n, m) = d_b(m, n);

iii) d_b(n, m) ≤ k.[d_b(n, s)+ d_b(s, m)]; k ∈ $\mathbb{R}^+$ ve k ≥1;

Örnek 2.1.12: d_b(n, m) = $(\text{n} - \text{m})^2$ ve k = 2 olmak üzere (N, d_b) bir b-metrik uzaydır.

Not 2.1.13: b-metrik uzaylar için yakınsaklık, Cauchy dizisi ve tam uzay tanımı sırasıyla Tanım 2.1.3, Tanım 2.1.4 ve Tanım 2.1.5 deki gibi yazılır.

Tanım 2.1.14: [26] N boştan farklı bir küme ve d_{kb}:NxN→$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_{kb} fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_{kb}) ikilisine bir kısmi b-metrik uzay denir.

Her n, m, s ∈ N için,

i) d_{kb}(n, m) = d_{kb}(m, m) = d_{kb}(n, n) ⇔ n = m;

ii) d_{kb}(n, m) = d_{kb}(m, n);

iii) d_{kb}(n, m) ≤ k.[d_{kb}(n, s)+ d_{kb}(s, m)] $-$ d_{kb}(s, s); k ∈ $\mathbb{R}^+$ ve k ≥1.

Örnek 2.1.14: d_{kb}(n, m) = $(\text{n} - \text{m})^2$ + s, s ∈ $\mathbb{R}^+$ ve k = 2 olmak üzere (N, d_{kb}) bir kısmi b-metrik uzaydır.

Not 2.1.15: Kısmi b-metrik uzaylar için yakınsaklık, Cauchy dizisi ve tam uzay tanımı sırasıyla Tanım 2.1.8, Tanım 2.1.9 ve Tanım 2.1.10 deki gibi yazılır.

Tanım 2.1.16: [33] N boştan farklı bir küme olsun. d_v:NxN→$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa d_v fonksiyonuna v-genelleştirilmiş metrik denir.

Her n, m ∈ N için;

i) n = m ancak ve ancak d_v(n, m) = 0;

ii) d_v(n, m) = d_v(m, n);

iii) Birbirinden farklı her $s_1, s_2, \ldots, s_v$ ∈ N için,

d_v(n, m) ≤ d_v(n, s_1) + d_v(s_1, s_2) + d_v(s_2, s_3) + ... + d_v(s_{v-1}, s_v) + d_v(s_v, m).

Ayrıca ((N, d_v) bir v-genelleştirilmiş metrik uzaydır.

Not 2.1.17: v-genelleştirilmiş metrik uzaylar için yakınsaklık, Cauchy dizisi ve tam uzay tanımı sırasıyla Tanım 2.1.3, Tanım 2.1.4 ve Tanım 2.1.5 deki gibi yazılır.

Tanım 2.1.18: [19] V bir vektör uzay, C bir cisim ve ‖ . ‖:V→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. ‖ . ‖ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, ‖ . ‖ fonksiyonuna bir norm denir.

Her n, m ∈ V ve α ∈ C için,

i) $\|n\|$ = 0 ⇔ n = 0;

ii) $\|\alpha n\|$ = α$\|n\|$;

iii) $\|n + m\| \leq \|n\|+\|m\|$;

Ayrıca ((V, ‖ . ‖) ikilisine bir normlu uzay denir.

Örnek 2.1.19: ℝ' de $\|x\| = |x|$ bir normdur.

Tanım 2.1.20: [19] ‖ . ‖:V→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu V vektör uzayı üzerinde bir norm olsun.

d:V x V→ $\mathbb{R} \cup \{0\}$ olmak üzere *d*(x, y) = ‖x - y‖

şeklinde tanımlanan metriğe ‖. ‖ norm tarafından indirgenmiş metrik denir.

Tanım 2.1.21: [19] (V, ‖ . ‖) bir normlu uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve *d*, bu norm tarafından indirgenmiş metrik olsun. Her ε>0 için n > n_0 ∈ ℕ olduğunda

$$d(x, \{x_n\}) = \|x - \{x_n\}\| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir x ∈ V mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \to x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.22: [19] (V, ‖ . ‖) bir normlu uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve d, bu norm tarafından indirgenmiş metrik olsun. Her ε>0 için n > n_0 ∊ ℕ olduğunda

$$d(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|\{x_m\} - \{x_n\}\| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir n_0∊ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.1.23: [19] (V, ‖ . ‖) bir normlu uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir Cauchy dizisi ve d, bu norm tarafından indirgenmiş metrik olsun. Her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi ‖ . ‖ norm tarafından indirgenmiş *d* metriğe göre yakınsak ise (V, ‖ . ‖) normlu uzayına Banach uzayı denir.

2.2 Bulanık Kümeler ve Sezgisel Bulanık Kümeler

Bu kısımdaki temel bilgiler Zadeh [1] ve Atanassov [2] çalışmalarından alınmıştır.

Tanım 2.2.1: [1] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. Her $x \in$ E için, $0 \leq \mu_K(x) \leq 1$olmak üzere, μ_K: E → [0,1] fonksiyonu ile bir K bulanık kümesi

$$\mathrm{K} = \{\langle x, \mu_K(x)\rangle : x \in \mathrm{E}\}$$

şeklinde verilir.

Burada, $\mu_K(x)$, $x \in$ E elemanının K kümesine ait olma derecesidir.

Tanım 2.2.2: [2] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. Her $x \in E$ için, $0 \leq \mu_L(x) + \nu_L(x) \leq 1$ olmak üzere, $\mu_L: E \to [0,1]$ ve $\nu_L: E \to [0,1]$ fonksiyonları ile bir L sezgisel bulanık küme

$$L = \{\langle x, \mu_L(x), \nu_L(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde verilir. Burada $\mu_L(x)$ ve $\nu_L(x)$ sırasıyla x ∈ E için üye olma ve üye olmama derecesidir. Ayrıca π_L ile gösterilen belirsizlik derecesi

$$\pi_L(x) = 1 - \mu_L(x) - \nu_L(x)$$

şeklinde tanımlanır.

2.3 Nötrosofik Kümeler

Bu kısımdaki temel bilgiler Smarandache [1], Wang ve ark. [39], Mukherjee ve ark. [40], ve Ye [41] çalışmalarından alınmıştır.

Tanım 2.3.1: [3] U bir evrensel küme olsun. Bir A nötrosofik kümesi; A={<x:$T_{A(x)}$,$I_{A(x)}$,$F_{A(x)}$>, $x \in$ U} olarak tanımlanır. Burada;

$$^{-}0 \leq T_{A(x)}+I_{A(x)}+F_{A(x)} \leq 3^{+}$$

olmak şartıyla T:U →]$^{-}$0, 1^{+}[, I:U →]$^{-}$0, 1^{+}[ve F:U →]$^{-}$0, 1^{+}[fonksiyonları sırasıyla doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık fonksiyonlarıdır.

Tanım 2.3.2: [39] U bir evrensel küme olsun. Bir A tek değerli nötrosofik kümesi; A = { (x:$T_{A(x)}$, $I_{A(x)}$,$F_{A(x)}$> , x∈U} olarak tanımlanır. Burada;

$$0 \leq T_{A(x)}+I_{A(x)}+F_{A(x)} \leq 3$$

olmak şartıyla T:U → [0,1], I:U → [0,1] ve F:U → [0,1] fonksiyonları sırasıyla $x \in$ U' nun doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerlerini verir.

Tanım 2.3.3: [39] A_1 = {(x:<$T_{A_1(x)}$, $I_{A_1(x)}$,$F_{A_1(x)}$>}, B_1 ={ (x:<$T_{B_1(x)}$, $I_{B_1(x)}$,$F_{B_1(x)}$>} kümeleri $x \in$ U için iki tek değerli nötrosofik küme olsun. $A_1 \cong B_1$ ise ∀ x∈U için;

$$T_{A_1(x)} = T_{B_1(x)},\ I_{A_1(x)} = I_{B_1(x)} \text{ ve } F_{A_1(x)} = F_{B_1(x)}$$

Tanım 2.3.4: [39] A_1 = { x:<$T_{A_1(x)}$, $I_{A_1(x)}$,$F_{A_1(x)}$>}, B_1 = { (x:<$T_{B_1(x)}$, $I_{B_1(x)}$,$F_{B_1(x)}$>} kümeleri $x \in$ U için iki tek değerli nötrosofik küme olsun. $A_1 \lesssim B_1$ ise; ∀ x∈U için;

$$T_{A_1(x)} < T_{B_1(x)},\ I_{A_1(x)} > I_{B_1(x)} \text{ ve } F_{A_1(x)} > F_{B_1(x)}$$

Tanım 2.3.5: [39] A_1 = { x:<$T_{A_1(x)}$, $I_{A_1(x)}$,$F_{A_1(x)}$>}, B_1 = { x:<$T_{B_1(x)}$, $I_{B_1(x)}$, $F_{B_1(x)}$>} kümeleri $x \in$ U için iki tek değerli nötrosofik küme olsun.

a) A' nın $A^{\hat{c}}$ ile gösterilen tümleyeni;

$$A^{\hat{c}} = \left\{\langle x, T_{A^{\hat{c}}}(x),\ I_{A^{\hat{c}}}(x), F_{A^{\hat{c}}}(x)\rangle, x \in \mathrm{U}\right\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A^{\hat{c}}}(x) = F_A(x),\ I_{A^{\hat{c}}}(x) = 1 - I_A(x) \text{ ve } F_{A^{\hat{c}}}(x) = T_A(x)$$

b) A_1 ile A_2 nin $A_1 \,\hat{\cup}\, A_2$ ile gösterilen birleşimi;

$$A_1 \,\hat{\cup}\, A_2 = \left\{\langle x, T_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x)\rangle : x \in \mathrm{U}\right\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = max\left\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\right\},\ I_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = min\left\{I_{A_1}(x), I_{A_2}(x)\right\},$$
$$F_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = min\left\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\right\}.$$

c) A_1 ile A_2 nin $A_1 \,\hat{\cap}\, A_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$A_1 \,\hat{\cap}\, A_2 = \left\{\langle x, T_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x)\rangle : x \in \mathrm{U}\right\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = min\left\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\right\},\ I_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = max\left\{I_{A_1}(x), I_{A_2}(x)\right\},$$
$$F_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = max\left\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\right\}.$$

d) A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{+} A_2$ ile gösterilen toplama işlemi;

$$A_1 \hat{+} A_2 = \left\{\langle x, T_{A_1 \hat{+} A_2}(x), I_{A_1 \hat{+} A_2}(x), F_{A_1 \hat{+} A_2}(x)\rangle : x \in \mathrm{U}\right\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = T_{A_1}(x) + T_{A_2}(x) - T_{A_1}(x).T_{A_2}(x),\ I_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = I_{A_1}(x).I_{A_2}(x),$$
$$F_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = F_{A_1}(x).F_{A_2}(x).$$

e) A_1 ile A_2' nin $A_1 \hat{.} A_2$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$A_1 \hat{.} A_2 = \left\{\langle x, T_{A_1 \hat{.} A_2}(x), I_{A_1 \hat{.} A_2}(x), F_{A_1 \hat{.} A_2}(x)\rangle : x \in \mathrm{U}\right\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{.} A_2}(x) = T_{A_1}(x).T_{A_2}(x),\ I_{A_1 \hat{.} A_2}(x) = I_{A_1}(x) + I_{A_2}(x) - I_{A_1}(x).I_{A_2}(x),$$

$$F_{A_1 \hat{.} A_2}(x) = F_{A_1}(x) + F_{A_2}(x) - F_{A_1}(x).F_{A_2}(x).$$

f) A_1' nın λ gibi bir skalerle λA_1 ile gösterilen çarpımı, $\lambda > 0$ için

$$\lambda A_1 = \langle 1-\left(1-T_{A_1}\right)^{\lambda}, \left(I_{A_1}\right)^{\lambda}, \left(F_{A_1}\right)^{\lambda}\rangle$$

şeklinde tanımlanır.

g) A_1'in λ kuvveti A^{λ} ile gösterilir ve $\lambda > 0$ için

$$A_1{}^{\lambda} = \langle \left(T_{A_1}\right)^{\lambda}, 1-\left(1-I_{A_1}\right)^{\lambda}, 1-\left(1-F_{A_1}\right)^{\lambda}\rangle$$

şeklinde tanımlanır.

Özellik 2.3.6: [41] N bir nötrosofik küme; A_1 = <T_1, I_1, F_1>, A_2 = <T_2, I_2, F_2> ve A_3 = <T_3, I_3, F_3> N kümesinin üç tek değerli nötrosofik sayısı ve *S*: NxN→ ℝ fonksiyonu bu sayılar için bir benzerlik ölçüsü olsun. *S*, benzerlik ölçüsü aşağıdaki şartları sağlar.

i) $0 \leq S(A_1, A_2) \leq 1$

ii) $S(A_1, A_2) = S(A_2, A_1)$

iii) $S(A_1, A_2) = 1$ ancak ve ancak $A_1 \triangleq A_2$.

iv) $A_1 \lesseqqgtr A_2 \lesseqqgtr A_3$ ise $S(A_1, A_3) \leq S(A_2, A_3)$ olur.

Tanım 2.3.7: [41] A_1 = <T_1, I_1, F_1> ve A_2 = <T_2, I_2, F_2> iki tek değerli nötrosofik sayı olsun. S_h: $A_1 x A_2$ → [0, 1] olacak şekilde

$$S_h(A_1, A_2) = 1 - \max\{|T_1 - T_2|, |I_1 - I_2|, |F_1 - F_2|\}$$

fonksiyonuna Hausdorff benzerlik ölçüsü denir.

Tanım 2.3.8: [41] A_1 = <T_1, I_1, F_1> ve A_2 = <T_2, I_2, F_2> iki tek değerli nötrosofik sayı olsun. S_H: $A_1 x A_2$ → [0, 1] olacak şekilde

$$S_H(A_1, A_2) = 1 - (\,|T_1 - T_2| + |I_1 - I_2| + |F_1 - F_2|)/3$$

fonksiyonuna Hamming benzerlik ölçüsü denir.

2.4 Talcott Parson Teoresi için Nötrosofik Karar Verme

Bu kısımda Cahit ve ark. [42] çalışmasındaki temel bilgilere yer verildi. Bu çalışmada nötrosofik sayılar için elde edilen bir benzerlik ölçüsü Talcott Parson Teorisi' ndeki ideal toplumları belirlemek için kullanılmıştır.

2.4.1 Talcott Parson Teoresi

Talcott Parson Teorisini sosyal bilim alanındaki metodolojik ve meta-teorik tartışmalar üzerine inşa eden Parsons, bireyin gönüllü eylemdeki katılımının derecesini (yani nötrosofik) açıklamaya özellikle dikkat etti. Sosyal dengeyi ve uyumu korumak için yapısal ve işlevsel açıklamalar yaptı. Parsons, kültürü, bireylerin sosyal yaşamdaki eylemlerine rehberlik eden değerler ve normlar olarak görürken, yapıyı iç içe ve bağımsız bölümler sistemi olarak kavramsallaştırdı. Parsons'a göre kültürel nesneler özerktir. Bunu kültürel ve sosyal sistemler arasında ayrım yaparak gerçekleştirdi. Ayrıca toplumu genel bir eylem sistemi olarak görüyordu [42].

2.4.2 Talcott Parson Teoresinin Nötrosofik Modellemesi

Bu çalışmadaki benzerlik ölçüsü ve karar verme uygulamasının daha iyi anlaşılması için bu kısımda Talcott Parson Teoresinin Nötrosofik Modellemesi [42] en temel hatlarıyla verildi.

Parsons'ın eylem kategorilerinin mükemmelliğine göre, her toplumda ve belirli bir toplumun katmanları arasında derin şüphelerin olması kaçınılmazdır. Bununla birlikte, “Marx'ın her toplumda ideal değişimlerin tanımını toplum içindeki bir kişinin konumuna göre tanımladığı anlamında ideal bir toplum yoktur. En üst katmanda olanlar tarafından, toplum ideal olarak tanımlanır, en alt katmanda olanlar tarafından, ideal olmaktan uzaktır ve orta katmanda olanlar, bazen idealin ne olduğunu tamamen bilmezler. Toplum, koşullara bağlı olarak dalgalanan bir fenomen olarak tanımlanabilir. Bu nedenle, her zaman nötrosofik ideal bir toplumumuz vardır. Doğal olarak, bu tüm toplumlar için geçerlidir, çünkü her zaman diğerlerinden daha fazla ayrıcalığa sahip insanlar vardır. Herhangi bir demokratik toplumda bile, bazı insanlar küçük bir azınlık oluşturabilmelerine rağmen daha fazla ayrıcalığa sahiptir” [51, 52].

Parsons, belirli bir sosyal düzenin makro ve mikro boyutlarının, üyelerinin katılımıyla birlikte nasıl yapısal bütünlük gösterdiğini açıklayan bir eylem teorisi geliştirdi. Bir yandan sosyal hayata gönüllü katılımını, diğer yandan yapısal sürekliliği dikkate aldı. Burada, bireyin harekete geçerken toplumsal yapının motivasyonu altında hareket ettiği varsayılmaktadır. Ona göre, sosyal bilimler eylemleri incelerken amaçları, sonları ve idealleri göz önünde bulundurarak bir üçlü düşünmelidir.

Toplumu genel bir eylem sistemi olarak gören Parson'un temel paradigması, Weber'in “rasyonel sosyal eylem” anlayışına dayanır [53]. Ancak Weber'e göre, sosyoloji, yaşantıyı ve onun etkilerinin nedensel bir açıklamasını elde etmek için sosyal eylemi anlamayı yorumlaya çabası içinde olan bir bilimdir [54].

Bu yorum sosyoloğun bakış açısından zenginleştirildi. Böylece, sosyal eylemler nötrosofik hale gelir. Diğerleri hemfikir olabilir, kısmen hemfikir olabilir ya da katılmayabilir (1, 0, 0). Benzer şekilde, Parson Teorisinde, toplumun tüm üyelerinin bireysel faaliyetlerden ziyade insan ilişkilerini düzenleyen ve yönlendiren toplumsal değerlere ve normlara katılma olasılığı tartışmalıdır, belirsizdir. Burada nötrosofik üçlüleri görmeliyiz.

Parson’un teorisine göre, tüm sosyal eylemler beş örüntü değişkenine dayanmaktadır. Bunlar:

1. Duygusal tarafsızlığa karşı Duygusallık;

2. Kollektif yönelime karşı Bireysel yönelim;

3. Özgünlüğe karşı Evrensellik;

4. Performansa karşı Nitelik;

5. Yaygınlığa karşı Belirlilik.

Parsons, bu değişkenlerin beklentileri ve ilişkilerin yapısını sınıflandırdığına ve maddi olmayan eylem teorisini daha anlaşılır hale getirdiğine inanmaktadır. Bununla birlikte, Parsons'a göre, kalıp değişkenleri iki yönlüdür ve her kalıp değişkeni, eylemin gerçekleştirilebilmesi için aktör tarafından çözülmesi gereken bir sorunu veya bilmeceyi gösterir. Aynı zamanda, geleneksel toplum ile modern toplum arasında geniş bir çeşitlilik vardır. Bununla birlikte, bunlar nötrosofik sosyolojik analiz için ikili olarak görülebilir (1, 0), bireyin davranışlarının hangisinin modern veya geleneksel olduğunu belirlemek çok zordur. Bu nedenle, her biri üçlü nötrosofik olarak kabul edilmelidir (1, 0, 0). Feministlerin Parsons'ın aile görüşüne verdiği yanıt örnek olarak verilebilir. Parsons'a göre, modern toplumlarda aile yapısındaki araçsal liderlik rolü, ailenin itibarının ve gelirinin dayandığı eş-babaya verilmelidir [55]. Ancak feministlere göre Parsons tarafından yapılan bu ifade statükonun devamından başka bir şey değildir [56]. Ek olarak, bu örüntü değişkenleri (stereotipler) insanların rol çatışmasıyla karşılaştıklarında nasıl davranacaklarını söylemezler ve bir kez daha belirsizlikle karşılaşacağız. Bu belirsizlik sadece nötrososyoloji ile cevaplanabilir.

2.4.3 Tek Değerli Nötrosofik Sayılar İçin Yeni Bir Benzerlik Ölçüsü

Bu kısımda tek değerli nötrosofik sayılar için yeni bir benzerlik ölçüsü [42] verildi.

Tanım 2.4.3.1: [42] A_1 = <T_1, I_1, F_1>, A_2 = <T_2, I_2, F_2> iki tek değerli nötrosofik sayı olsun. A_1 ve A_2 arasındaki benzerlik ölçüsü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_N(A_1, A_2) = 1-(2/3)\Big[\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\}+1}$$
$$+\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\right\}/2\}+1}$$
$$+\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\right\}/2\}+1}\Big].$$

Bu benzerlik ölçüsünün Özellik 2.3.6 deki şartları sağladığı Teorem 2.4.3.2 ispatında gösterildi.

Teorem 2.4.3.2: [42] A_1 = <T_1, I_1, F_1>, A_2 = <T_2, I_2, F_2> ve A_3 = <T_3, I_3, F_3> üç tek değerli nötrosofik sayı ve $\mathrm{S_N}$ Tanım 2.4.3.1 tanımlanan benzerlik ölçüsü olsun. $\mathrm{S_N}$ aşağıdaki özellikleri sağlar.

i. $0 \leq S_N(A_1, A_2) \leq 1$

ii. $S_N(A_1, A_2) = S_N(A_2, A_1)$

iii. $S_N(A_1, A_2) = 1$ ancak ve ancak $A_1 \triangleq A_2$.

iv. $A_1 \leq A_2 \leq A_3$ ise $S_N(A_1, A_3) \leq S_N(A_1, A_2)$.

v.

İspat:

i) A_1 ve A_2 tek değerli nötrosofik sayılar olduğundan,

$$max\{\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\}+1}\} = ½,$$

$$min\{\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\}+1}\} = 0,$$

$$max\{\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}\} = ½,$$

$$min\{\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}\} = 0,$$

$$max\{\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}\} = ½,$$

$$min\{\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}\} = 0$$

olur. Böylece,

$$min\{S_N(A_1,A_2)\} = 1 - 2/3(1/2 + 1/2 + 1/2) = 1 - 1 = 0,$$
$$max\{S_N(A_1,A_2)\} = 1 - 2/3(0+0+0) = 1 - 0 = 1.$$

Bundan dolayı, $0 \leq S_N(A_1,A_2) \leq 1$.

ii)

$$\begin{aligned} S_N(A_1, A_2) = 1 - (2/3)[&\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2},|2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2},|2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1} \\ &+ \frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1} \\ &+ \frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}] \\ = 1–2/3.\ \{ &\frac{min\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2},|2(T_2-T_1)-(I_2-I_1)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2},|2(T_2-T_1)-(I_2-I_1)|/3\}/2\}+1} \\ &+ \frac{min\{\sqrt{3(T_2-T_{12})^2+(F_2-F_1)^2},|2(T_2-T_1)-(F_2-F_1)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(F_2-F_1)^2},|2(T_2-T_1)-(F_2-F_1)|/3\}/2\}+1} \\ &+ \frac{min\{\sqrt{2(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2+(F_2-F_1)^2},|3(T_2-T_1)-(I_2-I_1)-(F_2-F_1)|/5\}}{\{max\{\sqrt{2(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2+(F_2-F_1)^2},|3(T_2-T_1)-(I_2-I_1)-(F_2-F_1)|/5\}/2\}+1}\} \\ = S_N(A_2, A_1). \end{aligned}$$

iii)

$$\begin{aligned} S_N(A_1, A_2) = 1 - (2/3)[&\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2},|2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2},|2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1} \\ &+ \frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1} \\ &+ \frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}] \end{aligned}$$

$= 1$

olduğunu varsayalım. Böylece,

$$(2/3)\left[\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\}+1}\right.$$

$$+\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\right\}/2\}+1}$$

$$\left.+\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\right\}/2\}+1}\right]$$

$$= 0$$

olur. Bu yüzden,

$$\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\}+1} = 0,$$

$$\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\right\}/2\}+1} = 0,$$

$$\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\right\}/2\}+1} = 0$$

olur. Böylece,

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\ \} = 0,$$

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3 = 0,$$

$$min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2+\ (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\ \} = 0$$

olur. Şimdi, bu ifadeleri 0 yapabilen tüm durumları inceleyelim.

a) Kabul edelim ki

$$\sqrt{2(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2+\ (F_1-F_2)^2} = 0 \qquad (2.4.3.1)$$

olsun. Böylece,

$$2(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2+\ (F_1-F_2)^2 = 0 \text{ olur.}$$

Bundan dolayı,

$$T_1-T_2 = 0,\ I_1-I_2 = 0 \text{ ve } F_1-F_2 = 0$$

elde edilir. Böylece,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2\ ve\ F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \ \widehat{=} A_2\text{' dir.}$$

b) Kabul edelim ki

$$\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + \ (I_1 - I_2)^2} = 0 \qquad (2.4.3.2)$$

$$\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + \ (F_1 - F_2)^2} = 0 \qquad (2.4.3.3)$$

olsun. (2.4.3.2) ve (2.4.3.3) den

$$3(T_1 - T_2)^2 + \ (I_1 - I_2)^2 = 0 \text{ ve } 3(T_1 - T_2)^2 + \ (F_1 - F_2)^2 = 0$$

elde edilir.

Böylece,

$$T_1 - T_2 = 0, I_1 - I_2 = 0 \text{ ve } F_1 - F_2 = 0$$

elde edilir. Bundan dolayı,

$$T_1 = T_2, \ I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \ \widehat{=} A_2$$

elde edilir.

c) Kabul edelim ki

$$\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + \ (I_1 - I_2)^2} = 0 \qquad (2.4.3.4)$$

$$|2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)| = 0 \qquad (2.4.3.5)$$

olsun. (2.4.3.4) den dolayı

$$T_1 - T_2 = 0 \text{ ve } I_1 - I_2 = 0 \qquad (2.4.3.6)$$

olur. Ayrıca (2.4.3.5) ve (2.4.3.6) dan

$$F_1 - F_2 = 0$$

olur. Bundan dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \ \widehat{=} A_2$$

elde edilir.

d) Kabul edelim ki

$$|2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3 = 0 \qquad (2.4.3.7)$$

$$|2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)|/3 = 0 \qquad (2.4.3.8)$$

$$|3(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2) - (F_1 - F_2)|/5 = 0 \qquad (2.4.3.9)$$

olsun. (2.4.3.7) ve (2.4.3.8) den dolayı,

$$T_1 - T_2 = I_1 - I_2 = F_1 - F_2 \qquad (2.4.3.10)$$

elde edilir. Böylece (2.4.3.9) ve (2.4.3.10) den dolayı,

$$T_1 - T_2 = 0$$

elde edilir.

Bundan dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \ \widehat{=}\ A_2$$

elde edilir.

Şimdi, $A_1 \ \widehat{=}\ A_2$ olduğunu varsayalım. Böylece, Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2, F_1 = F_2$$

Bundan dolayı

$$S_N(A_1, A_2) = 1 - (2/3)\Big[\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1}$$

$$+ \frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}$$

$$+ \frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}\Big]$$

$$= 0$$

elde edilir.

iv) Kabul edelim ki $A_1 \lesseqgtr A_2 \lesseqgtr A_3$ olsun. Tanım 2.3.3 ve Tanım 2.3.4 den dolayı

$$T_1 \le T_2 \le T_3, I_1 \ge I_2 \ge I_3, F_1 \ge F_2 \ge F_3 \text{ dir.}$$

Böylece,

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\ \} \leq 1,$$

$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\Big\}/2\} \leq 1,$$

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\ \} \leq 1,$$

$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\Big\}/2\} \leq 1$$

elde edilir. Böylece,

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\ \} \leq$$
$$min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\ \},$$
$$max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\} \leq$$
$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\Big\}/2\}$$

olur. Bundan dolayı,

$$\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\ \}}{\{max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\Big\}/2\}+1} \leq$$
$$\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\ \}}{\{max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\Big\}/2\}+1} \qquad (2.4.3.11)$$

olur. Ek olarak,

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\ \} \leq 1,$$
$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\Big\}/2\} \leq 1,$$
$$min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\ \} \leq 1,$$
$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\Big\}/2\} \leq 1.$$

olur. Böylece,

$$min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\ \} \leq$$
$$min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\ \},$$
$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+\ (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\Big\}/2\} \leq$$
$$max\Big\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+\ (F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\Big\}/2\}$$

olur. Bundan dolayı,

$$\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\right\}/2\}+1} \leq$$

$$\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2},|2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_2)^2},|2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\right\}/2\}+1} \qquad (2.4.3.12)$$

olur. Ayrıca,

$$min\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},\frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\} \leq 1,$$

$$\frac{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},\frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\}}{2} \leq 1,$$

$$min\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2},\frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\} \leq 1,$$

$$\frac{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2},\frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}}{2} \leq 1$$

olduğundan,

$$min\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},\frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\} \leq$$

$$min\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2},\frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\},$$

$$\frac{\max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},\frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\}}{2} \leq$$

$$\frac{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2},\frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}}{2}$$

olur. Bundan dolayı,

$$\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2},|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\right\}/2\}+1} \leq$$

$$\frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2},|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|/5\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2},|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|/5\right\}/2\}+1} \qquad (2.4.3.13)$$

elde edilir. Sonuç olarak (2.4.3.11), (2.4.3.12) ve (2.4.3.13) den dolayı

$$S_N(A_1,A_3) = 1-(2/3)[\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2},|2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2},|2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\right\}/2\}+1}$$

$$+\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2},|2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2},|2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\right\}/2\}+1}$$

$$+ \frac{\min\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}/2\}+1}]$$

$$\leq 1-(2/3)[\frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\right\}/2\}+1}$$

$$+ \frac{min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{max\left\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\right\}/2\}+1}$$

$$+ \frac{min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\right\}/2\}+1}]$$

$$= S_N(A_1, A_2)$$

elde edilir.

2.4.4 Talcott Parsons Teorisinin Nötrosofik Modellemesi İçin Karar Verme Uygulamaları

Bu kısımda, Tanım 2.4.3.1 deki benzerlik ölçüsünden yararlanarak Parsons'ın büyük eylem teorisinde ideal topluma yakın toplumları bulmamızı sağlayan uygulamalar için bir algoritmaya yer verildi [42].

2.4.4.1 Algoritma

1. Adım: Hangi toplumların ideal topluma daha yakın olduğunu bulmak için dikkate alınması gereken kriterler belirlenir. Kriterlerin kümesi K = $\{k_1, k_2, \ldots, k_m\}$ olsun.

2. Adım: Kriterlerin ağırlık değerleri belirlenir. Kriterlerin ağırlık değerlerinin kümesi A = $\{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ olsun. Yani,

k_1 kriterinin ağırlıklı değeri a_1

k_2 kriterinin ağırlıklı değeri a_2

.

.

.

k_m kriterinin ağırlıklı değeri a_m

olur.

Ayrıca,

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = 1 \text{ ve } a_1, a_2, \ldots, a_m \in [0,1]$$

şeklindedir.

3. Adım: İdeal toplum değerlendirmesine alınacak her toplum, tek değerli nötrosofik sayı olarak, sosyologlar tarafından değerlendirilmelidir. T = $\{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$ toplumlar kümesi olsun. Toplumların tek değerli nötrosofik kümeler olarak sembolik temsili:

$t_1 = \{k_1{:}<T_{t_1(k_1)}, I_{t_1(k_1)}, F_{t_1(k_1)}>, k_2{:}<T_{t_1(k_2)}, I_{t_1(k_2)}, F_{t_1(k_2)}>, \ldots, k_m{:}<T_{t_1(k_m)}, I_{t_1(k_m)}, F_{t_1(k_m)}>;$ $k_i \in$ K (i = 1, 2, …, m)},

$t_2 = \{k_1{:}<T_{t_2(k_1)}, I_{t_2(k_1)}, F_{t_2(k_1)}>, k_2{:}<T_{t_2(k_2)}, I_{t_2(k_2)}, F_{t_2(k_2)}>, \ldots, k_m{:}<T_{t_2(k_m)}, I_{t_2(k_m)}, F_{t_2(k_m)}>;$ $k_i \in$ K (i = 1, 2, …, m)},

.

.

.

$t_n = \{k_1{:}<T_{t_n(k_1)}, I_{t_n(k_1)}, F_{t_n(k_1)}>, k_2{:}<T_{t_n(k_2)}, I_{t_n(k_2)}, F_{t_n(k_2)}>, \ldots, k_m{:}<T_{t_n(k_m)}, I_{t_n(k_m)}, F_{t_n(k_m)}>;$ $k_i \in$ K (i = 1, 2, …, m)}

şeklinde olur.

Burada, $k_1, k_2, \ldots, k_m$ 1. Adımdaki kriterlerdir. Böylece, her toplum verilen kriterlere göre bir tek değerli nötrosofik sayı olarak elde edilir.

4. Adım: Toplumların ideal topluma ne kadar yakın olduklarını belirlemek için hayali bir kusursuz (ideal) toplum belirlenir. Elde ettiğimiz benzerlik ölçüsü altında ideal toplum

$$I = \{k_1{:}<1, 0, 0>, k_2{:}< 1, 0, 0>, \ldots, k_m{:} <1, 0, 0>; k_i \in K \ (i = 1, 2, \ldots, m)\}$$

şeklinde olmalıdır.

Böylece, her bir kritere göre %100 doğru, %0 belirsiz ve %0 yanlışlık içeren hayali bir toplumu elde edilir.

5. Adım: Adım 3 verilen tek değerli nötrosofik küme olarak verilen toplumları kritelere göre bir tabloda ifade ediyoruz. Böylece, Tablo 2.4.4.1.1 elde edilir.

Tablo 2.4.4.1.1 Toplumların kriter tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	$<T_{t_1(k_1)}, I_{t_1(k_1)}, F_{t_1(k_1)}>$	…	$<T_{t_1(k_3)}, I_{t_1(k_3)}, F_{t_1(k_3)}>$	…	$<T_{t_1(k_m)}, I_{t_1(k_m)}, F_{t_1(k_m)}>$
t_2	$<T_{t_2(k_1)}, I_{t_2(k_1)}, F_{t_2(k_1)}>$	…	$<T_{t_2(k_3)}, I_{t_2(k_3)}, F_{t_2(k_3)}>$	…	$<T_{t_2(k_m)}, I_{t_2(k_m)}, F_{t_2(k_m)}>$
.	.		.		.
.	.	…	.	…	.
.	.		.		.
t_n	$<T_{t_n(k_1)}, I_{t_n(k_1)}, F_{t_n(k_1)}>$	…	$<T_{t_n(k_3)}, I_{t_n(k_3)}, F_{t_n(k_3)}>$	…	$<T_{t_n(k_m)}, I_{t_n(k_m)}, F_{t_n(k_m)}>$

6. Adım: Her toplum için verilen kriter değerinin ayrı ayrı Adım 4 teki ideal toplum I nın her kriter değerine benzerliğini Tanım 2.4.3.1 deki benzerlik ölçüsüyle hesaplanır. Böylece, Tablo 2.4.4.1.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.1.2 Her sosyal kriterin ideal toplum kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	$S_N(I_{k_1}, t_{1_{k_1}})$	…	$S_N(I_{k_3}, t_{1_{k_3}})$	…	$S_N(I_{k_m}, t_{1_{k_m}})$
t_2	$S_N(I_{k_1}, t_{2_{k_1}})$	…	$S_N(I_{k_3}, t_{2_{k_3}})$	…	$S_N(I_{k_m}, t_{2_{k_m}})$
.	.		.	…	.
.	.	…	.	.	.
.	.		.	.	.
t_n	$S_N(I_{k_1}, t_{n_{k_1}})$		$S_N(I_{k_3}, t_{n_{k_3}})$	…	$S_N(I_{k_m}, t_{n_{k_m}})$

7. Adım: Bu adımda, ağırlıklı benzerlik tablosu elde edeceğiz (Tablo 2.4.4.1.3)

Tablo 2.4.4.1.3 Her sosyal kriter için ideal toplum kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.

	$\boldsymbol{a_1k_1}$	$\boldsymbol{a_2k_2}$	$\boldsymbol{a_3k_3}$	$\boldsymbol{a_4k_4}$	$\boldsymbol{a_mk_m}$
t_1	$a_1S_N(I_{k_1}, t_{1_{k_1}})$	$\dots$	$a_3S_N(I_{k_3}, t_{1_{k_3}})$	$\dots$	$a_mS_N(I_{k_m}, t_{1_{k_m}})$
t_2	$a_1S_N(I_{k_1}, t_{2_{k_1}})$	$\dots$	$a_3S_N(I_{k_3}, t_{2_{k_3}})$	$\dots$	$a_mS_N(I_{k_m}, t_{2_{k_m}})$
.	.		.	$\dots$	.
.	.	$\dots$	.	.	.
.	.		.	.	.
t_n	$a_1S_N(I_{k_1}, t_{n_{k_1}})$		$a_3S_N(I_{k_3}, t_{n_{k_3}})$	$\dots$	$a_mS_N(I_{k_m}, t_{n_{k_m}})$

8. Adım: Bu son adımda, $S_{Nm}(t_m, \mathrm{I}) = \sum_{i=1}^{n} a_i . S_N(I_{k_i}, t_{m_{k_i}})$ eşitliği uygulayarak bir benzerlik değer tablosu elde edilir (Tablo 2.4.4.1.4).

Tablo 2.4.4.1.4 Toplumların ideal topluma benzerlik tablosu.

	Benzerlik değeri
t_1	$S_{N1}(t_1, \mathrm{I})$
t_2	$S_{N2}(t_2, \mathrm{I})$
.	.
.	.
.	.
t_n	$S_{Nn}(t_n, \mathrm{I})$

2.4.4.2 Parsons Teorisinin Nötrosofik Modellemesinde İdeal Toplum Belirleme Uygulaması

Bu kısımda 2.4.4.1 Algoritmadaki adımları kullanarak, 4 toplumun Parsons teorisindeki ideal topluma ne kadar yakın olduğunu belirlendi [42].

1. Adım: Parsons teorisinde ideal bir toplum kriterleri [42]

k_1 = duygusal tarafsızlığa karşı duygusallık

k_2 = kolektif yönelim karşı bireysel yönelim

k_3 = özgüllüğe karşı evrensellik

k_4 = performansa karşı nitelik

k_5 = yaygınlığa karşı belirlilik

şeklindedir.

2. Adım: Bu örnekte, ağırlık değerlerini,

$$w_1 = w_2 = \ldots = w_5 = 0.2$$

olacak şekilde alacağız.

3. Adım: Toplumların kümesi T = $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ olsun. Toplumların sosyologlar tarafından Adım 1'deki kriterlere göre değerlendirilmesiyle tek değerli nötrosofik kümelerin aşağıdaki gibi olduğunu kabul edelim.

$t_1 = \{k_1{:}<0.6, 0.2, 0.1>, k_2{:}<0.7, 0.2, 0.1>, k_3{:}<0.4, 0.1, 0.2>, k_4{:}<0.8, 0.1, 0>, k_5{:}<0.5, 0.1, 0.2>\}$

$t_2 = \{k_1{:}<0.5, 0.2, 0.3>, k_2{:}<0.6, 0.1, 0.3>, k_3{:}<0.8, 0.1, 0.2>, k_4{:}<0.4, 0.1, 0.4>, k_5{:}<0.9, 0, 0.1>\}$

$t_3 = \{k_1{:}<0.5, 0.2, 0.1>, k_2{:}<0.8, 0.1, 0.1>, k_3{:}<0.8, 0.1, 0>, k_4{:}<0.7, 0.2, 0.1>, k_5{:}<0.7, 0.2, 0.3>\}$

$t_4 = \{k_1{:}<0.7, 0.2, 0.1>, k_2{:}<0.6, 0.2, 0.2>, k_3{:}<0.7, 0.2, 0.1>, k_4{:}<0.7, 0.1, 0.2>, k_5{:}<0.8, 0.1, 0.1>\}$

4. Adım: Toplumları karşılaştırdığımız hayali mükemmel (ideal) toplum

$$I = \{k_1{:}<1, 0, 0>, k_2{:}<1, 0, 0>, k_3{:}<1, 0, 0>, k_4{:}<1, 0, 0>, k_5{:}<1, 0, 0>\}$$

olsun.

5. Adım: 3. Adımdaki tek değerli nötrosofik küme olarak verilen toplumlar Tablo 2.4.4.2.1 de gösterilir.

Tablo 2.4.4.2.1 Toplumların kriterler tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
t_1	<0.6, 0.2, 0.1>	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.4, 0.1, 0.2>	<0.8, 0.1, 0>	<0.5, 0.1, 0.2>
t_2	<0.5, 0.2, 0.3>	<0.6, 0.1, 0.3>	<0.8, 0.1, 0.2>	<0.4, 0.1, 0.4>	<0.9, 0, 0.1>
t_3	<0.5, 0.2, 0.1>	<0.8, 0.1, 0.1>	<0.8, 0.1, 0>	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.7, 0.2, 0.3>
t_4	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.6, 0.2, 0.2>	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.7, 0.1, 0.2>	<0.8, 0.1, 0.1>

6. Adım: Tanım 2.4.3.1 de tanımlanan benzerlik ölçüsünü kullanarak, toplumların kriterlerinin ideal toplum kriterlerine benzerliğini veren Tablo 2.4.4.2.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.2.2 Toplum kriterlerinin ideal toplum kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
t_1	0.5351	0.6088	0.4121	0.7489	0.4700
t_2	0.4263	0.5132	0.6930	0.3734	0.8494
t_3	0.4700	0.7196	0.7489	0.6088	0.5610
t_4	0.6088	0.5112	0.6088	0.6088	0.7196

7. Adım: Bu örnekte, her ölçütün ağırlıklı değerini eşit olarak aldığımız için Tablo 2.4.4.2.2 de herhangi bir değişiklik yapmaya gerek yoktur.

8. Adım: Bu adımda, toplumların ideal toplumla benzerlik değerlerini veren Tablo 2.4.4.2.3 elde edilir.

Tablo 2.4.4.2.3. Toplumların ideal toplumla benzerlik değer tablosu.

	Benzerlik Değeri
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 2.7749
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 2.8553
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 3.1083
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 3.0572

Her kriterin ağırlık değeri eşit olduğundan Tablo 2.4.4.2.3 deki değerleri 5 e bölerek benzerlik değerleri [0, 1] aralığına düşürülür ve Tablo 2.4.4.2.4 elde edilir.

Tablo 2.4.4.2.4 Toplumların ideal topluma ağırlıklı benzerlik oranları

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1, \mathrm{I}) = 0.5549$
t_2	$S_{N2}(t_2, \mathrm{I}) = 0.5710$
t_3	$S_{N3}(t_3, \mathrm{I}) = 0.6216$
t_4	$S_{N4}(t_4, \mathrm{I}) = 0.6114$

Böylece, Tablo 2.4.4.2.4 de her toplumun mükemmel toplumla benzerlik değeri elde edilir. Değerlendirmenin sonucunda ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_3}$, $\boldsymbol{t_4}$, $\boldsymbol{t_2}$ ve $\boldsymbol{t_1}$ olarak elde edilir.

2.4.4.3 Uygulamanın Hassasiyet Analizi

Bu kısmda 2.4.4.2 Uygulaması için hassasiyet analizi verildi [42].

2.4.4.2 Uygulamada kriterlerin ağırlık değerleri

k_1 kriterinin ağırlıklı değeri $a_1 = 0.2$

k_2 kriterinin ağırlıklı değeri $a_2 = 0.2$

k_3 kriterinin ağırlıklı değeri $a_3 = 0.2$

k_4 kriterinin ağırlıklı değeri $a_4 = 0.2$

k_5 kriterinin ağırlıklı değeri $a_5 = 0.2$

şeklinde alındı ve ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_3}$, $\boldsymbol{t_4}$, $\boldsymbol{t_2}$, $\boldsymbol{t_1}$ olarak elde edildi.

a) A = $\{a_1 = 0.1,\ a_2 = 0.3,\ a_3 = 0.2,\ a_4 = 0.2,\ a_5 = 0.2\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_3}$**,** $\boldsymbol{t_4}$**,** $\boldsymbol{t_2}$ **ve** $\boldsymbol{t_1}$ olarak Tablo 2.4.4.3.1 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.1 A = {a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2} olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 0.55235
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 0.57975
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 0.64662
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 0.60168

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile aynı sonuç elde edilir.

b) A = {a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_4 = 0.1, a_5 = 0.2} alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_3}$**,** $\boldsymbol{t_4}$**,** $\boldsymbol{t_2}$ **ve** $\boldsymbol{t_1}$ olarak Tablo 2.4.4.3.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.2 A = {a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_4 = 0.1, a_5 = 0.2} olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 0.5213
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 0.60302
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 0.63567
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 0.61144

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile aynı sonuç elde edilir.

c) A = {a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2} alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_4}$**,** $\boldsymbol{t_3}$**,** $\boldsymbol{t_2}$ **ve** $\boldsymbol{t_1}$ olarak Tablo 2.4.4.3.3 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.3 A = {a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2}
olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 0.54761
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 0.56237
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 0.5967
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 0.6212

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

d) A = {a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.1, a_4 = 0.3, a_5 = 0.2} alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_4}$**,** $\boldsymbol{t_1}$**,** $\boldsymbol{t_2}$ **ve** $\boldsymbol{t_3}$ olarak Tablo 2.4.4.3.4 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.4 A = {{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.1, a_4 = 0.3, a_5 = 0.2}
olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 0.58866
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 0.5391
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 0.36379
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 0.61144

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuc elde edilir.

e) A = {a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1} alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_3}$**,** $\boldsymbol{t_4}$**,** $\boldsymbol{t_1}$ **ve** $\boldsymbol{t_2}$ olarak Tablo 2.4.4.3.5 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.5 A = {a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1} olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 0.58287
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 0.52346
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 0.62644
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 0.60036

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

f) A = {a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3} alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla $\boldsymbol{t_4}$**,** $\boldsymbol{t_2}$**,** $\boldsymbol{t_3}$ **ve** $\boldsymbol{t_1}$ olarak Tablo 2.4.4.3.6 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.6 A = {{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3} olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_{N1}(t_1$, I) = 0.52709
t_2	$S_{N2}(t_2$, I) = 0.61866
t_3	$S_{N3}(t_3$, I) = 0.61688
t_4	$S_{N4}(t_4$, I) = 0.62252

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

Şimdi a), b) c), d), e) ve f) deki sonuçları Tablo 2.4.4.3.7 de karşılaştıralım.

Tablo 2.4.4.3.7 Ağırlık değerlerine göre ideal toplum.

	Sırasıyla İdeal Toplumlar
A = {{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3}	t_3, t_4, t_1, t_2
A = {{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1}	t_4, t_3, t_2, t_1
A = {{a_1 = 0.2, a_2 = 0.1, a_3 = 0.3, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2}	t_3, t_4, t_2, t_1
A = {{a_1 = 0.2, a_2 = 0.3, a_3 = 0.1, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2}	t_4, t_1, t_2, t_3
A = {{a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2}	t_4, t_3, t_2, t_1
A = {{a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2}	t_3, t_4, t_2, t_1

Tablo 2.4.4.3.7 de görüldüğü üzere,

$$A = \{a_1 = 0.2,\ a_2 = 0.2,\ a_3 = 0.2,\ a_4 = 0.1,\ a_5 = 0.3\}$$

alınırsa, 2.4.4.2 Uygulamadaki ile aynı sonuç elde edilir. Diğer durumlarda, 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

2.4.4.4 Karşılaştırma Yöntemleri

Bu kısımda 2.4.4.2 Uygulamadaki verilerden elde edilen sonuçları Tanım 2.3.7 da tanımlanan Hausdorff benzerlik ölçüsüyle [40] ve Tanım 2.3.8 de tanımlanan Hamming benzerlik ölçüsüyle [40] elde edilen sonuçlar karşılaştırıldı [42].

a) 2.4.4.2 Uygulama için Hausdorff benzerlik ölçüsü [40] kullanılırsa, sonuç olarak Tablo 2.4.4.4.1 elde edilir.

Tablo 2.4.4.4.1 Hausdorff ölçüsüne göre toplumların ideal topluma benzerlik değeri

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_h(t_1, \mathrm{I}) = 0.6$
t_2	$S_h(t_2, \mathrm{I}) = 0.64$
t_3	$S_h(t_3, \mathrm{I}) = 0.7$
t_4	$S_h(t_4, \mathrm{I}) = 0.7$

Böylece, Hausdorff benzerlik ölçüsüne göre ideal topluma en yakın toplum sırasıyla $\boldsymbol{t_3} = \boldsymbol{t_4}$, $\boldsymbol{t_2}$ ve $\boldsymbol{t_1}$ olarak elde edilir.

b) 2.4.4.2 Uygulama için Hamming ölçüsü [40] kullanılırsa, sonuç olarak Tablo 2.4.4.4.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.4.2 Toplumların Hamming benzerlik ölçüsüne göre ideal topluma benzerlik değeri

	Benzerlik Oranı
t_1	$S_H(t_1$, I) = 0.78
t_2	$S_H(t_2$, I) = 0.76
t_3	$S_H(t_3$, I) = 0.806667
t_4	$S_H(t_4$, I) = 0.8

Böylece, Hamming benzerlik ölçüsüne göre mükemmel topluma en yakın toplum sırasıyla $\boldsymbol{t_3}$, $\boldsymbol{t_4}$, $\boldsymbol{t_2}$ ve $\boldsymbol{t_1}$ olarak elde edilir.

Sonuç olarak,

Tanım 2.4.3.2 deki benzerlik ölçüsüne göre mükemmel toplum sırasıyla

$$\boldsymbol{t_3},\ \boldsymbol{t_4},\ \boldsymbol{t_2},\ \boldsymbol{t_1}$$

olarak elde edilir.

Hausdorff ölçüsüne göre mükemmel toplum sırasıyla

$$\boldsymbol{t_3} = \boldsymbol{t_4},\ \boldsymbol{t_2},\ \boldsymbol{t_2}$$

olarak elde edilir.

Hamming ölçüsüne göre mükemmel toplum sırasıyla

$$\boldsymbol{t_3},\ \boldsymbol{t_4},\ \boldsymbol{t_1},\ \boldsymbol{t_2}$$

olarak elde edilir.

2.5 Nötrosofik Üçlü Kümeler ve Bazı Nötrosofik Üçlü Yapılar

Bu kısımda Ali ve Smarandache [12], Ali ve ark. [13], Şahin ve Kargın [14], [43] çalışmaların temel tanım ve özelliklerine yer verildi.

Tanım 2.5.1: [12] N herhangi bir küme ve * bir ikili işlem olsun. N kümesi aşağıdaki şartları sağlıyorsa (N, *) ikilisine bir nötrosofik üçlü küme denir.

i) Her n ∈ N için,

$$n*etkisiz(n)= etkisiz(n)* n = n$$

olacak şekilde bir etkisiz(n) elemanı vardır.

ii) Her n ∈ N için,

$$n*ters(n) = ters(n)* n = etkisiz(n)$$

olacak şekilde bir ters(n) elemanı vardır.

Ayrıca bir n ∈ N nötrosofik üçlüsü (n, etkisiz(n), ters(n)) şeklinde gösterilir.

Burada, etkisiz(n) klasik birim elemandan farklı olmalıdır.

Örnek 2.5.2: N = $\{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$ bir küme olsun. (N, .) çarpma işlemi altında modül 10 ($\mathbb{Z}_{10}$, .) göre bir nötrosofik üçlü kümedir. Buradaki nötrosofik üçlüler

(0, 0, 0), (2, 6, 8), (3, 3, 3), (4, 6, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6) ve (8, 6, 2)

şeklindedir.

Tanım 2.5.3: [12] (N, *) bir nötrosofik üçlü küme olsun. (N, *) kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa (N, *) ikilisine nötrosofik üçlü grup denir.

i) Her n, m ∈ N için n*m ∈ N (kapalılık özelliği)
ii) Her n, m, s ∈ N için (n*m)*s = n*(m*s) (birleşme özelliği)

Örnek 2.5.4: Örnek 2.5.2 den N = $\{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$ olmak üzere (N, .) çarpma işlemi altında modül 10 ($\mathbb{Z}_{10}$, .) göre bir nötrosofik üçlü kümedir. Aynı zamanda (N, .) bir nötrosofik üçlü gruptur.

Tanım 2.5.5: [13] (F, *, #) kümesi * ve # işlemlerine göre bir nötrosofik üçlü küme olsun. (F,*, #) kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa, (F,*, #) üçlüsüne bir nötrosofik üçlü cisim denir.

i) (F,*) bir değişmeli nötrosofik üçlü gruptur.
ii) (F, #) bir nötrosofik üçlü gruptur.
iii) Her n, m, s ∈ F için n#(m*s)= (n#m)*(n#s) ve (m*s)#n = (m#n)*(s#n).

Tanım 2.5.6: [14] (F,$*_1$, $\#_1$) bir nötrosofik üçlü cisim ve (V, $*_2$, $\#_2$) kümesi $*_2$, $\#_2$ ikili işlemlerine göre bir nötrosofik üçlü küme olsun. Aşağıdaki şartları sağlarsa (V,$*_2$, $\#_2$) üçlüsüne (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cisim üzerine bir nötrosofik üçlü vektör uzayı denir.

Her n, m, s ∈ V ve α, β ∈ F için,

i) n$*_2$m ∈ V ve n $\#_2$α ∈ V;

ii) (n$*_2$m) $*_2$s = n$*_2$ (m$*_2$s);

iii) n$*_2$m = m$*_2$n;

iv) (m$*_2$n) $\#_2$α = (m$\#_2$α) $*_2$(n$\#_2$α);

v) (α $*_1$ β) $\#_2$n = (α$\#_2$n) $*_1$(β$\#_2$n);

vi) (α$\#_1$β) $\#_2$m = α$\#_1$(β$\#_2$m);

vii) Her bir m ∈ V için m$\#_2$etkisiz(α) = etkisiz(α) $\#_2$m = m olacak şekilde en az bir α ∈ F vardır.

Ayrıca i), ii) ve iii) şartları (V, $*_2$) nin bir değişmeli üçlü grup olduğunu gösterir.

Teorem 2.5.7: [14] (N,*) bir nötrosofik üçlü grup olsun. Her n ∈ N için,

$$n = \text{etkisiz}(n)$$

ise

$$\text{etkisiz}(n) = \text{ters}(n) = n$$

olacak şekilde en az bir ters(n) ∈ N vardır.

Teorem 2.5.8: [14] (N,*) bir nötrosofik üçlü grup olsun. Her n ∈ N için, aşağıdaki şartlar sağlanır.

i) etkisiz(etkisiz(n)) = etkisiz(n)
ii) ters(etkisiz(n)) = etkisiz(n)
iii) ters(ters(n)) = n
iv) etkisiz(ters(n)) = etkisiz(n)

Tanım 2.5.9: [14] (N,*) bir nötrosofik üçlü küme olsun. $d_{nü}$:NxN → $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{nü}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü metrik denir.

Her n, m, s ∈ N için,

a) n*m ∈ N;

b) n = m ise $d_{nü}$(n, m) = 0;

c) $d_{nü}$(n, m) = $d_{nü}$(m, n);

d) Herhangi bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nü}(n, m) \leq d_{nü}(n, m*\text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N elemanı var ise

$$d_{nü}(n, m*\text{etkisiz}(s)) \leq d_{nü}(m, s) + d_{nü}(s, m).$$

Ayrıca ((N,*), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzaydır.

Tanım 2.5.10: [43] (N,*) bir nötrosofik üçlü küme olsun. $d_{nüv}$:NxN → $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{nüv}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik denir.

Her n, m, s_1, s_2, … , s_v ∈ N için,

a) n*m ∈ N;

b) n = m ise $d_{nüv}$(n, m) = 0;

c) $d_{nüv}$(n, m) = $d_{nüv}$(m, n);

d)

$d_{nüv}$(n, m) ≤ $d_{nüv}$(n, m*etkisiz(s_v)),

$d_{nüv}$(n, s_2) ≤ $d_{nüv}$(n, s_2*etkisiz(s_1)),

$d_{nüv}(u_1, s_3)$ ≤ $d_{nüv}(s_1, s_3$*etkisiz(s_2)),

.

.

.

$d_{nüv}(s_{v-1}$, m) ≤ $d_{nüv}$ (s_{v-1}, m*etkisiz(s_v))

olacak şekilde n, m, $s_1, s_2, \dots, s_v$ ∈ N elemanları var ise

$d_{nüv}$(n, m*etkisiz(s_v)) ≤ $d_{nüv}$(n, s_1)+ $d_{nüv}(s_1, s_2)$

+ $d_{nüv}(s_2, s_3)$+ … + $d_{nüv}(s_{v-1}, s_v)$ + $d_{nüv}(s_v$, m).

Burada n, m, $s_1, s_2, \dots, s_v$ elemanları birbirinden farklıdır.

Ayrıca ((N,*), $d_{nüv}$) bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzaydır.

Tanım 2.5.11: [43] ((N,*), $d_{nüv}$) bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nüv}(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir x ∈ N mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{x ya da } x_n \to \text{x}$$

ile gösterilir.

Tanım 2.5.12: [43]: ((N,*), $d_{nüv}$) bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_{nüv}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.5.13: [43] ((N,*), $d_{nüv}$) bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise ((N,*), $d_{nüv}$) uzayına bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş tam uzay denir.

2.6 Nötrosofik Üçlü Kısmi Metrik Uzaylar

Bu kısımda Şahin ve ark. [15] çalışmasındaki nötrosofik üçlü kısmi metriklerle ilgili temel tanım ve özelliklere yer verildi.

Tanım 2.6.1: [15] (N, *) bir nötrosofik üçlü küme olsun. $d_{nük}$:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{nük}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü kısmi metrik denir.

Her n, m, s ∈ N için,

i) x*y ∈ N;

ii) $d_{nük}$(n, n) ≤ $d_{nük}$(n, m)

iii) $d_{nük}$(n, n) = $d_{nük}$(n, m) = $d_{nük}$(m, m) = 0 ise n = m.

iv) $d_{nük}$(n, m) = $d_{nük}$(m, n)

v) Herhangi bir n, s ∈ N eleman çifti için $d_{nük}$(n, s) ≤ $d_{nük}$(n, s*etkisiz(m))

olacak şekilde en az bir m ∈ N elemanı varsa,

$d_{nük}$(n, s*etkisiz(m)) ≤ $d_{nük}$(n, m) + $d_{nük}$(m, s) - $d_{nük}$(s, s).

Ayrıca, ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Örnek 2.6.2: [15] A = {a, b, c} bir küme ve P(A), A kümesinin kuvvet kümesi olsun. ∪ bilinen birleşim işlemi olmak üzere X∪X = X' dir. Bundan dolayı, (P(A)\ ∅, ∪) bir nötrosofik üçlü kümedir. Burada, her X ∊ P(A)\ ∅ için

$$\text{etkisiz}(X) = X \text{ ve } \text{ters}(X) = X$$

olur.

Şimdi, her X, Y ∊ P(A)\ ∅ için, $d_{nük}$(X,Y) = max{s(X), s(Y)} olacak şekilde

$$d_{nük}: P(A)\setminus \emptyset \, x P(A)\setminus \emptyset \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

fonksiyonunun bir nötrosofik üçlü kısmi metrik olduğunu göstetelim. Burada s(X), X kümesinin eleman sayısıdır.

i) her X, Y ∊ P(A)\ ∅ için, X∪Y ∊ P(A).

ii) s(X) ≥ s(Y) olsun. Bundan dolayı,

$$d_{nük}(X, Y) = max\{s(X), s(Y)\} = s(X) = d_{nük}(X, X)$$

olur. Böylece,

$$0 \leq d_{nük}(X, X) \leq d_{nük}(X, Y)$$

olur.

s(X) < s(Y) olsun. Bundan dolayı,

$$d_{nük}(X, Y) = max\{s(X), s(Y)\} = s(Y) > d_{nük}(X, Y)$$

olur. Böylece,

$$0 \leq d_{nük}(X, X) \leq d_{nük}(X, Y)$$

olduğu elde edilir.

iii) $d_{nük}$(X, X) = $d_{nük}$(X, Y) = $d_{nük}$(Y, Y) = 0 ise X = Y = ∅.

iv) $d_{nük}$(X,Y) = max{s(X), s(Y)} = max{s(Y), s(X)} = $d_{nük}$(Y, X)

v) Z ⊂ Y ∈ P(A)\ ∅ için $d_{nük}$(X, Y) = $d_{nük}$(X, Y∪Z) olur. Bundan dolayı,

s(X) ≥ s(Y) ≥ s(Z) ise

max\{s(X), s(Y)\} ≤ max\{s(X), s(Z)\}+ max\{s(Z), s(Y)\} – max\{s(Z), s(Z)\} olur.

s(Y) ≥ s(X) ≥ s(Z) ise

max\{s(X), s(Y)\} ≤ max\{s(X), s(Z)\}+ max\{s(Z), s(Y)\} – max\{s(Z), s(Z)\} olur.

s(Y) ≥ s(Z) ≥ s(X) ise

max\{s(X), s(Y)\} ≤ max\{s(X), s(Z)\}+ max\{s(Z), s(Y)\} – max\{s(Z), s(Z)\} olur.

Bundan dolayı,

$$d_{nük}(\mathrm{X}, \mathrm{Y} \cup \mathrm{Z}) \leq d_{nük}(\mathrm{X}, \mathrm{Z}) + d_{nük}(\mathrm{Z}, \mathrm{Y}) - d_{nük}(\mathrm{Z}, \mathrm{Z})$$

elde edilir.

Yani, ((P(A)\ ∅, ∪), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Sonuç 2.6.3: [15]

a) Nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaylar, Tanım 2.1.1 deki klasik metrikten * ikili işlemi ve üçgen eşitsizliğinden dolayı farklıdır.

b) Nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaylar, Tanım 2.1.6 deki klasik kısmi metrikten * ikili işlemi ve üçgen eşitsizliğinden dolayı farklıdır.

c) Nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaylarda $d_{nük}$(s, s) $>$ 0 olabilme durumu olduğu için ve üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaylar, Tanım 2.5.9 deki nötrosofik üçlü metrik uzaylardan farklıdır.

Teorem 2.6.4: [15] A≠ ∅; P(A), A kümesinin kuvvet kümesi; s(X), X kümesinin eleman sayısı ve ((P(A), *), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik olsun.

$$\mathrm{s}(\mathrm{Y} * \mathrm{etkisiz}(\mathrm{Z})) \leq \mathrm{s}(\mathrm{Y})$$

olacak şekilde en az bir Z ∈ P(A) varsa

$$d_{nük}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) = \frac{d_{nü}(\mathrm{X},\mathrm{Y})+\mathrm{s}(\mathrm{X})+\mathrm{s}(\mathrm{Y})}{2}$$

bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

İspat.

i) $d_{nük}$(X, X) = 0 olduğundan

$$d_{nük}(X, X) = \frac{d_{nü}(X,X)+s(X)+s(X)}{2} = s(X) \leq \frac{d_{nü}(X,Y)+s(X)+s(Y)}{2} = d_{nük}(X, Y)$$

olur.

Bundan dolayı, her X, Y ∈ P(A) için,

$$d_{nük}(X, X) \leq d_{nük}(X, Y)$$

elde edilir.

ii) $d_{nük}$(X, X) = $d_{nük}$(X, Y) = $d_{nük}$(Y, Y) = 0 ise

$$\frac{d_{nü}(X,X)+s(X)+s(X)}{2} = \frac{d_{nü}(X,Y)+s(X)+s(Y)}{2}$$

$$= \frac{d_{nü}(Y,Y)+s(Y)+s(Y)}{2}$$

$$= 0$$

ve

$$d_{nü}(X, Y) + s(X) + s(Y) = 0$$

olur. Yani, s(X) = 0, s(Y) = 0 ve $d_{nü}(X, Y)$ = 0. Bundan dolayı,

$$X = Y = \emptyset.$$

iii) $d_{nük}$(X, Y) = $d_{nük}$(Y, X) olduğundan

$$d_{nük}(X, Y) = \frac{d_{nü}(X,Y)+d_{nü}(X)+d_{nü}(Y)}{2}$$

$$= \frac{d_{nü}(Y,X)+d_{nü}(Y)+d_{nü}(X)}{2}$$

$$= d_{nük}(Y, X)$$

olur.

iv) En az bir Z ∈ P(A) için,

$$\mathrm{s}\big(\mathrm{Y} * \mathrm{etkisiz(Z)}\big) = \mathrm{s(Y)},$$

$$d_{n\ddot{u}k}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) \leq d_{n\ddot{u}k}(\mathrm{X},\mathrm{Y} * \mathrm{etkisiz(Z)}),$$

$$d_{n\ddot{u}}(X,Y) \leq d_{n\ddot{u}}(X,\mathrm{Y} * \mathrm{etkisiz(Z)})$$

olsun. Bundan dolayı,

$$\frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X,Y})+\mathrm{s(X)}+\mathrm{s(Y)}}{2} \leq \frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X,Y\#etkisiz(Z)})+\mathrm{s(X)}+\mathrm{s}\big(\mathrm{Y\#etkisiz(Z)}\big)}{2} \qquad (2.6.1)$$

ve $d_{n\ddot{u}}$ bir nötrosofik üçlü metrik olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X},\mathrm{Y\#etkisiz(Z)}) \leq \mathrm{d(X,Z)} + \mathrm{d(X,Z)} \qquad (2.6.2)$$

olur. Ayrıca, (2.6.1) ve (2.6.2) den dolayı,

$$\begin{aligned}\frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X,Y})+\mathrm{s(X)}+\mathrm{s(Y)}}{2} &\leq \frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X,Y\#etkisiz(Z)})+\mathrm{s(X)}+\mathrm{s}\big(\mathrm{Y\#etkisiz(Z)}\big)}{2}\\ &\leq \frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X,Z})+ d_{n\ddot{u}}(\mathrm{Z,Y})+\mathrm{s(X)}+\mathrm{s(Y)} + \mathrm{s(Z)}}{2}\\ &= \frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X,Z})+\mathrm{s(X)}+\mathrm{s(Z)}}{2} + \frac{d_{n\ddot{u}}(\mathrm{Z,Y})+\mathrm{s(Z)}+\mathrm{s(Y)}}{2} - \mathrm{s(Z)}.\end{aligned}$$

Burada, $d_{n\ddot{u}}$(Z, Z) = s(Z) olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X, Y*etkisiz(Z)}) \leq d_{n\ddot{u}}(\mathrm{X, Z}) + d_{n\ddot{u}}(\mathrm{Z, Y}) - d_{n\ddot{u}}(\mathrm{Z, Z})$$

olur.

Bundan dolayı, ((P(A), *), $d_{n\ddot{u}}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Teorem 2.6.5: [15] (N, *) bir nötrosofik küme, k ∈ $\mathbb{R}^+$ ve ((N ,*), $d_{n\ddot{u}}$) bir nötrosofik üçlü metrik olsun. Her n, m ∈ N için,

$$d_{n\ddot{u}k}(\mathrm{n, m}) = d_{n\ddot{u}}(\mathrm{n, m}) + \mathrm{k}$$

bir nötrosofik üçlü kısmi metriktir.

İspat.

i) $d_{nük}$(n, n) = 0 olduğundan

$$0 \le d_{nük}(n, n) = d_{nü}(n, n) + k = k \le d_{nük}(n, m) = d_{nü}(n, m) + k$$

olur. Yani,

$$0 \le d_{nük}(n, n) \le d_{nük}(n, m)$$

olduğunu elde ederiz.

ii) k ∈ $\mathbb{R}^+$ ve $d_{nü}$(n, n) = 0 olduğundan

$$d_{nük}(n, n) = d_{nük}(n, m) = d_{nük}(m, m) = 0$$

olacak şekilde n ve m elemanları yoktur.

iii) $d_{nü}$(n, m) = $d_{nü}$(m, n) olduğundan

$$d_{nük}(n, m) = d_{nü}(n, m) + k = d_{nü}(m, n) + k = d_{nük}(m, n)$$

olur.

iv) En az bir s ∈ N için

$$d_{nük}(n, m) \le d_{nük}(n, m*etkisiz(s))$$

olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı

$$d_{nü}(n, m) + k \le d_{nü}(n, m*etkisiz(s)) + k$$

olur. Böylece,

$d_{nü}$(n, m) ≤ $d_{nü}$(n, m*etkisiz(s)) olur. (2.6.3)

Ayrıca, ((N, *), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik olduğundan

$d_{nü}$(n, m*etkisiz(s)) ≤ $d_{nü}$(n, s) + $d_{nü}$(s, m) olur. (2.6.4)

(2.6.3) ve (2.6.3) den dolayı,

$d_{nük}$(n, m) ≤ $d_{nük}$(n, m*etkisiz(s))

$= d_{nü}$(n, m*etkisiz(s)) + k

$\leq d_{nü}$(n, s) + $d_{nü}$(s, m) + k

$= d_{nük}$(n, s) + $d_{nük}$(s, m) – k

olur. Burada, $d_{nük}$(s, s) = k olduğundan

$$d_{nük}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq d_{nük}(\text{n, s}) + d_{nük}(\text{s, m}) - d_{nük}(\text{s, s})$$

olur.

Bundan dolayı, ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Sonuç 2.6.6: [15] Teorem 2.6.5 den dolayı, her bir nötrosofik üçlü metrik ile bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay elde edilebilir.

Tanım 2.6.7: [15] ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nük}(\text{x}, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{nük}(\text{x, x})$$

olacak şekilde bir x ∊ A mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nötrosofik üçlü kısmi yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{x ya da } x_n \to \text{x}$$

ile gösterilir.

Tanım 2.6.8: [15] ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε>0 için n, m > n_0 olduğunda en az bir s ∈ $\{x_n\}$ için

$$d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{nük}(\text{s, s})$$

olacak şekilde bir n_0∊ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisi denir.

Teorem 2.6.9: [15] ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir nötrosofik üçlü kısmi yakınsak dizi ve en az bir s ∊$\{x_n\}$ için

$$d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}) \leq d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}\text{*etkisiz(s)})$$

olsun. $\{x_n\}$, nötrosofik üçlü kısmi metrik uzayda bir nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisidir.

İspat.

$\{x_n\}$ bu uzayda bir nötrosofik üçlü kısmi yakınsak dizi olduğundan her n ≥ M için

$$d_{nük}(\text{s}, \{x_n\}) < \varepsilon/2 + d_{nük}(\text{s, s}) \tag{2.6.5}$$

veya her m ≥ M için

$$d_{nük}(\text{s}, \{x_m\}) < \varepsilon/2 + d_{nük}(\text{s, s}). \tag{2.6.6}$$

En az bir s ∈ N için,

$d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}) \leq d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}$ *etkisiz(s)) olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı her n, m ≥ M için; ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay olduğundan

$$\begin{aligned} d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}) &\leq d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}) \text{ *etkisiz(s))} \\ &\leq d_{nük}(\text{s}, \{x_n\}) + d_{nük}(\text{s}, \{x_m\}) - d_{nük}(\text{s, s}). \end{aligned} \tag{2.6.7}$$

Böylece (2.6.5), (2.6.6) ve (2.6.7) den dolayı,

$$\begin{aligned} d_{nük}(\{x_m\}, \{x_n\}) &< \varepsilon/2 + d_{nük}(\text{s, s}) + \varepsilon/2 + d_{nük}(\text{s, s}) - d_{nük}(\text{s, s}) \\ &= \varepsilon + d_{nük}(\text{s, s}) \end{aligned}$$

olur. Bundan dolayı $\{x_n\}$ bir nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisidir.

Tanım 2.6.10: [15] ((N, *), $d_{nük}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisi olsun. Her $\{x_n\}$ dizisi nötrosofik üçlü kısmi yakınsak ise ((N, *), $d_{nük}$) uzayına nötrosofik üçlü kısmi tam uzay denir.

BÖLÜM III

MESLEKİ YETERLİLİKLERİ DEĞERLENDİREBİLMEK İÇİN NÖTROSOFİK KARAR VERME UYGULAMASI

Yapılan çalışmaların yer aldığı bu bölümde Şahin ve Kargın [5], [44] çalışmalarındaki tek değerli nötrosofik kümeler için yeni bir benzerlik ölçüsü, mesleki yeterlikleri değerlendirmek için yeni bir nötrosofik algoritma ve bu algoritmayla öğretmen yeterliliklerinin değerlendirildiği bir karar verme uygulaması verildi.

3.1 Tek Değerli Nötrosofik Sayılar İçin Yeni Bir Benzerlik Ölçüsü

Bu kısımda tek değerli nötrosofik sayılar için yeni bir benzerlik ölçüsüne [5] yer verildi.

Tanım 3.1.1: [5] $A_1 = <T_1, I_1, F_1>$ ve $A_2 = <T_2, I_2, F_2>$ iki tek değerli nötrosofik sayı olsun. A_1 ve A_2 arasındaki benzerlik ölçüsünü

$$S_b(A_1, A_2) = 1\text{-}2/3\{\frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}$$

$$+\frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1}$$

$$+\frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1}\}$$

şeklinde tanımlanır.

Şimdi Tanım 3.1.1 de tanımlanan benzerlik ölçüsünün Özellik 2.3.6 şartları sağladığını gösterelim.

Teorem 3.1.2: [5] $A_1 = <T_1, I_1, F_1>$, $A_2 = <T_2, I_2, F_2>$, $A_3 = <T_3, I_3, F_3>$ üç tek değerli nötrosofik sayı ve S_b Tanım 3.1.1 deki benzerlik ölçüsü olsun. S_b aşağıdaki özellikleri sağlar.

i) $0 \leq S_b(A_1,\ A_2) \leq 1$;

ii) $S_b(A_1, A_2) = S_b(A_2, A_1)$;

iii) $S_b(A_1, A_2) = 1$ ancak ve ancak $A_1 \triangleq A_2$;

iv) $A_1 \gneqq A_2 \gneqq A_3$ ise $S_b(A_1, A_3) \leq S_b(A_2, A_3)$ olur.

İspat:

i) A_1 ve A_2 birer tek değerli nötrosofik sayı olduklarından,

$$max\{\frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}\} = ½,$$

$$min\{\frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}\} = 0,$$

$$max\{\frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1}\} = ½,$$

$$min\{\frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1}\} = 0$$

$$max\{\frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1}\} =1/2,$$

$$min\{\frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1}\}= 0$$

olur. Böylece,

$$min\{S_b(A_1, A_2)\} = 1 – 2/3(1/2 + 1/2 + 1/2) = 1- 1= 0$$

$$max\{S_b(A_1, A_2)\} = 1 – 2/3(0+0+0) = 1- 0 = 1$$

olur. Bundan dolayı

$$0 \leq S_b(A_1, A_2) \leq 1$$

olur.

ii) $S_b(A_1,\ A_2) = 1\text{-}2/3.\ \{\frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}$

$$+\frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1}$$

$$+\frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1}\}$$

$$= 1\text{-}2/3.\ \{ \frac{min\{|-[3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)]|,|-(F_1-F_2)|\}}{\{max\{|-[3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)]|,|-(F_1-F_2)|\}/5\}+1} +$$

$$+ \frac{min\{|-[4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)]|,|-(I_1-I_2|)\}}{\{max\{|-[4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)]|,|-(I_1-I_2|)\}/7\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|-[5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)]|,|-(T_1-T_2)|\}}{\{max\{|-[5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)]|,|-(T_1-T_2)|\}/10\}+1}\}$$

$$= 1\text{-}2/3.\ \{ \frac{min\{|3(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)|,|F_2-F_1|\}}{\{max\{|3(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)|,|F_2-F_1|\}/5\}+1} +$$

$$+ \frac{min\{|4(T_2-T_1)-3(I_2-I_1)|,|I_2-I_1|\}}{\{max\{|4(T_2-T_1)-3(I_2-I_1)|,|I_2-I_1|\}/7\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|5(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)-3(I_2-I_1)|,|T_2-T_1|\}}{\{max\{|5(T_2-1)-2(F_2-F_1)-3(I_2-I_1)|,|T_2-T_1|\}/10\}+1}\}$$

$$= S_b(A_2, A_1).$$

iii) ⇒: $S_b(A_1, A_2) = 1\text{-}2/3.\ \{ \frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}$

$$+ \frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1}\}$$

$$= 1$$

olsun. Böylece,

$$\{ \frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1}\} = 0$$

olur. Yani,

$$\frac{min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1} = 0,$$

$$\frac{min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}}{\{max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|,|I_1-I_2|\}/7\}+1} = 0,$$

$$\frac{min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}}{\{max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|,|T_1-T_2|\}/10\}+1} = 0$$

olmalıdır. Bundan dolayı,

$min\{|3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2)|, |F_1 - F_2|\} = 0,$

$min\{|4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2)|, |I_1 - I_2|\} = 0,$

$min\{|5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2)|, |T_1 - T_2|\} = 0$

olur. Şimdi bu ifadeleri 0 yapabilecek tüm durumları ayrı ayrı yazalım.

a) $3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0$ (3.1.1)

$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.2)

$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.3)

olsun.

(3.1.1) den dolayı

$$3(T_1 - T_2) = 2(F_1 - F_2)$$

olur. Bundan dolayı (3.1.3) den

$$2(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$$

elde edilir. Böylece (3.1.2) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (I_1 - I_2) = 0$$

ve

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \;\widehat{=}\; A_2.$$

b) $T_1 - T_2 = 0$ (3.1.4)

$I_1 - I_2 = 0$ (3.1.5)

$F_1 - F_2 = 0.$ (3.1.6)

olsun.

Böylece, $T_1 = T_2, I_1 = I_2$ ve $F_1 = F_2$ olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \ \widehat{=} A_2.$$

c) $3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0$ (3.1.7)

$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.8)

$(T_1 - T_2) = 0$ (3.1.9)

olsun. (3.1.9) ve (3.1.7) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (F_1 - F_2) = 0$$

olur. Böylece, (3.1.8) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \widehat{=} A_2.$$

d) $3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0,$ (3.1.10)

$(I_1 - I_2) = 0,$ (3.1.11)

$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.12)

olsun. (3.1.10), (3.1.11) ve (3.1.12) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (F_1 - F_2) =(I_1 - I_2) = 0$$

olur. Böylece,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \widehat{=} A_2.$$

e) $(F_1 - F_2) = 0$ (3.1.13)

$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.14)

$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2)= 0$ (3.1.15)

olsun. (3.1.13), (3.1.14) ve (3.1.15) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (F_1 - F_2) = (I_1 - I_2) = 0$$

olur. Böylece,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \mathrel{\widehat{=}} A_2.$$

f) $(F_1 - F_2) = 0,$ (3.1.16)

$(I_1 - I_2) = 0,$ (3.1.17)

$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.18)

olsun. (3.1.16) ve (3.1.1) den dolayı

$$I_1 - I_2 = F_1 - F_2 = 0$$

olur. Bununla birlikte (3.1.18) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \mathrel{\widehat{=}} A_2.$$

g) $(F_1 - F_2) = 0$ (3.1.19)

$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.20)

$(T_1 - T_2) = 0$ (3.1.21)

olsun. (3.1.19) ve (3.1.21) den dolayı

$$F_1 - F_2 = T_1 - T_2 = 0$$

olur. Bununla birlikte (3.1.20) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \mathrel{\widehat{=}} A_2.$$

h) $3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0$ (3.1.22)

$(I_1 - I_2) = 0$ (3.1.23)

$(T_1 - T_2) = 0$ (3.1.24)

olsun. (3.1.23) ve (3.1.24) den dolayı

$$T_1 - T_2 = I_1 - I_2 = 0$$

olur. Bununla birlikte (3.1.22) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \triangleq A_2.$$

⇐: $A_1 \triangleq A_2$ olsun. Böylece Tanım 2.3.3 den

$$T_1 = T_2, \quad I_1 = I_2, \quad F_1 = F_2$$

olur. Bundan dolayı

$$S_b(A_1, A_2) = 1\text{-}2/3.\ \{ \frac{min\{|3(T_1-T_1)-2(F_1-F_1)|,|F_1-F_1|\}}{\{max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|,|F_1-F_2|\}/5\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|4(T_1-T_1)-3(I_1-I_1)|,|I_1-I_1|\}}{\{max\{|4(T_1-T_1)-3(I_1-I_1)|,|I_1-I_1|\}/7\}+1}$$

$$+ \frac{min\{|5(T_1-T_1)-2(F_1-F_1)-3(I_1-I_1)|,|T_1-T_1|\}}{\{max\{|5(T_1-T_1)-2(F_1-F_1)-3(I_1-I_1)|,|T_1-T_1|\}/10\}+1}\}$$

$$= 0$$

olur.

iv) Varsayalım ki $A_1 \lesseqgtr A_2 \lesseqgtr A_3$ olsun. Tanım 2.3.3 ve Tanım 2.3.4 den dolayı

$$T_1 \le T_2 \le T_3, \quad I_1 \ge I_2 \ge I_3, \quad F_1 \ge F_2 \ge F_3$$

olur. Böylece

$$min\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\} \le 1,$$

$$\{max\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\}/5\} \le 1,$$

$$min\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}\leq 1,$$

$$\{max\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}/5\}\leq 1$$

ve

$$\min\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|,|F_1-F_3|\}\geq$$

$$min\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\},$$

$$\{\max\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|,|F_1-F_3|\}/5\}\geq$$

$$\{max\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}/5\},$$

olduğundan

$$\frac{min\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|,|F_1-F_3|\}}{\{max\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|,|F_1-F_3|\}/5\}+1}\geq$$

$$\frac{min\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}}{\{max\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}/5\}+1} \tag{3.1.25}$$

olur. Benzer şekilde,

$$min\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}\leq 1,$$

$$\{max\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}/7\}\leq 1,$$

$$min\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}\leq 1,$$

$$\{max\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}/7\}\leq 1$$

ve

$$\min\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}\geq$$

$$min\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\},$$

$$\{max\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}/7\}\geq$$

$$max\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}/7\},$$

olduğundan

$$\frac{min\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}}{\{max\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}/7\}+1}\geq$$

$$\frac{min\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}}{\{max\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}/7\}+1} \tag{3.1.26}$$

olur. Benzer şekilde,

$$min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\} \leq 1,$$

$$min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\} \leq 1,$$

$$\{max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\}/10\} \leq 1,$$

$$\{max\{|45(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\}/10\} \leq 1,$$

ve

$$min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\} \geq$$

$$min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\},$$

$$\{max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\}/10\} \geq$$

$$\{max\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\}/10\}$$

olduğundan aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$\frac{\min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\}}{\{max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\}/10\}+1} \geq$$

$$\frac{min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\}}{\{max\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\}/10\}+1} \tag{3.1.27}$$

Böylece, (3.1.25), (3.1.26) ve (3.1.27) den dolayı,

$$S_b(A_1,A_3) = 1\text{-}2/3.\ \{\frac{min\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|,|F_1-F_3|\}}{\{max\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|,|F_1-F_3|\}/5\}+1}$$

$$+\frac{min\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}}{\{max\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|,|I_1-I_3|\}/7\}+1}$$

$$+\frac{\min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\}}{\{max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|,|T_1-T_3|\}/10\}+1}\}$$

$$\leq 1\text{-}2/3.\ \{\frac{min\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}}{\{max\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|,|F_2-F_3|\}/5\}+1}$$

$$+\frac{min\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}}{\{max\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|,|I_2-I_3|\}/7\}+1}$$

$$+\frac{\min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\}}{\{max\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|,|T_2-T_3|\}/10\}+1}\}$$

$= S_b(A_2, A_3)$ olur.

3.2 Mesleki Yeterlilikleri Değerlendirebilmek İçin Nötrosofik Karar Verme Algoritması

Bu kısımda mesleki yeterlilikleri değerlendirebilmek için nötrosofik karar verme algoritması [5] verildi.

1. Adım: Mesleki yeterlilikleri belirlerken dikkate alınması gereken kriterler belirlenir. Kriterlerin kümesi K = $\{k_1, k_2, \ldots, k_m\}$ olsun.

2. Adım: Kriterlerin ağırlık değerleri belirlenir. Kriterlerin ağırlık değerlerinin kümesi A = $\{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ olsun. Yani,

k_1 kriterinin ağırlıklı değeri a_1

k_2 kriterinin ağırlıklı değeri a_2

.

.

.

k_m kriterinin ağırlıklı değeri a_m

olur.

Ayrıca,

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = 1 \text{ ve } a_1, a_2, \ldots, a_m \in [0,1]$$

şeklindedir.

3. Adım: Mesleki yeterlilik değerlendirmesine alınacak her birey, tek değerli nötrosofik sayı olarak, jüri tarafından değerlendirilir.

$$\mathrm{T} = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$$

bireylerin kümesi olsun. Bireylerin tek değerli nötrosofik kümeler olarak sembolik temsili:

t_1 = {k_1:<$T_{t_1(k_1)}$, $I_{t_1(k_1)}$,$F_{t_1(k_1)}$>, k_2:<$T_{t_1(k_2)}$, $I_{t_1(k_2)}$,$F_{t_1(k_2)}$>,…, k_m:<$T_{t_1(k_m)}$, $I_{t_1(k_m)}$,$F_{t_1(k_m)}$>; k_i ∈ K (i = 1, 2, …, m)},

t_2 = {k_1:<$T_{t_2(k_1)}$, $I_{t_2(k_1)}$,$F_{t_2(k_1)}$>, k_2:<$T_{t_2(k_2)}$, $I_{t_2(k_2)}$,$F_{t_2(k_2)}$>,…, k_m:<$T_{t_2(k_m)}$, $I_{t_2(k_m)}$,$F_{t_2(k_m)}$>; k_i ∈ K (i = 1, 2, …, m)},

.

.

.

t_n = {k_1:<$T_{t_n(k_1)}$, $I_{t_n(k_1)}$,$F_{t_n(k_1)}$>, k_2:<$T_{t_n(k_2)}$, $I_{t_n(k_2)}$,$F_{t_n(k_2)}$>,…,k_m:<$T_{t_n(k_m)}$, $I_{t_n(k_m)}$,$F_{t_n(k_m)}$>; k_i ∈ K (i = 1, 2, …, m)}

şekildedir.

Burada, k_1, k_2, …, k_m 1. Adımdaki kriterlerdir. Böylece, her birey verilen kriterlere göre bir tek değerli nötrosofik küme olarak elde edilir.

4. Adım: Bireyleri, mesleki yeterliliğe sahip olup olmadıklarını karşılaştırmak için hayali bir ideal birey

$$I = \{k_1{:}<1, 0, 0>, k_2{:}< 1, 0, 0>, ..., k_m{:} <1, 0, 0>; k_i \in K \ (i = 1, 2, …, m) \}$$

şeklinde tanımlanır.

Böylece, her bir kritere göre %100 doğru, %0 belirsiz ve %0 yanlışlık içeren hayali bir toplum elde edilir.

5. Adım: Adım 3 deki tek değerli nötrosofik küme olarak verilen bireyleri kriterlere göre bir tabloda ifade edelim. Böylece, Tablo 3.2.1 elde edilir.

Tablo 3.2.1 Bireylerin kriter tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	<$T_{t_1(k_1)}$, $I_{t_1(k_1)}$,$F_{t_1(k_1)}$>	…	<$T_{t_1(k_3)}$, $I_{t_1(k_3)}$,$F_{t_1(k_3)}$>	…	<$T_{t_1(k_m)}$, $I_{t_1(k_m)}$,$F_{t_1(k_m)}$>
t_2	<$T_{t_2(k_1)}$, $I_{t_2(k_1)}$,$F_{t_2(k_1)}$>	…	<$T_{t_2(k_3)}$, $I_{t_2(k_3)}$,$F_{t_2(k_3)}$>	…	<$T_{t_2(k_m)}$, $I_{t_2(k_m)}$,$F_{t_2(k_m)}$>
.	.		.		.
.	.	…	.	…	.
.	.		.		.
t_n	<$T_{t_n(k_1)}$, $I_{t_n(k_1)}$,$F_{t_n(k_1)}$>	…	<$T_{t_n(k_3)}$, $I_{t_n(k_3)}$,$F_{t_n(k_3)}$>	…	<$T_{t_n(k_m)}$, $I_{t_n(k_m)}$, $F_{t_n(k_m)}$>

6. Adım: Her birey için verilen kriter değerlerinin ayrı ayrı Adım 4 teki ideal birey I nın her kriter değerine benzerliği Tanım 3.1.1 deki benzerlik ölçüsüyle hesaplanır. Böylece, Tablo 3.2.2 elde edilir.

Tablo 3.2.2 Her birey kriterinin ideal birey kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	$S_b(I_{k_1}, t_{1_{k_1}})$	…	$S_b(I_{k_3}, t_{1_{k_3}})$	…	$S_b(I_{k_m}, t_{1_{k_m}})$
t_2	$S_b(I_{k_1}, t_{2_{k_1}})$	…	$S_b(I_{k_3}, t_{2_{k_3}})$	…	$S_b(I_{k_m}, t_{2_{k_m}})$
				…	
.	.		.		.
				.	
.	.	…	.		.
				.	
.	.		.		.
t_n	$S_b(I_{k_1}, t_{n_{k_1}})$		$S_b(I_{k_3}, t_{n_{k_3}})$	…	$S_b(I_{k_m}, t_{n_{k_m}})$

7. Adım: Bu adımda, ağırlıklı benzerlik tablosu elde edilir. (Tablo 3.2.3).

Tablo 3.2.3 Her birey kriteri için ideal birey kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.

	a_1k_1	a_2k_2	a_3k_3	a_4k_4	a_mk_m
t_1	$a_1S_b(I_{k_1}, t_{1_{k_1}})$	…	$a_3S_b(I_{k_3}, t_{1_{k_3}})$	…	$a_mS_b(I_{k_m}, t_{1_{k_m}})$
t_2	$a_1S_b(I_{k_1}, t_{2_{k_1}})$	…	$a_3S_b(I_{k_3}, t_{2_{k_3}})$	…	$a_mS_b(I_{k_m}, t_{2_{k_m}})$
				…	
.	.		.		.
				.	
.	.	…	.		.
				.	
.	.		.		.
t_n	$a_1S_b(I_{k_1}, t_{n_{k_1}})$		$a_3S_b(I_{k_3}, t_{n_{k_3}})$	…	$a_mS_b(I_{k_m}, t_{n_{k_m}})$

8. Adım: Bu son adımda, $S_{bm}(t_m, \text{I}) = \sum_{i=1}^{n} a_i . S_b(I_{k_i}, t_{m_{k_i}})$ eşitliği uygulayarak bir benzerlik değer tablosu elde edilir (Tablo 3.2.4).

Tablo 3.2.4 Bireylerin ideal bireye benzerlik tablosu.

	Benzerlik değeri
t_1	$S_{b1}(t_1, \text{I})$
t_2	$S_{b2}(t_2, \text{I})$
.	.
.	.
.	.
t_n	$S_{bn}(t_n, \text{I})$

3.3 Öğretmenlerin Mesleki Yeterliliklerini Belirleme Uygulaması

Bu kısımda 3.2 Algoritma kullanılarak öğretmenlerin mesleki yeterliliklerini belirleme uygulaması [44] verildi.

Şimdi 3.2 Algoritmadaki adımları kullanarak 4 öğretmenin yeterliliklerini değerlendirelim.

1. Adım: Öğretmen yeterlilik değerlendirmesinde göz önüne alınacak kriterlerin kümesi K = $\{k_1, k_2, k_3\}$ ve

k_1 = sınıf içi hâkimiyet

k_2 = ders anlatım

k_3 = alan bilgisi

olarak belirlenir.

2. Adım: Kriterlerin ağırlık değerleri ise

k_1 kriterinin ağırlık değeri 0.2

k_2 kriterinin ağırlık değeri 0.3

k_3 kriterinin ağırlık değeri 0.5

olarak belirlenir. Ayrıca, bu uygulamadaki kriterlere uygun jüri değerlendirme formu Tablo 3.3.1' de verilmiştir.

Tablo 3.3.1 Jüri değerlendirme Formu

Jüri Değerlendirme Formu

Öğretmenin Adı ve Soyadı:		**Tarih:**		
Çalıştığı Kurum:				
Kriterler ve Kriterlere Göre Alınan Değerler				
1. Kriter :	**Alan Bilgisi**	**Doğruluk Değeri**	**Belirsizlik Değeri**	**Yanlışlık Değeri**
2. Kriter :	**Ders Anlatma**	**Doğruluk Değeri**	**Belirsizlik Değeri**	**Yanlışlık Değeri**
3. Kriter :	**Sınıf İçi Hakimiyet**	**Doğruluk Değeri**	**Belirsizlik Değeri**	**Yanlışlık Değeri**

Jürinin

Adı ve Soyadı

İmza

Not: Doğruluk değeri, belirsizlik değeri ve yanlışlık değeri [0, 1] değer aralığında olacaktır.
Ayrıca bu form tek değerli nötrosofik sayılara göre hazırlanmış bir formdur.

3. Adım: Öğretmenlerin kümesi T = $\{t_1,\ t_2,\ t_3,\ t_4\}$ olsun. Öğretmenlerin juriler tarafından 1. Adımdaki kriterlere göre değerlendirilip tek değerli nötrosofik küme olarak yazılışını

$$t_1 = \{k_1{:}<0.4, 0, 0>, k_2{:}<0.6, 0.3, 0.2>, k_3{:}<0.7, 0.2, 0.3>\}$$

t_2 = {k_1:<0.5, 0, 0 >, k_2:<0.5, 0.3, 0.4 >, k_3:<0.7, 0.4, 0.2 >}

t_3 = {k_1:<0.3, 0, 0 >, k_2:<0.7, 0.2, 0.1 >, k_3:<0.8, 0.2, 0.2 >}

t_4 = {k_1:<0.5, 0, 0 >, k_2:<0.7, 0.2, 0.3 >, k_3:<0.6, 0.3, 0.3 >}

şeklinde kabul edilsin.

4. Adım: Öğretmenleri kıyaslayacağımız hayali ideal öğretmen

I = {k_1:<1, 0, 0>, k_2:< 1, 0, 0>, k_3: <1, 0, 0>}

olsun.

5. Adım: 3. Adımdaki tek değerli nötrosofik küme olarak verilen öğretmen kriterleri Tablo 3.3.2 de verilir.

Tablo 3.3.2 Öğretmenlerin kriterler tablosu.

	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$	$\boldsymbol{k_3}$
t_1	<0.4, 0, 0 >	<0.6, 0.3, 0.2 >	<0.7, 0.2, 0.3 >
t_2	<0.5, 0, 0 >	<0.5, 0.3, 0.4 >	<0.7, 0.4, 0.2 >
t_3	<0.3, 0, 0 >	<0.7, 0.2, 0.1 >	<0.8, 0.2, 0.2 >
t_4	<0.5, 0, 0 >	<0.7, 0.2, 0.3 >	<0.6, 0.3, 0.3 >

6. Adım: Tanım 3.1.1 deki benzerlik ölçüsünü kullanarak öğretmen kriterlerinin ideal öğretmenin kriterlerine benzerlik tablosu Tablo 3.3.3 elde edilir.

Tablo 3.3.3 Öğretmen kriterlerinin ideal öğretmen kriterlerine benzerlik tablosu.

	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$	$\boldsymbol{k_3}$
t_1	0.6923	0.5511	0.6281
t_2	0.7333	0.4411	0.5429
t_3	0.6543	0.6766	0.6666
t_4	0,7333	0.5826	0.5080

7. Adım: Tablo 3.3.3 deki kriterlerin benzerlik değerleriyle 2. Adımdaki kriterlerin ağırlık değerleri çarparak ağırlıklı benzerlik tablosu Tablo 3.3.4 elde edilir.

Tablo 3.3.4 Öğretmen kriterlerinin ideal öğretmen kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.

	$\mathbf{0.2k_1}$	$\mathbf{0.3k_2}$	$\mathbf{0.5k_3}$
t_1	0.1384	0.1653	0.3140
t_2	0.1466	0.1323	0.2714
t_3	0.1308	0.2029	0.3333
t_4	0.1466	0.1747	0.2540

8. Adım: Bu son adımda Tablo 3.3.4 deki her bir öğretmen için elde edilen ağırlıklı benzerlik değerleri toplanarak her bir öğretmenin ideal öğretmene benzerlik değerleri Tablo 3.3.5 de elde edelir.

Tablo 3.3.5 Öğretmenlerin ideal öğretmene benzerlik değer tablosu.

	Benzerlik Değeri
t_1	$S_{b1}(t_1,$ I) = 0.6177
t_2	$S_{b2}(t_2,$ I) = 0.5503
t_3	$S_{b3}(t_3,$ I) = 0.6670
t_4	$S_{b4}(t_4,$ I) = 0.5703

Ayrıca Tablo 3.3.5 de her bir öğretmenin mesleki yeterlilik değerlendirme sonucu verildi. Böylece mesleki yeterliliği iyi olan öğretmenler sırasıyla

$$\boldsymbol{t_3, t_1, t_4} \textbf{ ve } \boldsymbol{t_2}$$

olur.

BÖLÜM IV

BAZI NÖTROSOFİK ÜÇLÜ METRİK UZAYLAR

Yine yapılan çalımaların yer aldığı bu bölümde Şahin ve Kargın [14], [45], [46] çalışmalarında elde edilen bazı nötrosofik üçlü metrik uzaylar ve özellikleri verildi.

4.1 Nötrosofik Üçlü Metrik Uzaylar

Tanım 4.1.1: [14] (N,*) bir nötrosofik üçlü küme olsun. $d_{nü}$:NxN → $\mathbb{R}^{+}\cup\{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{nü}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü metrik denir.

Her n, m, s ∈ N için,

i) n*m ∈ N;

ii) n = m ise $d_{nü}$(n, m) = 0;

iii) $d_{nü}$(n, m) = $d_{nü}$(m, n);

iv) Herhangi bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nü}(n, m) \leq d_{nü}(n, m*etkisiz(s))$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N elemanı varsa

$$d_{nü}(n, m*etkisiz(s)) \leq d_{nü}(m, s) + d_{nü}(s, m).$$

Ayrıca ((N,*), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzaydır.

Sonuç 4.1.2: [14] Tanım 4.1.1 den dolayı nötrosofik üçlü metrik uzaylar Tanım 2.1.1 de tanımlanan klasik metrik uzaylardan farklıdır. Çünkü klasik metrikte herhangi bir * ikili işlemi yoktur. Ayrıca klasik metrikteki üçgen eşitsizliği ile Tanım 4.1.1 deki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Örnek 4.1.3: Örnek 2.6.2 de olduğu gibi A = {0, 2, 3} bir küme, P(A) kümesi A kümesinin kuvvet kümesi ve s(A) A kümesinin eleman sayısı olsun. Her X ∈ P(A) için

$$X \cup X = X$$

olduğundan

$$\text{etkisiz}(X) = X \text{ ve } \text{ters}(X) = X$$

alınır. Böylece (P(A)\∅, ∪) bir nötrosofik üçlü kümedir.

Şimdi

$$d_{n\ddot{u}}: P(A)\backslash\emptyset \times P(A)\backslash\emptyset \to \mathbb{R}^{+}\cup\{0\}$$

fonksiyonunu

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y) = |s(X) - s(Y)|$$

olacak şekilde tanımlayalım. $d_{n\ddot{u}}$ fonksiyonunun bir nötrosofik üçlü metrik olduğunu gösterelim.

i) Her X, Y ∈ P(A)\∅ için X∪Y ∈ P(A)\∅ olduğu açıktır.

ii) s(X), X kümesinin eleman sayısı olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y) = |s(X) - s(Y)| \geq 0$$

olduğu elde edilir.

iii) X = Y ise

$$d_{N}(X, Y) = |s(X) - s(Y)| = |s(X) - s(Y)| = 0$$

olur.

iv) X, Y, Z ∈ P(A)\∅ için Z ⊂ Y olsun. Buradan

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y) \leq d_{n\ddot{u}}(X, Y \cup Z)$$

olduğu açıktır. Ayrıca

$d_{nü}$(X, Y∪Z) = |s(X) - s(Y∪Z)| ≤ |s(X)-s(Z)| + |s(Z)-s(Y)|

olduğu kolayca elde edilir. Böylece

$$d_{nü}(X, Y \cup Z) \leq d_{nü}(X, Z) + d_{nü}(Z, Y)$$

olur.

Ayrıca ((P(A)\∅, ∪), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzaydır.

Tanım 4.1.4: [14] ((N,*), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nü}(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir x ∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nötrosofik üçlü yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \to \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \to x$$

ile gösterilir.

Tanım 4.1.5: [14] ((N,*), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_{nü}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir n_0∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü Cauchy dizisi denir.

Teorem 4.1.6: [14] ((N,*), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. $\{x_n\}$ x elemanına yakınsayan bir nötrosofik üçlü yakınsak dizi olsun.

$$d_{nü}(\{x_n\},\{x_m\}) \leq d_{nü}(\{x_n\},\{x_m\}*\text{etkisiz}(x))$$

şartı sağlanırsa $\{x_n\}$ bir nötrosofik üçlü Cauchy dizisidir.

İspat: $\{x_n\}$ dizisi nötrosofik üçlü yakınsak olduğundan her n > n_0 için

$$d_{nü}(x, \{x_n\}) < \varepsilon/2$$

ya da her n > n_0 için

$$d_{nü}(x, \{x_m\}) < \varepsilon/2$$

alınabilir. Her n, m ≥ n_0 için

$$d_{nü}(\{x_n\},\{x_m\}) \leq d_{nü}(\{x_n\},\{x_m\}*\text{etkisiz}(x))$$

olduğundan ve $d_{nü}$ bir nötrosofik üçlü metrik olduğundan

$$\begin{aligned} d_{nü}(\{x_n\},\{x_m\}) &\leq d_{nü}(\{x_n\},\{x_m\}*\text{etkisiz}(x)) \\ &\leq d_{nü}(x, \{x_n\}) + d_{nü}(x, \{x_m\}) \\ &= \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon \end{aligned}$$

olduğu elde edilir. Böylece Tanım 4.1.5 den dolayı $\{x_n\}$ bir nötrosofik üçlü Cauchy dizisidir.

Tanım 4.1.7: [14] ((N,*), $d_{nü}$) bir nötrosofik üçlü metrik uzay olsun. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise ((N,*), $d_{nü}$) uzayına bir nötrosofik üçlü tam uzay denir.

4.2 Nötrosofik Üçlü b-Metrik Uzaylar

Tanım 4.2.1: [45] (N,*) bir nötrosofik üçlü küme olsun. $d_{nüb}$:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{nüb}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü b-metrik denir.

Her n, m, t ∈ N için,

i) n*m ∈ N ve

ii) n = m ise $d_{nüb}$(m, n) = 0.

iii) $d_{nüb}$(n, m) = $d_{nüb}$(m, n).

iv) Herhangi bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nüb}(n, m) \leq d_{nüb}(n, m*\text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir s ∊ N varsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq \text{k}.[d_{n\ddot{u}b}(\text{n, s}) + d_{n\ddot{u}b}(\text{s, m})].$$

Burada, k ≥ 1 olarak alınır.

Ayrıca, ((N, *), $d_{n\ddot{u}b}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzaydır.

Örnek 4.2.2: [45] N = {0, 2, 3, 4} bir küme olsun. (N, .) çarpma işlemi altında modül 6 ($\mathbb{Z}_6$, .) ya göre bir nötrosofik üçlü kümedir. Buradaki nötrosofik üçlüler

(0, 0, 0), (3, 3, 3), (4, 4, 4) ve (2, 4, 2).

Şimdi

$$d_{n\ddot{u}b}(\text{m, n}) = |\, 2^{\text{m}} - 2^{\text{n}} |$$

olacak şekilde

$$d_{n\ddot{u}b}: \text{NxN} \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

fonksiyonunu tanımlayalım.

$d_{n\ddot{u}b}$' nin bir nötrosofik üçlü b-metrik olduğunu gösterelim.

i) $\mathbb{Z}_6$ ve çarpma işleminden dolayı her k, m ∈ N için k.m ∈ N ve

$$d_{n\ddot{u}b}(\text{m, n}) = |\, 2^{\text{m}} - 2^{\text{n}} | \geq 0.$$

ii) m = n ise

$$d_{n\ddot{u}b}(\text{m, n}) = |\, 2^{\text{m}} - 2^{\text{n}} | = |\, 2^{\text{m}} - 2^{\text{m}} | = 0$$

olduğu elde edilir.

iii) $d_{n\ddot{u}b}(\text{m, n}) = |\, 2^{\text{m}} - 2^{\text{n}} | = |\, 2^{\text{n}} - 2^{\text{m}} | = d_{n\ddot{u}b}(\text{n, m})$.

iv) Bu şartın sağlandığını göstermek için her bir eleman çiftini ayrı ayrı ele alaım.

$d_{n\ddot{u}b}(0, 0) \leq d_{n\ddot{u}b}(0, 0.2) = d_{n\ddot{u}b}(0, 0)$' dır. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0, 0) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 0) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 2) + d_{n\ddot{u}b}(2, 0)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(0,\ 3) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(0,\ 3.3) = d_{n\ddot{u}b}(0,\ 3)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0,\ 3) = 7$ ve $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 3) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 3) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 3)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(0,\ 2) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(0,\ 2.4) = d_{n\ddot{u}b}(0,\ 2)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0,\ 2) = 3$, $d_{n\ddot{u}b}(0,\ 4) = 15$ ve $d_{n\ddot{u}b}(2, 4) = 12$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 4) + d_{n\ddot{u}b}(4, 2)].$$

$d_{n\ddot{u}b}0,\ 4) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(0,\ 4.4) = d_{n\ddot{u}b}(0,\ 4)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0,\ 4) = 15$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4,\ 4) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 4) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 4) + d_{n\ddot{u}b}(4, 4)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(3,\ 3) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(3,\ 3.2) = d_{n\ddot{u}b}(3,\ 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 0) = 7$, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(3, 3) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(3, 3) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(3, 2) + d_{n\ddot{u}b}(2, 3)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(2,\ 2) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(2,\ 2.3) = d_{n\ddot{u}b}(2,\ 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(2,\ 2) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(2, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(2, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 2)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(4,\ 4) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(4,\ 4.2) = d_{n\ddot{u}b}(4,\ 2)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(4,\ 2) = 12$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4,\ 4) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(4, 4) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(4, 2) + d_{n\ddot{u}b}(2, 4)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(3,\ 2) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(3,\ 2.3) = d_{n\ddot{u}b}(3,\ 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 0) = 7$, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(3, 3) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(3, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(3, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 2)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(3,\ 4) \leq\ d_{n\ddot{u}b}(3,\ 4.4) = d_{n\ddot{u}b}(3,\ 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 0) = 7$, $d_{n\ddot{u}b}(3,\ 4) = 8$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4, 4) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(3, 4) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(3, 4) + d_{n\ddot{u}b}(4, 4)].$$

$d_{nüb}(4,\ 2) \leq\ d_{nüb}(4,\ 2.3)\ =\ d_{nüb}(4,\ 0)$. Ayrıca, $d_{nüb}(4,\ 0)\ =\ 15$, $d_{nüb}(3,\ 4)\ =\ 8$, $d_{nüb}(3, 2) = 4$ ve $d_{nüb}(4, 2) = 12$ olduğundan,

$$d_{nüb}(4, 2) \leq 2.[d_{nüb}(4, 3) + d_{nüb}(3, 2)].$$

Bundan dolayı, ((N, .), $d_{nüb}$) k = 2 olmak üzere bir nötrosofik üçlü b-metrik uzaydır.

Sonuç 4.2.3: [45] Tanım 4.2.1 de yer alan üçgen eşitsizliği ve * işleminden dolayı nötrosofik üçlü b-metrik uzaylar Tanım 2.1.1 deki klasik metrik uzaylardan farklıdır.

Sonuç 4.2.4: [45] Tanım 4.2.1 de yer alan üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosofik üçlü b-metrik uzaylar Tanım 4.1.1 deki nötrosofik üçlü metrik uzaylardan farklıdır.

Sonuç 4.2.5: [45] Tanım 3.1 de k = 1 alınırsa nötrosofik üçlü metrik uzaylar nötrosofik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

Sonuç 4.2.6: [45] Sonuç 4.2.5 den dolayı, her bir nötrosofik üçlü metrik uzaydan bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay tanımlanabilir.

Teorem 4.2.7: [45] ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Aşağıdaki şart sağlanırsa ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

i) Her m, n ∈ N için, $d_{nüb}$(m, n) = 0 ise m = n.

İspat: ((N, *), $d_{nüb}$) uzayının Tanım 2.6.1 deki nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay şartlarını sağladığını gösterelim.

i) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan her n, m ∈ N için n*m ∈ N.

ii) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{nüb}(n, n) = 0 \text{ ve } d_{nüb}(m, n) \geq 0$$

ve

$$d_{nüb}(m, n) \geq d_{nüb}(n, n) \geq 0.$$

iii) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{nüb}(\text{n, n}) = d_{nüb}(\text{m, m}) = 0.$$

Ayrıca, i) şartından dolayı

$$d_{nüb}(\text{m, n}) = 0 \text{ ise m = n.}$$

Böylece,

$$d_{nüb}(\text{m, m}) = d_{nüb}(\text{m, n}) = d_{nüb}(\text{n, n}) = 0$$

ise

$$\text{m = n.}$$

iv) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{nüb}(\text{m, n}) = d_{nüb}(\text{n, m}).$$

v) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan her bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nüb}(\text{n, m}) \leq d_{nüb}(\text{n, m*etkisiz(s)})$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N varsa,

$$d_{nüb}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq \text{k.}[d_{nüb}(\text{n, s}) + d_{nüb}(\text{s, n})]\text{' dir. } (\text{k} \geq 1 \text{ ve k} \in \mathbb{R}).$$

Burada k = 1 alınırsa,

$$d_{nüb}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq d_{nüb}(\text{n, s}) - d_{nüb}(\text{s, n})$$

olur. Bundan dolayı $d_{nüb}$(n, n) = 0 olduğundan

$$d_{nüb}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq d_{nüb}(\text{n, s}) + d_{nüb}(\text{s, n}) - d_{nüb}(\text{n, n})$$

olur.

Böylece, ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Teorem 4.2.8: [45] ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olsun.

$$d_{nüb_1}(\text{n, m}) = \frac{d_{nüb}(\text{n,m})}{d_{nüb}(\text{n,m})+1}$$

bir nötrosofik üçlü b-metrik uzaydır.

İspat:

i) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan her n, m ∈ N için n*m ∈ N. Ayrıca, $d_{nüb}$(n, m) ≥ 0 olduğundan

$$d_{nüb_1}(n, m) = \frac{d_{nüb}(n,m)}{d_{nüb}(n,m)+1} \geq 0.$$

ii) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan n = m ise $d_{nüb_1}$(n, m) = 0. Böylece, n = m ise

$$d_{nüb_1}(n, m) = \frac{d_{nüb}(n,m)}{d_{nüb}(n,m)+1} = \frac{0}{0+1} = 0.$$

iii) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{nüb}(n, m) = d_{nüb}(n, m).$$

Böylece,

$$d_{nüb_1}(n, m) = \frac{d_{nüb}(n,m)}{d_{nüb}(n,m)+1} = \frac{d_{nüb}(m,n)}{d_{nüb}(m,n)+1} = d_{nüb_1}(m, n)$$

elde edilir.

iv) ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan her bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nüb}(n, m) \leq d_{nüb}(n, m*etkisiz(s))$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N varsa,

$d_{nüb}$(n, m*etkisiz(s)) ≤ k.[$d_{nüb}$(n, s) + $d_{nüb}$(s, m)] (k ≥ 1).

Bundan dolayı, her bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nüb}(n, m) \leq d_{nüb}(n, m*etkisiz(s))$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N varsa,

$$d_{nüb_1}(n, m) = \frac{d_{nüb}(n,m)}{d_{nüb}(n,m)+1}$$

$$\leq \frac{k.[d_{nüb}(n,s) + d_{nüb}(s,m)]}{k.[d_{nüb}(n,s) + d_{nüb}(s,m)]+1}$$

$$= \frac{k.d_{nüb}(n,s)}{k.[d_{nüb}(n,s) + d_{nüb}(s,m)]+1} + \frac{k.d_{nüb}(s,m)}{k.[d_{nüb}(n,s) + d_{nüb}(s,m)]+1}$$

$$\leq \frac{k.d_{nüb}(n,s)}{d_{nüb}(n,s) +1} + \frac{k.d_{nüb}(s,m)}{d_{nüb}(s,m)+1}$$

$$= k.[\, d_{nüb_1}(n, s) + d_{nüb_1}(s, m)]$$

elde edilir.

Böylece

$$d_{nüb_1}(n, m) = \frac{d_{nüb}(n,m)}{d_{nüb}(n,m)+1}$$

bir nötrosofik üçlü b-metrik uzaydır.

Tanım 4.2.9: [45] ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε>0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nüb}(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir x ∊ N mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nötrosofik üçlü b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \to x$$

ile gösterilir.

Tanım 4.2.10: [45] ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε>0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_{nüb}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir n_0∊ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 4.2.11: [45] ((N, *), $d_{nüb}$) bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü b-Cauchy dizisi yakınsak ise ((N, *), $d_{nüb}$) uzayına nötorsofik üçlü b-tam uzay denir.

4.3 Nötrosofik Üçlü Kısmi b-Metrik Uzaylar

Tanım 4.3.1: [46] (N,*) bir nötrosofik üçlü küme olsun. $d_{nübk}$:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup\{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{nübk}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik denir. Her n, m, s ∈ N için,

i) n*m ∈ N;

ii) $d_{nübk}$(n, m) ≥ $d_{nübk}$(n, n) ≥ 0;

iii) $d_{nübk}$(n, m) = $d_{nübk}$(n, n) = $d_{nübk}$(m, m) = 0 ise n = m' dir;

iv) $d_{nübk}$(n, m) = $d_{nübk}$(m, n);

v) Herhangi bir n, m ∈ N eleman çifti için

$$d_{nübk}(\text{n, m}) \leq d_{nübk}(\text{n, m*etkisiz(s)})$$

olacak şekilde en az bir y ∈ N elemanı varsa,

$$d_{nübk}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq \text{b.}[\, d_{nübk}(\text{n, s}) + d_{nübk}(\text{s, m})] - \; d_{p_b}(\text{s, s}).$$

Burada, b ∈ $\mathbb{R}^+$ ve b ≥ 1.

Ayrıca ((N, *), $d_{nübk}$) bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaydır.

Örnek 4.3.2: Örnek 4.2.2 de olduğu gibi N = {0, 2, 3, 4} kümesi çarpma işlemine göre $\mathbb{Z}_6$ da bir nötrosofik üçlü kümedir. Nötrosofik üçlüler ise (0, 0, 0), (2, 4, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4) olur.

Ayrıca,

$$d_{nübk}\text{:NxN} \to \mathbb{R}^+ \cup\{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nübk}(\text{x, y}) = \max\{2^x\text{-1}, 2^y\text{-1}\}$$

fonksiyonu b = 2 olmak üzere bir nötrosofik üçlü kısmi b-metriktir.

Bundan dolayı ((N, .), $d_{nübk}$) bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaydır.

Sonuç 4.3.3: [46]

a) Nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaylar üçgen eşitsizliğinden dolayı klasik kısmi metrik ve klasik b-metrik uzaylardan farklıdır.

b) Nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaylar üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay ve nötrosofik üçlü b-metrik uzaylardan farklıdır.

Sonuç 4.3.4: [46]

a) Nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaylarda b = 1 alınırsa bu uzay nötrosofik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

b) Nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaylarda;

$$n = m \text{ ise } d_{nübk}(n, m) = 0$$

şartı sağlanırsa bu uzay nötrosofik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

Teorem 4.3.5: [46] (N,*) bir nötrosofik üçlü küme ve $d_{nüb}$:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. k ∈ $\mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$d_{nübk}(n, m) = d_{nüb}(n, m) + k$$

fonksiyonu bir nötrosofik üçlü kısmi b-metriktir.

İspat:

$d_{nüb}$:NxN→ $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu bir nötrosofik üçlü b-metrik uzay olduğundan

i) n*m ∈ N.

ii) $d_{nüb}(n, n) = 0$ olduğundan,

$$\begin{aligned} d_{nübk}(n, m) &= d_{nüb}(n, m) + k \\ &\geq d_{nübk}(n, n) \\ &= d_{nüb}(n, n) + k \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

olur.

iii) k $\in \mathbb{R}^+$ olduğundan

$d_{nübk}$(n, m) = $d_{nüb}$(n, m) + k

= $d_{nübk}$(n, n)

= $d_{nüb}$(n, n) + k

= $d_{nübk}$(m, m)

= $d_{nüb}$(m, m) + k

= 0

olacak şekilde x, y ∈ N eleman çifti yoktur.

iv) $d_{nüb}$ bir nötrosofik üçlü b-metrik olduğundan

$d_{nübk}$(n, m) = $d_{nüb}$(n, m) + k

= $d_{nüb}$(m, n) + k

= $d_{nübk}$(m, n)

olur.

v) $d_{nüb}$ bir nötrosofik üçlü b-metrik olduğundan her bir n, m ∈N eleman çifti için

$$d_{nüb}(n, m) \leq d_{nüb}(n, m*etkisiz(s))$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N elemanı varsa,

$$d_{nüb}(n, m*etkisiz(s)) \leq b.[\, d_{nüb}(n, s) + d_{nüb}(s, m)]$$

olur. Böylece,

$$d_{nüb}(n, m) + k \leq d_{nüb}(n, m*etkisiz(s)) + k$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N elemanı varsa,

$d_{nüb}$(n, m*etkisiz(s)) + k ≤ b.[$d_{nüb}$(n, s) + $d_{nüb}$(s, m)]+ k

elde edilir. Bundan dolayı

$$d_{nübk}(\text{n, m}) \leq d_{nübk}(\text{n, m*etkisiz(s)})$$

olacak şekilde en az bir s ∈ N elemanı varsa,

$$d_{nübk}(\text{n, m*etkisiz(s)}) + \text{k} \leq \text{b.}[\, d_{nüb}(\text{n, s}) + d_{nüb}(\text{s, m})] + \text{k}$$

olur. Bundan dolayı

$$d_{nübk}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq \text{b.}[\, d_{nüb}(\text{n, s}) + \text{k} + d_{nüb}(\text{s, m}) + \text{k}] - \text{k}$$

alınabilir. Böylece,

$$d_{nübk}(\text{s, s}) = d_{nüb}(\text{s, s}) + \text{k} = \text{k}$$

olduğundan

$$d_{nübk}(\text{n, m*etkisiz(s)}) \leq \text{b.}[\, d_{nübk}(\text{n, s}) + d_{nübk}(\text{s, m})\,] - d_{nübk}(\text{s, s})$$

elde edilir.

Tanım 4.3.6: [46] ((N, *), $d_{nübk}$) bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nübk}(\text{s}, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{nübk}(\text{s, s})$$

olacak şekilde bir s ∈ N mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosofik üçlü kısmi b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{s ya da } x_n \to \text{s}$$

ile gösterilir.

Tanım 4.3.7: [46] ((N, *), $d_{nübk}$) bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda en az bir s ∈ N için

$$d_{nübk}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{nübk}(\text{s, s})$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü kısmi b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 4.3.8: [46] ((N, *), $d_{nübk}$) bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü kısmi b-Cauchy dizisi yakınsak ise ((N, *), $d_{nübk}$) uzayına bir nötrosofik üçlü kısmi b-tam uzay denir.

BÖLÜM V

BAZI NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

Yapılan çalışmaların yer aldığı bu son bölümde Şahin ve Kargın [14], [47], [48], [49] ve [50] çalışmalarındaki bazı nötrosofik üçlü normlu uzaylara yer verildi.

5.1 Nötrosofik Üçlü Normlu Uzaylar

Tanım 5.1.1: [14] $(V, *_2, \#_2)$, $(F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. $\|\,.\,\|_{nü} : V \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\|\,.\,\|_{nü}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü norm denir.

Burada

$$f\colon F \text{ X } V \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\alpha, n) = f(\alpha, ters(n)),$$

$$n = etkisiz(n) \text{ ise } f(\alpha, n) = 0$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her n, m ∊ V ve β∊ F için

i) n = etkisiz(n) ise $\|n\|_{nü} = 0$

ii) $\|\beta \#_2 n\|_{nü} = f(\beta, n).\|n\|_{nü}$

iii) $\|ters(n)\|_{nü} = \|n\|_{nü}$

iv) Her bir n, m ∊ V eleman çifti için

$$\|n *_2 m\|_{nü} \leq \|n *_2 m *_2 etkisiz(s)\|_{nü}$$

olacak şekilde en az bir $s \in V$ elemanı varsa

$$\|n *_2 m *_2 etkisiz(s)\|_{nü} \leq \|n\|_{nü} + \|m\|_{nü}.$$

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nü})$ uzayı bir nötrosofik üçlü normlu uzay olarak adlandırılır.

Örnek 5.1.2: $N = \{n, m\}$ ve $P(N) = \{\emptyset, \{n\}, \{m\}, \{n, m\}\}$, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. $M, S \in P(N)$ olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \backslash M, & s(M)<s(S)\ S \supset M \wedge M'=S \text{ ise} \\ M \backslash S, & s(M)>s(S)\ M \supset S \wedge S'=M \text{ ise} \\ (M \backslash S)', & s(M)>s(S)\ M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \backslash M)', & s(M)<s(S)\ S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M)=s(S)\ M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M=S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde * işlemine göre ve

$$M\ \varphi\ S = \begin{cases} M \cap S, & M,S \in P(N) \backslash N \text{ ise} \\ N, & M=N \text{ veya } S=N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre (P(N), *, φ) bir nötrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nötrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

etkisiz(∅) = ∅, ters(∅) = ∅,

etkisiz({n}) = {n, m}, ters({n}) = {m},

etkisiz({m}) = {n, m}, ters({m}) = {n},

etkisiz({n, m}) = ∅, ters({n, m}) = {n, m}

olduğu elde edilir. Ayrıca; s(M), M kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$$f: P(N)\ X\ P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$f(M, S) = \begin{cases} s(M\ \varphi\ S))/s(S), & S \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & S = \emptyset \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde tanımlayalım.

Bunun yanı sıra

$$\|.\|_{nü}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$\|M\|_{nü} = s(M)$$

fonksiyonunun bir nötrosofik üçlü norm olduğunu gösterelim.

Her M, S, K ∈ P(N) için

i) $\|M\|_{nü} = s(M) \geq 0$

ii) $\emptyset$ = etkisiz($\emptyset$) olduğundan $\|\emptyset\|_{nü} = s(\emptyset) = 0$

iii) $S \neq \emptyset$ ise

$$\|M \cap S\|_{nü} = s(M \varphi S)$$
$$= s(S).\ s(M \varphi S)/s(S)$$
$$= f(M, S).\|S\|_{nü}$$

olur.

$S = \emptyset$ ise $\|M \varphi S\|_{nü} = 0$ ve $\|S\|_{nü} = 0$ olduğundan

$$\|M \varphi S\|_{nü} = f(M, S).\|S\|_{nü}$$

olur.

iv) ters($\emptyset$) = $\emptyset$, tera({n}) = {m}, ters({m}) = {n}, ters({n, m}) = {n, m} olduğundan

$$\|\text{ters}(M)\|_{nü} = \|M\|_{nü}$$

olur.

v) $\emptyset \in P(N)$ için

$$\|\emptyset * \emptyset\|_{nü} \leq \|\emptyset * \emptyset * \text{etkisiz}(\{n, m\})\|_{nü}$$

olacak şekilde {n, m} ∈ P(X) elemanı olduğundan,

$$\|\emptyset * \emptyset * \text{etkisiz}(\{n, m\})\|_{nü} = \|\emptyset * \emptyset * \emptyset\|_{nü}$$

$$= \|\emptyset\|_{nü} = 0$$

$$\leq \|\emptyset\|_{nü} + \|\emptyset\|_{nü} = 0$$

olur.

$\{n\} \in P(N)$ için

$$\|\{n\} * \{n\}\|_{nü} \leq \|\{n\} * \{n\} * \text{etkisiz}(\{m\})\|_{nü}$$

olacak şekilde $\{m\} \in P(X)$ elemanı olduğundan,

$$\|\{n\} * \{n\} * \text{etkisiz}(\{m\})\|_{nü} = \|\{m\}\|_{nü} = 1$$

$$\leq \|\{n\}\|_{nü} + \|\{n\}\|_{nü}$$

$$= 2$$

olur.

$\{m\} \in P(N)$ için

$$\|\{m\} * \{m\}\|_{nü} \leq \|\{m\} * \{m\} * \text{etkisiz}(\{n\})\|_{nü}$$

olacak şekilde $\{n\} \in P(X)$ elemanı olduğundan,

$$\|\{m\} * \{m\} * \text{etkisiz}(\{n\})\|_{nü} = \|\{n\}\|_{nü} = 1$$

$$\leq \|\{m\}\|_{nü} + \|\{m\}\|_{nü}$$

$$= 2$$

olur.

$\{n, m\} \in P(X)$ için

$$\|\{n, m\} * \{n, m\}\|_{nü} \leq \|\{n, m\} * \{n, m\} * \text{etkisiz}(\emptyset)\|_{nü}$$

olacak şekilde $\emptyset \in P(N)$ elemanı olduğundan,

$$\|\{n, m\} * \{n, m\} * \text{etkisiz}(\emptyset)\|_{nü} = \|\emptyset\|_{nü} = 0$$

$$\leq \|\{n, m\}\|_{nü} + \|\{n, m\}\|_{nü} = 4 \text{ olur.}$$

Benzer şekilde diğer M, S ∈ P(N) elemanları için de bu şartın sağlandığı gösterilebilir.

Sonuç 5.1.3: [14] Tanım 5.1.1 deki şartlardan dolayı nötrosofik üçlü normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır. Çünkü klasik normda herhangi bir * işlemi ve f fonksiyonu yoktur. Ayrıca klasik normdaki üçgen eşitsizliği ile Tanım 5.1.1 deki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Şimdi hangi şartlar sağlandığında klasik normlu uzayların nötrosofik üçlü normlu uzay şartlarını sağladığını gösteren teoremi verelim.

Teorem 5.1.4: [14]: (($\mathbb{R}$, +, .), ‖.‖), bir $\mathbb{R}$ cismi üzerinde bir klasik normlu uzay olsun. Tanım 5.1.1 deki f fonksiyonunu

$$f: \mathbb{R} \text{ X } F \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\},\ f(\beta, n) = |\beta|$$

olarak alınırsa, (($\mathbb{R}$, +, .), ‖.‖) klasik normlu uzay Tanım 5.1.1 deki nötrosofik üçlü normlu uzay şartlarını sağlar.

İspat: (($\mathbb{R}$, +, .), ‖.‖) bir klasik normlu uzay olduğundan, n ∈ $\mathbb{R}$ için

$$\text{etkisiz(n)} = 0 \text{ ve ters(n)} = -\, n \tag{5.1.1}$$

olduğu elde edilir.

(5.1.1)’ den dolayı,

$$f(\beta, n) = |\, \beta \,| = |-\, \beta| = f(\text{ters}(\beta), \text{ters(n)})$$

şartını sağlar. (Buradaki ters(n) elemanı + işlemine göre elde edilmektedir.)

a) (($\mathbb{R}$, +, .), ‖.‖) bir klasik normlu uzay olduğundan ‖n‖ ≥ 0’ dır.

b) n = etkisiz(n) = 0 ise ‖n‖ = ‖0‖ = 0 olur.

c) ‖ β.n‖ = | β|‖n‖ = f(β, n).‖n‖ olur.

d) ‖ters(n)‖ = ‖-n‖ = ‖n‖ olur.

e) Her n, m ∈ $\mathbb{R}$ eleman çifti için

$$\|n + m\| \leq \|n + m + \text{etkisiz}(s)\|$$

olacak şekilde s = 0 ∊ ℝ elemanı vardır. Bundan dolayı ve ‖.‖ klasik norm olduğundan

$$\|n + m + \text{etkisiz}(s)\| \leq \|n\|+\|m\|$$

olur.

Böylece ((ℝ, +, .), ‖.‖) klasik normlu uzayı nötrosofik üçlü normlu uzay şartlarını sağladı.

Teorem 5.1.5: [14] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$), F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü normlu uzay olsun.

$$d_{nü}: V \text{ x } V \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nü}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nü}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nötrosofik üçlü metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: n, m, s ∈ V olsun. Tanım 5.1.1 nötrosofik üçlü norm tanımından,

i) $d_{nü}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nü}) \geq 0$;

ii) n = m olsun. Buna göre

$$\begin{aligned} d_{nü}(n, m) &= \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nü} \\ &= \|m *_2 \text{ters}(m)\|_{nü} \\ &= \|\text{etkisiz}(m)\|_{nü} \\ &= 0 \end{aligned}$$

olur.

iii) $\|\text{ters}(m)\|_{nü} = \|m\|_{nü}$ olduğundan

$$d_{nü}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nü} = \|\text{ters}(n *_2 \text{ters}(m))\|_{nü}$$

yazılabilir. Nötrosofik üçlü küme özelliğinden ve Teorem 2.5.7 den

$d_{n\ddot{u}}$(n, m) = $\|\text{ters}(\text{n} *_2 \text{ters}(\text{m}))\|_{n\ddot{u}}$

$= \|\text{ters}(\text{n}) *_2 \text{ters}(\text{ters}(\text{m}))\|_{n\ddot{u}}$

$= \|\text{ters}(\text{n}) *_2 \text{m}\|_{n\ddot{u}}$ (5.1.2)

olur.

V kümesi $*_2$ işlemine göre değişmeli olduğundan ve (5.1.2) den dolayı

$d_{n\ddot{u}}$(n, m) = $\|\text{ters}(\text{n}) *_2 \text{m}\|_{n\ddot{u}}$

$= \|\text{m} *_2 \text{ters}(\text{n})\|_{n\ddot{u}}$

$= d_{n\ddot{u}}$(m, n)

olur.

iv) Herhangi bir n, s ∊ V için

$$d_{n\ddot{u}}(\text{n, s}) = \|\text{n}*_2 \text{ ters(s)}\|_{n\ddot{u}} \leq \|\text{n}*_2\text{ters(s)}*_2\text{etkisiz(m)}\|_{n\ddot{u}}$$

olacak şekilde en az bir m ∊ V elemanının olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı ve

$\text{m} *_2 \text{ters}(\text{m})$ = etkisiz(m)

olduğundan

$d_{n\ddot{u}}$(n, s) = $\|\text{n}*_2 \text{ ters(s)}\|_{n\ddot{u}}$

$\leq \|\text{n}*_2 \text{ ters(s)}*_2\text{etkisiz(m)}\|_{n\ddot{u}}$

$= \|\text{n} *_2 \text{ters}(\text{s}) *_2 \text{m} *_2 \text{ters}(\text{m})\|_{n\ddot{u}}$

yazabiliriz. Ayrıca V, $*_2$ işlemine göre bir değişmeli grup olduğundan

$\|\text{n} *_2 \text{ters}(\text{s}) *_2 \text{m} *_2 \text{ters}(\text{m})\|_{n\ddot{u}} = \|(\text{n} *_2 \text{ters}(\text{s})) *_2 (\text{ters}(\text{s}) *_2 \text{m})\|_{n\ddot{u}}$

$\leq \|\text{n} *_2 \text{ters}(\text{m})\|_{n\ddot{u}} + \|\text{m} *_2 \text{ters}(\text{s}))\|_{n\ddot{u}}$

elde edilir. Böylece her bir n, s ∊ V eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}}(\text{n, s}) \leq d_N(\text{n, s*etkisiz(m)})$$

olacak şekilde en az bir m ∊ N elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}}(\text{n, s*etkisiz(m)}) \leq d_{n\ddot{u}}(\text{n, m}) + d_{n\ddot{u}}(\text{m, s})$$

olur.

Sonuç 5.1.6: [14] Teorem 5.1.5 den dolayı her nötrosofik üçlü normlu uzay aynı zamanda bir nötrosofik üçlü metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.1.7: [14] ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nü}$), (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü normlu uzay ve

$$d_{n\ddot{u}}: \text{V x V} \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}}(\text{n, m}) = \|\text{n} *_2 \text{ters(m)}\|_{n\ddot{u}}$$

şeklinde tanımlanan nötrosofik üçlü metriğe ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nü}$) nötrosofik üçlü normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nötrosofik üçlü normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nötrosofik üçlü normlu uzayda nötrosofik üçlü yakınsak diziyi, nötrosofik üçlü Cauchy dizisini ve nötrosofik üçlü Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.1.8: [14] ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nü}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nü}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nü}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{n\ddot{u}}(\text{s}, \{x_n\}) = \|\text{s} *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir s ∊ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosofik üçlü yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{s ya da } x_n \rightarrow \text{s}$$

ile gösterilir.

Tanım 5.1.9: [14] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nü}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_{nü}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{nü} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.1.10: [14] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nü}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü Cauchy dizisi ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$) tarafından indirgenmiş $d_{nü}$ nötrosofik üçlü metrik uzaya göre yakınsak ise ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$) nötrosofik üçlü normlu uzaya nötrosofik üçlü Banach uzayı denir.

5.2 Nötrosofik Üçlü Kısmi Normlu Uzaylar

Tanım 5.2.1: [47] (V,$*_2$, $\#_2$), (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. $\|\,.\,\|_{nük}$: V → $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\|\,.\,\|_{nük}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü kısmi norm denir.

Burada

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, \text{ters}(n)),$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her n, m ∈ V ve $\beta \in$ F için

i) $\|n\|_{nük} \geq 0$

ii) $\|n\|_{nük} = \|\text{etkisiz}(n)\|_{nük} = 0$ ise n = etkisiz(n).

iii) $\|\beta \#_2 n\|_{nük} = f(\beta, n).\|n\|_{nük}$

iv) $\|ters(n)\|_{nük} = \|n\|_{nük}$

v) Herhangi bir n, m ∈ V eleman çifti için

$$\|n *_2 m\|_{nük} \leq \|n *_2 m *_2 etkisiz(s)\|_{nük}$$

olacak şekilde en az bir s ∈ V elemanı varsa

$$\|n *_2 m *_2 etkisiz(s)\|_{nük} \leq \|n\|_{nük} + \|m\|_{nük} - \|etkisiz(s)\|_{nük}.$$

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nük})$ uzayı bir nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.2.2: [47]

a) Tanım 5.2.1 deki şarlardan dolayı nötrosofik üçlü kısmi normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır.

b) Tanım 5.2.1 de

$$n = etkisiz(n) \text{ ise } \|n\|_{nük} = 0$$

koşulunun her zaman sağlanmadığı açıktır. Bundan dolayı nötrosofik üçlü kısmi normlu uzaylar nötrosofik üçlü normlu uzaylardan farklıdır. Ayrıca bu uzaylardaki üçgen eşitsizlikleri de farklıdır.

Örnek 5.2.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

N = {n, m} ve P(N) = {∅, {n}, {m}, {n, m}}, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. M, S ∈ P(N) olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \backslash M, & s(M)<s(S)\ S \supset M \wedge M'=S \text{ ise} \\ M \backslash S, & s(M)>s(S)\ M \supset S \wedge S'=M \text{ ise} \\ (M \backslash S)', & s(M)>s(S)\ M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \backslash M)', & s(M)<s(S)\ S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M)=s(S)\ M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M=S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde * işlemine göre ve

$$M \, \varphi \, S \;=\begin{cases} M \cap S, & M,S \in P(N)\backslash N \text{ ise} \\ N, & M=N \text{ veya } S=N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre (P(N), *, φ) bir nötrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nötrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

etkisiz(∅) = ∅, ters(∅) = ∅,

etkisiz({n}) = {n, m}, ters({n}) = {m},

etkisiz({m}) = {n, m}, ters({m}) = {n},

etkisiz({n, m}) = ∅, ters({n, m}) = {n, m}

olduğu elde edilir.

Ayrıca, s(M), M kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$f(M, S) = (s(M \, \varphi \, S) + k)/(s(S) + k)$$

olacak şeklinde tanımlayalım.

Bunun yanı sıra

$$\|.\|_{nük}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere $k \in \mathbb{R}^{+}$ için

$$\|M\|_{nük} = s(M) + k$$

fonksiyonu bir nötrosofik üçlü kısmi normdur.

Sonuç 5.2.4: [47] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nü})$ bir nötrosofik üçlü normlu uzay olsun.

$$\|n\|_{nük} = \|n\|_{nü} + k \quad (k \in \mathbb{R}^{+})$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon bir nötrosofik üçlü kısmi normdur.

Sonuç 5.2.5: [47] Sonuç 5.2.4 den dolayı her bir nötrosofik üçlü normlu uzaydan bir nötrosofik üçlü kısmi norm elde edilebilir.

Teorem 5.2.6: [47] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nük}$), F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay olsun.

$$d_{n\text{ük}}\text{: V x V} \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\text{ük}}(\text{n, m}) = \|\text{n}*_2\text{ters(m)}\|_{nük}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: Teorem 5.1.5 deki ispata benzer şekilde yapılır.

Sonuç 5.2.7: [47] Teorem 5.2.6 den dolayı her nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay aynı zamanda bir nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.5.8: [47] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nük}$), (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay ve

$$d_{n\text{ük}}\text{: V x V} \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\text{ük}}(\text{n, m}) = \|\text{n}*_2\text{ters(m)}\|_{nük}$$

şeklinde tanımlanan nötrosofik üçlü kısmi metriğe ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nük}$) nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nötrosofik üçlü kısmi normlu uzayda nötrosofik üçlü kısmi yakınsak diziyi, nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisini ve nötrosofik üçlü kısmi Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.2.9: [47] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nük}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\text{ük}}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nük}$)

tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{\text{nük}}k(\text{s}, \{x_n\}) = \|\text{s} *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{nük}) < \varepsilon + \|\text{etkisiz(s)}\|_{\text{nük}}$$

olacak şekilde bir s ∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosofik üçlü kısmi yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{s ya da } x_n \to \text{s}$$

ile gösterilir.

Tanım 5.2.10: [47] ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nük}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{\text{nük}}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nük}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda en az bir s ∈ V elemanı için

$$d_{\text{nük}}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{nük} < \varepsilon + \|\text{etkisiz(s)}\|_{nük}$$

olacak şekilde bir n_0 ∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.2.11: [47] ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nük}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{\text{nük}}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nük}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü kısmi Cauchy dizisi ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nük}$) tarafından indirgenmiş $d_{\text{nük}}$ nötrosofik üçlü kısmi metrik uzaya göre yakınsak ise ((V, $*_2$, $\#_2$), ‖.‖$_{nük}$) nötrosofik üçlü kısmi normlu uzaya nötrosofik üçlü kısmi Banach uzayı denir.

5.3 Nötrosofik Üçlü v-Genelleştirilmiş Normlu Uzaylar

Tanım 5.3.1: [50] ((V,$*_2$, $\#_2$), (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. ‖ . ‖$_{nüv}$: V → $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, ‖ . ‖$_{nüv}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş norm denir.

Burada,

$$\text{f: F X V} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, ters(n)),$$

$$n = etkisiz(n) \text{ ise } f(\alpha, n) = 0$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her n, m ∈ V ve β∈ F için

i) $\|n\|_{nüv} \geq 0$

ii) n = etkisiz(n) ise $\|n\|_{nüv} = 0$

iii) $\|\beta \#_2 n\|_{nüv} = f(\beta, n).\|n\|_{nüv}$

iv) $\|ters(n)\|_{nüv} = \|n\|_{nüv}$

v) $\|n *_2 m\|_{nüv} \leq \|n *_2 m *_2 etkisiz(s_v)\|_{nüv}$,

$\|n *_2 s_2\|_{nüv} \leq \|n *_2 s_2 *_2 etkisiz(s_1)\|_{nüv}$,

$\|s_1 *_2 s_3\|_{nüv} \leq \|s_1 *_2 s_3 *_2 etkisiz(s_2)\|_{nüv}$,

.
.
.
$\|s_{v-1} *_2 m\|_{nüv} \leq \|s_{v-1} *_2 m *_2 etkisiz(s_v)\|_{nüv}$,

olacak şekilde n, s_1, s_2, … , s_v, m elemanları var ise

$$\|n *_2 m *_2 etkisiz(s_v)\|_{nüv} \leq \|n\|_{nüv} + \|s_1\|_{nüv} + \ldots + \|s_v\|_{nüv} + \|m\|_{nüv}.$$

Ayrıca, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$) uzayı bir nötrosofik üçlü v-genelleştrilmiş normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.3.2: [50] Tanım 5.3.1 deki üçgen eşittsizliğinden dolayı nötrosofik üçlü v- genelleştrilmiş normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan ve nötrosofik üçlü normlu uzaylardan farklıdır.

Örnek 5.3.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

N = {n, m} ve P(N) = {∅, {n}, {m}, {n, m}}, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. M, S ∈ P(N) olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S\backslash M, & s(M)<s(S)\ S \supset M \wedge M'=S \text{ ise} \\ M\backslash S, & s(M)>s(S)\ M\supset S \wedge S'=M \text{ ise} \\ (M\backslash S)', & s(M)>s(S)\ M\supset S \wedge S'\neq M \text{ ise} \\ (S\backslash M)', & s(M)<s(S)\ S\supset M \wedge M'\neq S \text{ ise} \\ N, & s(M)=s(S)\ M\neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M=S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde * işlemine göre ve

$$M\ \varphi\ S = \begin{cases} M \cap S, & M,S \in P(N)\backslash N \text{ ise} \\ N, & M=N \text{ veya } S=N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre (P(N), *, φ) bir nötrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nötrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

etkisiz(∅) = ∅, ters(∅) = ∅,

etkisiz({n}) = {n, m}, ters({n}) = {m},

etkisiz({m}) = {n, m}, ters({m}) = {n},

etkisiz({n, m}) = ∅, ters({n, m}) = {n, m}

olduğu elde edilir.

Ayrıca,

f: P(N) X P(N) $\rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$

olmak üzere

$$f(M, S) = \begin{cases} (s(M\varphi S) + 2^{s(M\varphi S)} - 1)/(s(s) + 2^{s(S)} - 1), & S \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & S = \emptyset \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunu tanımlayalım. Burada

$\|.\|_{nüv}$:P(N) $\rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$

olmak üzere;

$\|M\|_{nüv} = s(M) + 2^{s(M)} - 1$

bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normdur. Yani ((P(N), *, φ), $\Vert.\Vert_{nüv}$) v = 1 için bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzaydır.

Sonuç 5.3.4: [50] Her bir nötrosofik üçlü normlu uzaylar aynı zamanda v = 0 için bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normu uzaydır.

Teorem 5.3.5: [50] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\Vert.\Vert_{nük}$), F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay olsun.

$$d_{nüv}\text{: V x V} \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nüv}(\text{n, m}) = \Vert n *_2 \text{ters}(m) \Vert_{nüv}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: Teorem 5.1.5 deki ispata benzer şekilde yapılır.

Sonuç 5.3.6: [50] Teorem 5.3.5 den dolayı her nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay aynı zamanda bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.3.7: [50] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\Vert.\Vert_{nüv}$), (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay ve

$$d_{nüv}\text{: V x V} \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nüv}(\text{n, m}) = \Vert n *_2 \text{ters}(m) \Vert_{nüv}$$

şeklinde tanımlanan nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metriğe ((V, $*_2$, $\#_2$), $\Vert.\Vert_{nüv}$) nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzayda nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş yakınsak diziyi, nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisini ve nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.3.8: [50] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nüv}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nüv}(\mathrm{s}, \{x_n\}) = \|\mathrm{s} *_2 \mathrm{ters}(\{x_n\})\|_{nüv}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir s ∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \mathrm{s} \text{ ya da } x_n \to \mathrm{s}$$

ile gösterilir.

Tanım 5.3.9: [50] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nüv}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_{nüv}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \mathrm{anti}(\{x_n\})\|_{nüv} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir n_0∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.3.10: [50] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nüv}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisi ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$) tarafından indirgenmiş $d_{nüv}$ nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzaya göre yakınsak ise ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüv}$) nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzaya nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş Banach uzayı denir.

5.4 Nötrosofik Üçlü b-Normlu Uzaylar

Tanım 5.4.1: [48] $(V, *_2, \#_2)$, $(F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. $\|\,.\,\|_{nüb} : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\|\,.\,\|_{nüb}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü b-norm denir.

Burada

$$f: F \text{ X } V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, \text{ters}(n)),$$

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } f(\alpha, n) = 0$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her $n, m \in V$ ve $\beta \in F$ için

i) $\|n\|_{nüb} \geq 0$

ii) $n = \text{etkisiz}(n)$ ise $\|n\|_{nüb} = 0$

iii) $\|\beta \#_2\, n\|_{nüb} = f(\beta, n).\|n\|_{nüb}$

iv) $\|\text{ters}(n)\|_{nüb} = \|n\|_{nüb}$

v) Her bir $n, m \in V$ eleman çifti için

$$\|n *_2 m\|_{nüb} \leq \|n *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s)\|_{nüb}$$

olacak şekilde en az bir $s \in V$ elemanı varsa

$$\|n *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s)\|_{nüb} \leq k(\|n\|_{nüb} + \|m\|_{nüb})$$

olur. Burada, $k \in \mathbb{R}^+$ ve $k \geq 1$.

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nüb})$ uzayı bir nötrosofik üçlü b-normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.4.2: [48]

a) Tanım 5.4.1 deki şartlardan dolayı nötrosofik üçlü b-normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır.

b) Tanım 5.4.1 deki üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosofik üçlü b-normlu uzaylar nötrosofik üçlü normlu uzaylardan farklıdır.

c) Tanım 5.4.2 de k = 1 alınırsa, her bir nötrosofik üçlü b-normlu uzaylar bir nötrosofik üçlü normlu uzaydır.

Örnek 5.4.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

N = {n, m} ve P(N) = {∅, {n}, {m}, {n, m}}, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. M, S ∈ P(N) olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S\backslash M, & s(M)<s(S)\ S \supset M \wedge M'=S \text{ ise} \\ M\backslash S, & s(M)>s(S)\ M\supset S \wedge S'=M \text{ ise} \\ (M\backslash S)', & s(M)>s(S)\ M\supset S \wedge S'\neq M \text{ ise} \\ (S\backslash M)', & s(M)<s(S)\ S\supset M \wedge M'\neq S \text{ ise} \\ N, & s(M)=s(S)\ M\neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M=S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde * işlemine göre ve

$$M\ \varphi\ S = \begin{cases} M \cap S, & M,S\in P(N)\backslash N \text{ ise} \\ N, & M=N \text{ veya } S=N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre (P(N), *, φ) bir nötrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nötrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

etkisiz(∅) = ∅, ters(∅) = ∅,

etkisiz({n}) = {n, m}, ters({n}) = {m},

etkisiz({m}) = {n, m}, ters({m}) = {n},

etkisiz({n, m}) = ∅, ters({n, m}) = {n, m}

olduğu elde edilir.

f: P(N) X P(N) $\rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$

olmak üzere

$$f(M, S) = \begin{cases} (2^{s(M\varphi S)} - 1)/(2^{s(S)} - 1), & S \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & S = \emptyset \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunu tanımlayalım. Burada

$$\|.\|_{nüb}: P(N) \to \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere;

$$\|M\|_{nüb} = 2^{s(M)} - 1$$

bir nötrosofik üçlü b - normdur. Yani $((P(N), *, \varphi), \|.\|_{nüb})$ $k = 2$ için bir nötrosofik üçlü b -normlu uzaydır.

Teorem 5.4.4: [48] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nü}), F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü b-normlu uzay olsun.

$$d_{nüb}: V \times V \to \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nüb}(n, m) = \|n *_2 ters(m)\|_{nüb}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nötrosofik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: Teorem 5.1.5 in ispatına benzer bir şekilde yapılır.

Sonuç 5.4.5: [48] Teorem 5.4.4 den dolayı her nötrosofik üçlü b-normlu uzay aynı zamanda bir nötrosofik üçlü b-metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.4.6: [48] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nüv}), (F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü b-normlu uzay ve

$$d_{nüb}: V \times V \to \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nüb}(n, m) = \|n *_2 ters(m)\|_{nüb}$$

şeklinde tanımlanan nötrosofik üçlü b-metriğe ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nü}$) nötrosofik üçlü b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nötrosofik üçlü b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nötrosofik üçlü b-normlu uzayda nötrosofik üçlü b-yakınsak diziyi, nötrosofik üçlü b-Cauchy dizisini ve nötrosofik üçlü b-Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.4.7: [48] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü b - normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nüb}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nüb}(s, \{x_n\}) = \|s *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{nüb}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir s ∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosofik üçlü b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \to s$$

ile gösterilir.

Tanım 5.4.8: [48] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nüb}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda

$$d_{nüb}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{nüb} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir n_0∈ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.4.9: [48] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nüb}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü b-Cauchy dizisi ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$) tarafından indirgenmiş $d_{nüb}$ nötrosofik üçlü b-metrik uzaya göre yakınsak ise ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nüb}$) nötrosofik üçlü b - normlu uzaya nötrosofik üçlü b-Banach uzayı denir.

5.5 Nötrosofik Üçlü Kısmi b-Normlu Uzaylar

Tanım 5.5.1: [49] $(V, *_2, \#_2)$, $(F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. $\| . \|_{nükb} : V \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\| . \|_{nükb}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü kısmi b-norm denir.

Burada

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, ters(n)),$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her n, m ∊ V ve β∊ F için

i) $\|n\|_{nükb} \geq 0$

ii) $\|n\|_{nükb} = \|etkisiz(n)\|_{nükb} = 0$ ise n = etkisiz(n)' dir.

iii) $\|\beta \#_2\, n\|_{nükb} = f(\beta, n).\|n\|_{nükb}$

iv) $\|ters(n)\|_{nükb} = \|n\|_{nükb}$

v) Her bir n, m ∊ V eleman çifti için

$$\|n *_2 m\|_{nükb} \leq \|n *_2\, m *_2 etkisiz(s)\|_{nükb}$$

olacak şekilde en az bir s ∊ V elemanı varsa

$$\|n *_2 m *_2 etkisiz(s)\|_{nükb} \leq k.(\|n\|_{nükb} + \|m\|_{nükb}) - \|etkisiz(s)\|_{nükb}$$

olur. Burada, $k \in \mathbb{R}^{+}$ ve $k \geq 1$.

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb})$ uzayı bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.5.2: [49]

a) Tanım 5.5.1 deki şartlardan dolayı nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır.

b) Tanım 5.5.1 de

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } \|n\|_{nükb} = 0$$

koşulunun her zaman sağlanmadığı açıktır. Bundan dolayı nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzaylar nötrosofik üçlü normlu uzaylardan ve nötrosofik üçlü b-normlu farklıdır. Ayrıca bu uzaylardaki üçgen eşitsizlikleri de farklıdır.

Örnek 5.5.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

N = {n, m} ve P(N) = {∅, {n}, {m}, {n, m}}, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. M, S ∈ P(N) olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S\backslash M, & s(M)<s(S)\ S\supset M \wedge M'=S \text{ ise} \\ M\backslash S, & s(M)>s(S)\ M\supset S \wedge S'=M \text{ ise} \\ (M\backslash S)', & s(M)>s(S)\ M\supset S \wedge S'\neq M \text{ ise} \\ (S\backslash M)', & s(M)<s(S)\ S\supset M \wedge M'\neq S \text{ ise} \\ N, & s(M)=s(S)\ M\neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M=S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde * işlemine göre ve

$$M\ \varphi\ S = \begin{cases} M\cap S, & M,S\in P(N)\backslash N \text{ ise} \\ N, & M=N \text{ veya } S=N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre (P(N), *, φ) bir nötrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nötrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

etkisiz(∅) = ∅, ters(∅) = ∅,

etkisiz({n}) = {n, m}, ters({n}) = {m},

etkisiz({m}) = {n, m}, ters({m}) = {n},

etkisiz({n, m}) = ∅, ters({n, m}) = {n, m}

elde edilir.

Ayrıca, s(M), M kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$f(M, S) = (2^{s(M\,\varphi\,S)} + k)/(2^{s(S)} + k)$$

olacak şeklinde tanımlayalım.

Bunun yanı sıra

$$\|.\|_{nükb}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere $k \in \mathbb{R}^+$ için

$$\|M\|_{nükb} = 2^{s(M)} + k$$

fonksiyonu bir nötrosofik üçlü kısmi b-normdur.

Sonuç 5.5.4: [49] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nüb})$ bir nötrosofik üçlü b - normlu uzay olsun.

$$\|n\|_{nükb} = \|n\|_{nüb} + k \quad (k \in \mathbb{R}^+)$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon bir nötrosofik üçlü kısmi b-normdur.

Sonuç 5.5.5: [49] Sonuç 5.5.4 den dolayı her bir nötrosofik üçlü b-normlu uzaydan bir nötrosofik üçlü kısmi b- norm elde edilebilir.

Teorem 5.5.6: [49] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb}), F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay olsun.

$$d_{nükb}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nükb}(n, m) = \|n *_2 ters(m)\|_{nükb}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: Teorem 5.1.5 deki ispata benzer şekilde yapılır.

Sonuç 5.5.7: [49] Teorem 5.5.6 den dolayı her nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay aynı zamanda bir nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.5.8: [49] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nükb}$), (F,$*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay ve

$$d_{nükb}\text{: V x V} \to \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nükb}(\text{n, m}) = \|\text{n}*_2\text{ters(m)}\|_{nükb}$$

şeklinde tanımlanan nötrosofik üçlü kısmi b-metriğe ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nükb}$) nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nötrosofik üçlü kısmi normlu uzayda nötrosofik üçlü kısmi b-yakınsak diziyi, nötrosofik üçlü kısmi b - Cauchy dizisini ve nötrosofik üçlü kısmi b-Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.5.9: [49] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nükb}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nükb}$, ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nükb}$) tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n > n_0 olduğunda

$$d_{nükb}k(\text{s}, \{x_n\}) = \|\text{s} *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{nükb}) < \varepsilon + \|\text{etkisiz(s)}\|_{nükb}$$

olacak şekilde bir s ∊ ℕ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosofik üçlü kısmi b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \text{s ya da } x_n \to \text{s}$$

ile gösterilir.

Tanım 5.5.10: [49] ((V, $*_2$, $\#_2$), $\|.\|_{nükb}$), (F, $*_1$, $\#_1$) nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nükb}$,

$((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb})$ tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay olsun. Her ε > 0 için n, m > n_0 olduğunda en az bir s ∈ V elemanı için

$$d_{nükb}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{nükb} < \varepsilon + \|\text{etkisiz}(s)\|_{nükb}$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosofik üçlü kısmi b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.5.11: [49] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb})$, $(F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cismi üzerinde bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nükb}$, $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb})$ tarafından indirgenmiş nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nötrosofik üçlü kısmi b-Cauchy dizisi $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb})$ tarafından indirgenmiş $d_{nükb}$ nötrosofik üçlü kısmi b-metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{nükb})$ nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzaya nötrosofik üçlü kısmi b-Banach uzayı denir.

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır. Giriş kısmının yer aldığı birinci bölümde bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nötrosofik kümelerin ve nötrosofik üçlü kümeler hakkında bilgilere yer verilmiştir.

Genel bilgilerin verildiği ikinci bölümde ise tezde kullanacağımız bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nötrosofik kümelerin ve nötrosofik üçlü kümelerin tanım ve özellikleri incelenmiştir. Ayrıca bazı nötrosofik üçlü yapıların tanımları ile nötrosofik kümelerin kullanıldığı uygulama çalışmalarına da bu bölümde yer verilmiştir.

Yapılan çalışmaların yer aldığı üçüncü bölümde ise mesleki yeterlilikleri değerlendirmek için yeni bir nötrosofik benzerlik ölçüsü kullanarak bir karar verme uygulaması elde edilmiştir. Bu uygulamaya öğretmen yeterlilklerini değerlendirdiğimiz bir örnek verildi. Bu uygulama ve örnekten yararlanılarak diğer meslek grupları için de benzer karar verme uygulamaları yapılabilir. Ayrıca bu bölümdeki benzerlik ölçüsü başka karar verme uygulamarında da kullanılabilir.

Yine yapılan çalışmaların yer aldığı dördüncü bölümde ise bazı nötrosofik üçlü metrik uzaylar tanımlanmış ve bu uzayların genel özellikleri verilmiştir. Ayrıca bu nötrosofik üçlü metrik uzaylarla klasik metrik uzaylar karşılaştırılarak aralarındaki ilişki verilmiştir. Bu bölümdeki tanımlardan faydalanılarak diğer klasik metriklerde nötrosofik üçlü teoride tanımlanabilir. Ayrıca, matematikte önemli bir yer tutan sabit nokta teoremleri çoğunlukla metrik uzaylar üzerine kurulduğundan sabit nokta teoremleri de bu bölümdeki nötrosofik üçlü metrikler yardımıyla veya bu bölümdeki bilgilerle elde edilebilecek yeni nötrosofik üçlü metrik uzaylar yardımıyla nötrosofik üçlü teoride tanımlanabilir.

Son olarak yapılan çalışmaların yer aldığı beşinci bölümde ise bazı nötrosofik üçlü normlu uzaylar tanımlanmış ve bu uzayların genel özellikleri verilmiştir. Ayrıca bu nötrosofik üçlü normlu uzaylarla klasik normlu karşılaştırılarak aralarındaki ilişki verilmiştir. Bunun yanı sıra üçüncü bölümdeki nötrosofik üçlü metrik uzayalar ile beşinci bölümdeki nötrosofik üçlü normlu uzaylar arasındaki ilişkiler verilmiştir. Ayrıca bu bölümdeki tanımlar yardımıyla yeni nötrosofik üçlü iç çarpım uzayları ve yeni nötrosofik üçlü Hilbert uzayları tanımlanabilir ve bu yapılarla ilgili özellik ve teoremler nötrosofik üçlü teoride çalışılabilir.

KAYNAKLAR

[1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets, *Information and Control*, **8(3)**, 338-353.

[2] Atanassov, T. K. (1986). Intuitionistic Fuzzy Sets, *Fuzzy Sets System*, **20**, 87–96

[3] Smarandache, F. (1998). *A Unifying Field in Logics, Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic*. American Research Press: Reheboth, MA, USA

[4] Şahin, M., Kargın, A., Smarandache, F. (2020). Combined Classical-Neutrosophic Sets and Numbers, Double Neutrosophic Sets and Numbers, In *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*; Pons Editions: Brussels, Belgium, 18, 254–265.

[5] Şahin, M., Kargın, A. (2020). New Similarity Measure Between Single-Valued Neutrosophic Sets and Decision-Making Applications in Professional proficiencies. In *Neutrosophic Sets in Decision Analysis and Operations Research*; IGI Global: Hershey, PA, USA, 129–149.

[6] Uluçay, V., Şahin, M. (2020). Decision-Making Method Based on Neutrosophic Soft Expert Graphs. In *Neutrosophic Graph Theory and Algorithms*; IGI Global: Hershey, PA, USA, 33–76.

[7] Olgun, N., Hatip, A. (2020). The Effect of the Neutrosophic Logic on The Decision Tree. In *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*; Pons Editions: Brussels, Belgium, 7, 238–253.

[8] Wang, J., Wei, G., Lu, M. (2018). An Extended VIKOR Method for Multiple Criteria Group Decision Making with Triangular Fuzzy Neutrosophic Numbers. *Symmetry*, **10**, 497.

[9] Biswas, P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2016). TOPSIS Method for Multi-Attribute Group Decision-Making Under Single-Valued Neutrosophic Environment. *Neural Comput. Appl.,* **27**, 727–737.

[10] Şahin, R.;Liu, P. (2016). Maximizing Deviation Method for Neutrosophic Multiple Attribute Decision Making with Incomplete Weight Information. *Neural Comput. Appl.,* **27**, 2017–2029.

[11] Biswas, P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2014). Entropy Based Grey Relational Analysis Method for Multi-Attribute Decision Making Under Single Valued Neutrosophic Assessments. *Neutrosophic Sets Syst.*, **2**, 102–110.

[12] Smarandache, F., Ali, M. (2016). Neutrosophic Triplet Group. *Neural Computing and Applications*, **29**, 595-601.

[13] Ali, M., Smarandache, F., Khan, M. (2018). Study on The Development of Neutrosophic Triplet Ring and Neutrosophic Triplet Field, *Mathematics*, **6(4)**, 46.

[14] Şahin, M., Kargın, A. (2017). Neutrosophic Triplet Normed Space, *Open Physics*, **15**, 697-704

[15] Şahin, M., Kargın, A., Çoban, M.A. (2018). Fixed Point Theorem for Neutrosophic Triplet Partial Metric Space, *Symmetry*, **10(7)**, 240

[16] Şahin, M., Kargın, A. (2017). Neutrosophic Triplet Inner Product Space, *Neutrosophic Operational Research*, **2(10)**, 193-215.

[17] Smarandache, F., Şahin, M., Kargın, A. (2018). Neutrosophic Triplet G- Module, *Mathematics*, **6(4)**, 53.

[18] Bal, M., Shalla, M. M., Olgun, N. (2018). Neutrosophic Triplet Cosets and Quotient Groups, *Symmetry*, **10(4)**, 126.

[19] Goffman, C., Pedrick G., (1965). *First Course in Functional Analysis,* Prentice-Hall

[20] Matthews S. G. (1994). Partial Metric topology, *Annals of New York Academy of Sciences*, **728**, 183-197.

[21] Kopperman, H. D., Matthews, S. G., and Pajoohesh K. (2004). Partial Metrizability in Value Quantales, *Applied General Topology*, **5**, 115-127.

[22] Altun I., Sola F., Simsek H. (2010). Generalized Contractions on Partial Metric Space, *Topology and Its Applications*, **157**, 2778-2785.

[23] Romeguera, S., (2010). A Kirk Type characterization of Completeness for Partial Metric Space, *Fixed Point Theory and Applications*, 493298.

[24] Romeguera, S. (2012). Fixed Point Theorems for Generalized Contractions on Partial Metric Space, *Applied General Topology*, **3**, 91-112.

[25] Bakhtin, I. A., (1989). The Contraction Mapping Principle in Quasimetric Spaces, *Funct. Anal. Unianowsk Gos. Ped. Inst.*, **30**, 26 – 37.

[26] Shukla, S. (2017). Some Fixed Point Theorems for Ordered Contractions in Partial b-metric space, *Gazi University Journal of Science*, **30**, 345-354.

[27] Czerwik, S. (1993). Contraction Mappings in b-Metric Spaces, *Acta. Math. Inf. Univ. Ostraviensis*, **1**, 5 – 11.

[28] Czerwik, S. (1998) Nonlinear Set-valued Contraction Mappings in b-Metric Spaces, *Atti. Sem. Mat. Fis. Univ. Modena*, **46(2)**, 263 – 276

[29] Boriceaanu, M. (2009). Fixed Point Theory for Multivalued Generalized Contraction on a Set with Two b-Metric, *Studia Uni. Babes – Bolyai Math*., **3** 1 – 14.

[30] Czerwik S., Dlutek K., Singh S. L. (1997). Round-Off Stability of Iteration Procedures for Operators in b-Metric Space, *J. Nature. Phys. Sci.*, **11**, 87 – 94

[31] Aydi H., Bota M., F., Karapinar E., Mitrovic S. (2012). A Fixed Point Theorem for Set-Valued Quasicontractions in b-Metric Space, *Fixed Point Theory Appl.*, **88**

[32] Nadaban S., (2016). Fuzzy b-Metric Spaces, *Int. Jour. Of Comp. Com. & Cont.*, **11(2).**

[33] Branciari, A. (2000). A Fixed Point Theorem of Banach-Caccioppoli Type on a Class of Generalized Metric Spaces. *Publ. Math.*, **57,** 31–37.

[34] Alamri, B., Suzuki, T., Khan, L.A. (2015). Caristi's fixed Point Theorem and Subrahmanyam's Fixed Point Theorem in v-Generalized Metric. J. *Funct. Spaces*, 709391.

[35] Ramabhadra, S.I., Madhusudana, R.J., Rao, S.S. (2009). Conractions Over Generalized Metric Space. *J. Nonlinear Sci. Appl.*, **2**, 180–182.

[36] Suzuki, T. (2014). Generalized Metric Space Do Not Have the Compatible topology. *Abstr. Appl. Anal.*, 458096.

[37] Suzuki, T. (2016). Completeness of 3-Generalized Metric Space. *Filomath*, **30**, 3575–3585.

[38] Suzuki, T. (2017). The Strongly Compatible Topology on v-Generalized Metric Space. *Ser. A Math.*, **112**, 301– 309.

[39] Wang H., Smarandache F., Zhang, Y., Sunderraman, R. (2010). Single Valued Neutrosophic Sets. *Multispace Multistruct.*, **4**, 410–413.

[40] Mukherjee, A., Sarkar, S. (2014). Several Similarity Measures of Neutrosophic Soft Sets and its Application in Real Life Problems. *Ann. Pure Appl. Math.*, **7**, 1– 6.

[41] Ye, J. (2014). Clustering Methods Using Distance-Based Similarity Measures of Single-Valued Neutrosophic Sets. *Journal of Intelligent Systems*, **23(4)**, 379-389.

[42] Aslan, C., Kargın, A., Şahin, M. (2020). Neutrosophic Modeling of Talcott Parsons's Action and Decision-Making Applications for It. *Symmetry*, ***12*(7)**, 1166.

[43] Şahin M., Kargın A. (2018). Neutrosophic Triplet v-Generalized Metric Space, *Axioms*, **7**, 67.

[44] Proje Adı: Tek Değerli Nötrosofik Sayılar İçin Benzerlik Ölçüsünü Öğretmen Yeterliliklerini Değerlendirmede Kullanma (2019). Proje Yürütücüsü M. Şahin, Proje Araştırmacısı A. Kargın, Gaziantep Üniversitesi, Araştırma Projeleri Yönetim Birimi, Proje No: FEF.DT.19.08.

[45] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet b-Metric Space, In *Neutrosophic Triplet Research*, Pons Editions Brussels, Belgium, EU, **1(7)**, 79 - 90

[46] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet Partial b-Metric Space, *1 May International Congress of Social Policies and Scientific Research,* May 1, Ankara, Turkey

[47] Şahin M., Kargın A. (2018). Neutrosophic Triplet Partial Normed Space, *Zeugma I. International Multidisciplinary Studies congress*, Gaziantep, Turkey

[48] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet b-Normed Space, *MAS International Conference of Mathematics, Engineering, Naturel & Medical Sciences – VI*, Kiev, Ukrania

[49] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet Partial b-Normed Space, *MAS International Conference of Mathematics, Engineering, Naturel & Medical Sciences – VI*, Kiev, Ukrania

[50] Şahin M., Kargın A. (2018), Neutrosophic Triplet v-Generalized Normed Space, *Zeugma I. International Multidisciplinary Studies congress*, Gaziantep, Turkey

[51] Parsons, T. (1975). *Social Systems and The Evolution of Action Theory*; The Free Press: New York, USA.

[52] Smarandache, F. (2019). *Introduction to Neutrosophic Sociology (Neutrosociology)*; Pons Publishing House/Pons asblQuai du Batelage: Bruxelles, Belgium.

[53] Dillon, M., Parsons, T., Merton, R. (2013). Functionalism and Modernization. In *Introduction to Sociological Theory: Theorists, Concepts, and their Applicability to the Twenty-First Century*; Wiley: Hoboken, NJ, USA, 156–157.

[54] Weber, M. (1947). *The Theory of Social and Economic Organization*; The Free Press: NewYork, USA.

[55] Parsons, T. (1954). *Essays in Sociological Theory*, Revised Edition; The Free Press: New York, USA.

[56] Wallace, R.A., Wolf, A. (1995). *Contemporary Sociological Theory: Expanding the Classical Tradition*, Subsequent Edition; Prentice Hall, Pearson Education, New York, USA.

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı: Abdullah Kargın

Öğrenim Durumu: Doktora

YABANCI DİL BİLGİSİ

Yabancı Dil	Sınav Türü	Puan
İngilizce	YÖKDİL	77.5

EĞİTİM BİLGİLERİ

	Mezun olduğu okul	Mezuniyet yılı
Doktora:	Gaziantep Üniversitesi	2022
Yüksek Lisans:	Gaziantep Üniversitesi	2015
Lisans:	Gaziantep Üniversitesi	2012
Lise:	Gaziantep Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi	2008

ALDIĞI BURSLAR

2009 – 2012: Tev Yükseköğretim Lisans Bursu, Türk Eğitim Vakfı
2018 – 2022: 2211/A Yurt İçi Genel Doktora Bursu, TÜBİTAK

PROJELER

2019: Tek Değerli Nötrosofik Sayılar İçin Benzerlik Ölçüsünü Öğretmen Yeterliliklerini Değerlendirmede Kullanma, Proje Yürütücüsü M. Şahin, Proje Araştırmacısı A. Kargın, Gaziantep Üniversitesi, Araştırma Projeleri Yönetim Birimi, Proje No: FEF.DT.19.08

ULUSLARARASI KİTAPLARDA YAPILAN GÖREVLER

Peer Reviewer: Neutrosophic Triplet Structures 1, Editors: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Doç. Dr. Memet Şahin; Peer Reviewers: Dr. Vakkas Uluçay, Abdullah Kargın; Neutrosophic Science International Association, Pons asbl, Brussels, Belgium, 2019

Editor: Quadruple Neutrosophic Theory and Applications 1, Editors: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Prof. Dr. Memet Şahin; Dr. Vakkas Uluçay, Abdullah Kargın; Neutrosophic Science International Association, Pons asbl, Brussels, Belgium, 2020

Editor: NeutroAlgebra Theory 1, Editors: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Prof. Dr. Memet Şahin; Doç. Dr. Derya Bakbak, Dr. Vakkas Uluçay, Abdullah Kargın; Neutrosophic Science International Association, The Education Publisher Inc., OH, United States, 2021

Çeviri: Introduction to Neutrosophic Sociology, Editor: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Neutrosophic Science International Association, Pons asbl, Brussels, Belgium, 2019. Nötrosofik Sosyolojiye Giriş, Çevirmenler: Doç. Dr. Cahit Arslan, Prof. Dr. Memet Şahin, Abdulah Kargın, Karahan Yayınevi, Adana, Türkiye, 2021

YAYINLAR

Uluslararası Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler

1. Uluçay V., Öztekin Ö., Şahin M., Olgun N. and Kargın A., Soft representation of soft groups, New Triends Mathematical Sciences, 2016, 4, 2, 23-29

2. Olgun N., Şahin M., Kargın A. and Çoban M. A., Partial Normed Space, Reviews Math Journal of Mathematic, 2017, 1, 1-8

3. Şahin M., Olgun N., Uluçay V., Kargın A., and Smarandache F. A new similarity measure on falsity value between single valued neutrosophic sets based on the centroid points of transformed single valued neutrosophic numbers with applications to pattern recognition, Neutrosophic Sets and Systems, 2017, 15, 31-48, doi: org/10.5281/zenodo570934

4. Şahin M., Ecemiş O., Uluçay V. and Kargın A. Some new generalized aggregation operators based on centroid single valued triangular neutrosophic numbers and their applications in multi-attribute decision making, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, 2017, 16, 2, 63-84

5. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet normed space, Open Physics, 2017, 15, 697-704

6. Smarandache F., Şahin M., and Kargın A. Neutrosophic Triplet G-Module, Mathematics, 2018, 6, 53

7. Şahin M., Kargın A. and Çoban M. A. Fixed point theorem for neutrosophic triplet partial metric space, Symmetry, 2018, 10, 240

8. Şahin M., Kargın A. Neutrosophic triplet v-generalized metric space, Axioms, 2018, 7, 67

9. M. Şahin., N. Olgun, A. Kargın and V. Uluçay Isomorphism theorems for Soft G-modules, Afrika Matematika, 2018, https://doi.org/10.1007/s13370-018-0621-1 (Scopus)

10. Ecemiş O., Şahin M. And Kargın A., Single valued neutrosophic number valued generalized neutrosophic triplet groups and its applications for decision making applıcations, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, 2018, 25(4): 205-218

11. Şahin M., Kargın A., Neutrosophic triplet normed ring space, Neutrosophic Set and Sytems, 2018, 21, 20-27

12. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet metric topology, Neutrosophic Set and Systems, (2019) 27, 154 -162

13. Şahin M. And Kargın A., Single valued neutrosophic quadruple graps, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, 2019, 26(4): 243–250

14. Şahin, M., Kargın A., Neutrosophic triplet groups based on set valued neutrosophic quadruple numbers, Neutrosophic Set and Systems, 2019, 30, 122 - 131

15. Şahin, M., Kargın A. Yücel M., Neutrosophic triplet partial g – metric space, Neutrosophic Set and Systems, 2020, 33, 116 – 134

16. Şahin, M., Kargın A. Uz M. S., Neutrosophic triplet partial bipolar metric space, Neutrosophic Set and Systems, 2020, 33, 297 – 313

17. Aslan, C. Kargın, A. Şahin, M. Neutrosophic Modeling of Talcott Parsons's Action and Decision-Making Applications for It, Symmetry, 2020, 12(7), 1166.

18. Kargın, A., Dayan A., Yıldız, İ., Kılıç, A. Neutrosophic Triplet m – Banach Space, Neutrosophic Set and Systems, 2020, 38, 383 – 398

19. Kargın, A., Dayan A., Şahin, N. M. Generalized Hamming Similarity Measure Based on Neutrosophic Quadruple Numbers and Its Applications to Law Sciences, Neutrosophic Sets and Systems, vol. 40, 2021, pp. 45-67

20. Şahin, S., Kargın A., Yücel, M. Hausdorff Measures on Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Numbers and Decision Making Applications for Adequacy of Online Education, Neutrosophic Sets and Systems, vol. 40, 2021, pp. 86-116

21. Şahin, M., Kargın A., Uz, M. S. Generalized Euclid Measures Based On Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Numbers And Multi Criteria Decision Making Applications, Neutrosophic Sets and Systems, vol. 47, 2021, pp. 573-600

Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitablarında Basılan Bildiriler

1. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet b – normed spaces. 6. International European Conference On Mathematics, Engineering, Natural and Medical Sciences, Kiev, Ukranie (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

2. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet partial b - normed spaces. 6. International European Conference On Mathematics, Engineering, Natural and Medical Sciences, Kiev, Ukranie (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

3. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet partial b - metric topology spaces. 1 Mayıs Uluslararası Sosyal Politikalar ve Bilimsel Araştırmalar Kongresi, Ankara, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

4. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet partial b - metric spaces. 1 Mayıs Uluslararası Sosyal Politikalar ve Bilimsel Araştırmalar Kongresi, Ankara, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

5. Şahin, M., Kargın A. (2018). Nötrosofik üçlü v - genellestirilmis normlu uzaylar. Zeugma I. uluslararasi Multi Disipliner Çalismalar Kongresi, Gaziantep, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

6. Şahin, M., Kargın A. (2018). Nötrosofik üçlü kismi normlu uzaylar. Zeugma I. uluslararasi Multi Disipliner Çalismalar Kongresi, Gaziantep, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum))

7. Şahin, M., Kargın A. (2018). Representation of Neutrosophic Triplet Groups. III. Uluslararasi Mesleki ve Teknik Bilimler Kongresİ, Gaziantep, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

8. Şahin, M., Kargın A. (2017). Neutrosophic Triplet Metric Spaces and Neutrosophic Triplert Normed Spaces. International Conference on Mathematics and Mathematics Education, Şanlıurfa, Türkiye (ICMME-2017) (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)

9. Olgun, N., Şahin, M., Kargın A., Uluçay, V. (2015). Fuzzy Generalized Meir Keeler Type Contractıonon Fuzzy Partial Metrıc Spaces. Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Türkiye (Tam Metin Bildiri / Sözlü Sunum)

10. Olgun, N., Şahin, M., Kargın A., Uluçay, V. (2015). Soft G - Modules. Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Türkiye (Tam Metin Bildiri / Sözlü Sunum)

Yazılan Ulusal/Uluslararası Kitaplardaki Bölümleri

1. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet inner product space, Neutrosophic Operational Research, 2017, 2, 193-215

2. Şahin M., Kargın A. And Smarandache F., Generalized Single Valued Triangular Neutrosophic Numbers and Aggregation Operators for Application to Multi-attribute Group Decision Making, New Trends in Neutrosophic Theory and Applications, 2018, 2, 51-84

3. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet partial inner product space, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 1, 10-21

4. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet partial v- generalized metric space, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 2, 22 -35

5. Şahin M., Kargın A. and Smarandache F. Neutrosophic triplettopology, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 4, 43 -53

6. Şahin M. and Kargın A. Isomoprhism theorems for Neutrosophic triplet g- modules, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 5, 54 -67

7. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet Lie algebra, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 6, 68 -78

8. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet b – metric space, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 7, 79 -90

9. Şahin M., Kargın A. and Kılç, A. Generalized neutrosophic quadruple sets and nmubers, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 1, 11 -22

10. Şahin M., Kargın A. and Kılç, A. Generalized set valued neutrosophic quadruple sets and numbers, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 2, 23 - 40

11. Şahin M., Kargın A. and Yıldız, İ. Neutrosophic triplet field and neutrosophic triplet vector space based on set valued neutrosophic quadruple number, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 4, 52 -61

12. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet metric space based on set valued neutrosophic quadruple number, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 5, 61 -71

13. Şahin M., Kargın A., Uz, M. S, Kılıç, A. Neutrosophic triplet bipolar metric space, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 11, 150 -164

14. Şahin M., Kargın A., Yücel M, Özkattepe, P. Neutrosophic triplet g- metric space, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 13, 181 -203

15. Şahin M., Kargın A., Dayan A, Kılıç, A.Neutrosophic triplet m- metric space, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 15, 213 -223

16. Şahin M., Kargın A., Smarandache F. Combined classic-neutrosophic sets and numbers, double neutrosophic set and number, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 18, 254 -266

17. Şahin, M., and Kargın, A. New Similarity Measure Between Single-Valued Neutrosophic Sets and Decision-Making Applications in Professional Proficiencies. In Neutrosophic Sets in Decision Analysis and Operations Research (pp. 129-149). IGI Global. 2020

18. Şahin M., Kargın A., Smarandache, F. Neutro-G Modules and Anti-G Modules, NeutroAlgebra Theory 1, 4, 50 – 71, 2021

19. Şahin M., Kargın A. Neutro-R Modules, NeutroAlgebra Theory 1, 6, 85 – 101, 2021

20. Şahin M., Kargın A., Yücel, M. Neutro-Topological Space, NeutroAlgebra Theory 1, 2, 16 – 31, 2021

21. Şahin M., Kargın A., Altun, A. Neutro-Metric Spaces, NeutroAlgebra Theory 1, 5, 71 – 85, 2021

22. Şahin M., Kargın A. Uz, M. S. Neutro-Lie Algebra, NeutroAlgebra Theory 1, 7, 101 – 120, 2021

23. Kargın, A., Şahin, N. M. Neutro-Law, NeutroAlgebra Theory 1, 13, 198 – 207, 2021

24. Şahin, S., Bozkurt, B., Kargın, A. Comparing the Social Justice Leadership Behaviors of School Administrators According to Teacher Perceptions Using Classical and Fuzzy Logic, NeutroAlgebra Theory 1, 9, 145 – 161, 2021

This book consists of six chapters. In the first chapter, in which the introduction is given, the historical process of some classical metrics, fuzzy sets, neutrosophic sets and neutrosophic triplet sets is given. In the second chapter, in which general information is given, the definitions and properties of some classical metrics, fuzzy sets, neutrosophic sets and neutrosophic triplet sets that we will use in the thesis are reviewed. In addition, the definitions of some neutrosophic triplet structures and application studies using neutrosophic sets are also included in this section. In the third chapter, which includes the studies, a decision-making application was obtained by using a new neutrosophic similarity measure to evaluate professional competencies. In the fourth chapter, which includes the studies, some neutrosophic triplet metric spaces are defined and some properties of these spaces are given. In addition, these neutrosophic triplet metric spaces and classical metric spaces are compared and the relationship between them is given. In the fifth chapter, which includes the last of the studies, some neutrosophic triplet normed spaces are defined and the general properties of these spaces are given. In addition, these neutrosophic triplet normed spaces and classical normed spaces are compared and the relationship between them is given. In addition, the relations between the neutrosophic triplet metric spaces in the third section and the neutrosophic triplet normed spaces in the fourth section are given. Finally, in the sixth chapter, the results obtained in the thesis are given and suggestions for new studies are made.

ISBN 978-1-59973-732-4
9 781599 737324 >