

# NP-PCR5 Fusion Algorithm and Application

Xin Guan, Jing Zhao, Haiqiao Liu

Navy Aviation University, Yantai Shandong

Email: 597268914@qq.com, tt86725@163.com, 43458625@qq.com

Received: Mar. 1<sup>st</sup>, 2019; accepted: Mar. 19<sup>th</sup>, 2019; published: Mar. 26<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

This paper combines the Neutrosophic Probability theory with DSmT theory, and proposes a new fusion algorithm NP-PCR5 based on the Neutrosophic Probability (NP) and Proportional Conflict Redistribution Rules (PCR). Through theoretical analysis, formula derivation and comparative experiments, the feasibility and effectiveness of the NP-PCR5 fusion algorithm in multi-sensor target recognition are proved.

## Keywords

Neutrosophic Logic, Neutrosophic Measure, Neutrosophic Probability, PCR5

---

# NP-PCR5融合算法及应用

关 欣, 赵 静, 刘海桥

海军航空大学, 山东 烟台

Email: 597268914@qq.com, tt86725@163.com, 43458625@qq.com

收稿日期: 2019年3月1日; 录用日期: 2019年3月19日; 发布日期: 2019年3月26日

---

## 摘要

本文将中智理论与DSm理论相融合, 基于中智概率(Neutrosophic Probability, NP)及成比例的冲突再分配规则(Proportional Conflict Redistribution Rules, PCR)提出了一种新的融合算法NP-PCR5, 通过理论分析、公式推导、算例比较实验, 证明了NP-PCR5融合算法在多传感器目标识别中应用的可行性和有效性。

## 关键词

中智逻辑, 中智度量, 中智概率, PCR5

---

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.  
 This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).  
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

为了解决复杂环境因素给单一传感器带来的识别率过低的问题，多传感器信息融合技术应运而生。在现代战场复杂的电磁环境下，因受到噪声或干扰设备等影响，由不同传感器所得到的证据通常是模糊、不确定且不完全的，甚至会出现高度冲突的情况[1]。自 2002 年由法国学者 Dezert 和 Smarandache 所提出的 DSm 理论可以有效解决证据高度冲突情况下的信息融合问题，应用前景也十分的广泛，近年来得到了陆续的发展[2]。Dezert 和 Smarandache 提出的成比例冲突再分配规则(Proportional Conflict Redistribution Rules, PCR)是将冲突信度按一定的比例关系分配至非空集部分，有效地解决了 DSm 理论由于引进交运算而造成的融合结果分类精细不利于判决的问题。

中智学是哲学的一个分支。英文 Neutrosophy 取自拉丁字根“neuter”(中性、中立)，1980 年由 Florentin Smarandache 提出并创立，它主要研究中立性的起源、本质和范畴以及与不同思想观念的作用。中智学关心的是命题、理论、事物、概念或实体“A”和它的对立“Anti-A”、它的否定“Non-A”以及既不是“A”又不是“Anti-A”记为“Neut-A”三者之间的关系。

本文结合中智学研究的主题，将中智概率与从数学意义来看最有效及精确的冲突分配方法 PCR5 相结合，提出 NP-PCR5 融合算法，通过理论分析、公式推导、算例比较实验，验证了 NP-PCR5 融合算法在多传感器目标识别中应用的可行性和有效性。

## 2. 中智学

### 2.1. 中智逻辑

中智学是中智逻辑、中智集合、中智概率论和中智统计学的基础，并在各个学科中都有所应用。中智逻辑作为一个统一的逻辑，它是一种多值逻辑，包含了模糊逻辑、经典逻辑和其他特殊情况，中智逻辑具有以下几个特点[3]：

- 1) 不确定是由明确的不确定赋值来表述的；
- 2) 真、假以及不确定是相互独立的(三个不同的赋值)；
- 3) 它是一个量化逻辑，意味着真、假以及不确定可以用数值来表示；
- 4) 这种量化需要一个高度真实的间隔，这种间隔是真实数字间隔的一般化，可提供更广的解释框架；
- 5) 定义了许多新的连接(Neut-A, Anti-A, .....)。

在传统逻辑中，一个命题  $A$  要么是“真”要么是“假”。在模糊逻辑中，命题  $A$  允许以“真”的程度来表示“更真”或“次真”(也可以表示“更假”或“次假”)。在中智逻辑中，命题  $A$  可以表示为  $T\%$  的“真”， $I\%$  的“不确定”和  $F\%$  的“假”。这里  $(T, I, F) \in \llbracket -0, 1^+ \rrbracket^3$ ，其中， $\llbracket -0, 1^+ \rrbracket$  是超实距离[4]。因此，三个赋值取值于超实距离  $\llbracket -0, 1^+ \rrbracket$  的子集，而不是  $[0, 1]$ 。该符号的特殊之处是它涉及到了三维空间。中智逻辑中命题  $A$  由三个真值构成，我们称之为中智值[5]，即

$$NL(A) = (T(A), I(A), F(A)) \quad (1)$$

### 2.2. 中智度量

令  $X$  是一个中智空间， $\Sigma$  是  $X$  的  $\sigma$ -中智代数。若  $A \in \Sigma$ ，则  $A$  的中智度量  $v$  定义如下[6]：

$$\begin{aligned} v: X \rightarrow R^3, \\ v(A) = (m(A), m(neutA), m(antiA)) \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $antiA$  称之为反- $A$ , 表示  $A$  的对立面;  $neutA$  称之为中智- $A$ , 表示既不是  $A$  也不是反- $A$ ;  $A$  满足  $A \subseteq X$  且  $A \in \Sigma$ 。  $m(A)$ 、 $m(neutA)$ 、 $m(antiA)$  分别表示  $A$ 、中智- $A$  及反- $A$  的度量。

$v$  是一个度量函数, 满足以下两个性质:

1)  $v(\Phi) = (0, 0, 0)$ 。

2) 可数可加性: 对于  $\Sigma$  中所有不相交的可数集  $\{A_n\}_{n \in L}$ , 有下式成立:

$$v\left(\bigcup_{n \in L} A_n\right) = \left(\sum_{n \in L} m(A_n), \sum_{n \in L} m(neutA_n), \sum_{n \in L} m(antiA_n) - (n-1)m(X)\right) \quad (3)$$

其中,  $X$  表示整个中智空间, 且

$$\sum_{n \in L} m(antiA_n) - (n-1)m(X) = m(X) - \sum_{n \in L} m(A_n) = m\left(\bigcap_{n \in L} A_n\right) \quad (4)$$

因此, 中智度量空间可以用一个三维数组表示, 即  $(X, \Sigma, v)$ 。

### 2.3. 中智度量与中智概率

根据中智逻辑[7]可知, 若设  $X$  是一个中智度量空间, 则

$$0 \leq v(X) = (x_1, x_2, x_3) \leq 3 \quad (5)$$

其中,  $v(X)$  所包含的三个元素  $x_1, x_2, x_3$  的和有以下三种情况:

1) 当三个元素  $x_1, x_2, x_3$  相互独立时, 满足  $0 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$ ;

2) 当三个元素  $x_1, x_2, x_3$  中有两个元素相互独立时, 满足  $0 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$ ;

3) 当三个元素  $x_1, x_2, x_3$  相关时, 满足  $0 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$ 。

当  $v(X) = (m(X), m(neutX), m(antiX)) = (x_1, x_2, x_3)$  满足  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$  且  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$  时, 就称此种形式的  $v(X)$  是中智度量的归一化。

同理, 中智概率(Neutrosophic Probability)的归一化形式可以表示为

$$NP(A) = (m(A), m(neutA), m(antiA)) = (t, i, f) \quad (6)$$

其中,  $m(A) + m(neutA) + m(antiA) = 1$ ,  $t$  表示命题  $A$  发生的概率,  $i$  表示中智- $A$  发生的概率,  $f$  表示命题  $A$  不发生的概率。

### 3. PCR5 规则

PCR(成比例冲突再分配规则)是由 Dezert 和 Smarandache 提出来的[8], 在 DSm 理论中共包含 PCR1~PCR5 五种规则, 它们的不同主要在于冲突的比例再分配形式, 其中, 目前 PCR5 是从数学意义来讲最有效以及最精确的冲突分配方法。PCR5 理论将辨识框架中的单焦元看作冲突信息的来源, 把组合后的冲突信息都是按照单焦元的置信指派进行再分配。

两独立证据源的 PCR5 规则简要介绍如下:

$$m_{12}(X_i) = \sum_{\substack{Y, Z \in G^\Theta \text{ and } Y, Z \neq \emptyset \\ Y \cap Z = X_i}} m_1(Y) \cdot m_2(Z) \quad (7)$$

$$m_{12}(X_i) + \sum_{\substack{X_j \in G^\Theta \text{ and } i \neq j \\ X_i \cap X_j = \emptyset}} \left[ \frac{m_1(X_i)^2 m_2(X_j)}{m_1(X_i) + m_2(X_j)} + \frac{m_2(X_i)^2 m_1(X_j)}{m_2(X_i) + m_1(X_j)} \right] \quad X_i \in G^\Theta \text{ and } X_i \neq \emptyset \\ 0 \quad X_i = \emptyset \quad (8)$$

其中,  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  表示两个独立证据源的基本概率分配,  $G^\Theta$  表示广义幂集空间, 式(8)中所有分式的分母不为 0, 如果分母为 0, 则分式不再使用。

#### 4. NP-PCR5 融合算法

定理: 假设两个独立证据源所获得的信息分别为  $NP_1(t_1, i_1, f_1)$  和  $NP_2(t_2, i_2, f_2)$ , 由 PCR5 规则有

$$[NP_1 \oplus NP_2](t) = t_1 t_2 + \left( \frac{t_1^2 i_2}{t_1 + i_2} + \frac{t_2^2 i_1}{t_2 + i_1} \right) + \left( \frac{t_1^2 f_2}{t_1 + f_2} + \frac{t_2^2 f_1}{t_2 + f_1} \right) \quad (9)$$

证明: 因为根据 PCR5 规则, 冲突信度  $t_1 i_2$  应该按照局部冲突中  $t_1$  和  $i_2$  原有的信度比例进行再分配, 所以有

$$\frac{x_1}{t_1} = \frac{y_1}{i_2} = \frac{t_1 i_2}{t_1 + i_2} \quad (10)$$

因此

$$x_1 = \frac{t_1^2 i_2}{t_1 + i_2}, \quad y_1 = \frac{t_1 i_2^2}{t_1 + i_2} \quad (11)$$

同理, 冲突信度  $t_2 i_1$  按照局部冲突中  $t_2$  和  $i_1$  原有的信度比例进行再分配, 有

$$\frac{x_2}{t_2} = \frac{y_2}{i_1} = \frac{t_2 i_1}{t_2 + i_1} \quad (12)$$

则

$$x_2 = \frac{t_2^2 i_1}{t_2 + i_1}, \quad y_2 = \frac{t_2 i_1^2}{t_2 + i_1} \quad (13)$$

同样地, 冲突信度  $t_1 f_2$  按比例进行再分配后, 有

$$\frac{x_3}{t_1} = \frac{z_1}{f_2} = \frac{t_1 f_2}{t_1 + f_2} \quad (14)$$

则

$$x_3 = \frac{t_1^2 f_2}{t_1 + f_2}, \quad z_1 = \frac{t_1 f_2^2}{t_1 + f_2} \quad (15)$$

冲突信度  $t_2 f_1$  按比例进行再分配后, 有

$$\frac{x_4}{t_2} = \frac{z_2}{f_1} = \frac{t_2 f_1}{t_2 + f_1} \quad (16)$$

则

$$x_4 = \frac{t_2^2 f_1}{t_2 + f_1}, \quad z_2 = \frac{t_2 f_1^2}{t_2 + f_1} \quad (17)$$

冲突信度  $i_1 f_2$  按比例进行再分配后，有

$$\frac{y_3}{i_1} = \frac{z_3}{f_2} = \frac{i_1 f_2}{i_1 + f_2} \quad (18)$$

则

$$y_3 = \frac{i_1^2 f_2}{i_1 + f_2}, \quad z_3 = \frac{i_1 f_2^2}{i_1 + f_2} \quad (19)$$

冲突信度  $i_2 f_1$  按比例进行再分配后，有

$$\frac{y_4}{i_2} = \frac{z_4}{f_1} = \frac{i_2 f_1}{i_2 + f_1} \quad (20)$$

则

$$y_4 = \frac{i_2^2 f_1}{i_2 + f_1}, \quad z_3 = \frac{i_2 f_1^2}{i_2 + f_1} \quad (21)$$

所以，由式(7)和式(8)可得式(9)，即

$$[NP_1 \oplus NP_2](t) = t_1 t_2 + \left( \frac{t_1^2 i_2}{t_1 + i_2} + \frac{t_2^2 i_1}{t_2 + i_1} \right) + \left( \frac{t_1^2 f_2}{t_1 + f_2} + \frac{t_2^2 f_1}{t_2 + f_1} \right)$$

成立。

同理，可得

$$[NP_1 \oplus NP_2](i) = i_1 i_2 + \left( \frac{i_1^2 t_2}{i_1 + t_2} + \frac{i_2^2 t_1}{i_2 + t_1} \right) + \left( \frac{i_1^2 f_2}{i_1 + f_2} + \frac{i_2^2 f_1}{i_2 + f_1} \right) \quad (22)$$

$$[NP_1 \oplus NP_2](f) = f_1 f_2 + \left( \frac{f_1^2 t_2}{f_1 + t_2} + \frac{f_2^2 t_1}{f_2 + t_1} \right) + \left( \frac{f_1^2 i_2}{f_1 + i_2} + \frac{f_2^2 i_1}{f_2 + i_1} \right) \quad (23)$$

## 5. 算例分析

假设用于识别目标身份的系统中有两种传感器，对空中目标进行敌我识别时的框架为  $\theta = (T, I, F)$ ，其中， $T$  代表我机、 $I$  代表中立、 $F$  代表敌机。假设通过两证据源采集到的信息如表 1 所示，试判定目标的类别。

**Table 1.** Data collection

**表 1.** 采集数据表

	$T$	$I$	$F$
证据源 1	0.6	0.1	0.3
证据源 2	0.2	0.3	0.5

由题可知，两证据源所提供的信息是高度冲突的，根据经验，通过观察可看出证据源 1 所提供的信息不确定性的概率是 0.1，而证据源 2 所提供的信息不确定性的概率是 0.3，因此，根据先验知识可知，证据源 1 提供信息的可信度高于证据源 2，所以判定目标的类别为我机。

下面将用本文所述的 NP-PCR5 方法判定目标类型，观察结果是否一致。

由题可知，两证据源所得信息的中智概率分别为  $NP_1 = (t_1, i_1, f_1) = (0.6, 0.1, 0.3)$  和

$NP_2 = (t_2, i_2, f_2) = (0.2, 0.3, 0.5)$ , 将  $(t_1, i_1, f_1)$  和  $(t_2, i_2, f_2)$  分别代入式(9)、式(22)和式(23)可得

$$[NP_1 \oplus NP_2](t) = 0.6(0.2) + \left( \frac{0.6^2(0.3)}{0.6+0.3} + \frac{0.2^2(0.1)}{0.2+0.1} \right) + \left( \frac{0.6^2(0.5)}{0.6+0.5} + \frac{0.2^2(0.3)}{0.2+0.3} \right) \approx 0.44$$

$$[NP_1 \oplus NP_2](i) = 0.1(0.3) + \left( \frac{0.1^2(0.2)}{0.1+0.2} + \frac{0.3^2(0.6)}{0.3+0.6} \right) + \left( \frac{0.1^2(0.5)}{0.1+0.5} + \frac{0.3^2(0.3)}{0.3+0.3} \right) \approx 0.15$$

$$[NP_1 \oplus NP_2](f) = 0.3(0.5) + \left( \frac{0.3^2(0.2)}{0.3+0.2} + \frac{0.5^2(0.6)}{0.5+0.6} \right) + \left( \frac{0.3^2(0.3)}{0.3+0.3} + \frac{0.5^2(0.1)}{0.5+0.1} \right) \approx 0.41$$

通过上述算例表明, 虽然在两证据源提供信息高度冲突的情况下, NP-PCR5 融合算法所得到的识别结果仍然是随机的, 且通过该融合算法降低了证据源 2 的不确定性概率, 融合后不确定性概率降至 0.15, 因此, 通过 NP-PCR5 融合算法对目标进行识别时, 识别置信度高, 且会降低不确定性, 可以合理且客观地反映事实。

## 6. 结论

将中智概率与 PCR5 规则进行融合的算法可以用于目标识别, 且适用于两证据源所提供的信息高度冲突的情况下。本文通过理论分析、公式推导、算例实验, 对 NP-PCR5 融合算法识别置信度高、可降低不确定性概率的特点进行了说明, 并证明了 NP-PCR5 融合算法在多传感器目标识别中应用的可行性和有效性。

## 基金项目

国防科技卓越青年人才基金(2017-JCJQ-ZQ-003), 泰山学者工程专项经费(ts201712072), 国家自然科学基金(61501488)资助课题。

## 参考文献

- [1] 何友, 王国宏, 关欣, 等. 信息融合理论及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010.
- [2] 黄心汉, 李新德, 译. DSmT 理论及其在信息融合中的应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.
- [3] Smarandache, F. (1998) Neutrosophy. Neutrosophic Probability, Set, and Logic. American Research Press, Rehoboth, USA, 105.
- [4] Vasantha Kandasamy, W.B. and Smarandache, F. (2003) Fuzzy Cognitive Maps and Neutrosophic Cognitive Maps. Xiquan, Phoenix, 211 p.
- [5] Smarandache, F. (2015) (t,i,f)-Neutrosophic Structures and I-Neutrosophic Structures. *Neutrosophic Sets and Systems*, 8, 3-10.
- [6] Smarandache, F. (2013) Introduction of Neutrosophic Measure, Neutrosophic Integral, and Neutrosophic Probability. Sytech, Craiova.
- [7] Smarandache, F. (2013) N-Valued Refined Neutrosophic Logic and its Applications in Physics. *Progress in Physics*, 4, 143-146.
- [8] Smarandache, F. and Dezert, J. (2005) Information Fusion Based on New Proportional Conflict Redistribution Rules. *Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, 25-29 July 2005.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网首页 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2331-0235，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[jsta@hanspub.org](mailto:jsta@hanspub.org)