

**T.C.**  
**ORDU ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NEUTROSOPHIC TOPOLOJİK UZAYLARDA KOMPAKTLIK**

**Burak KILIÇ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORDU 2017**

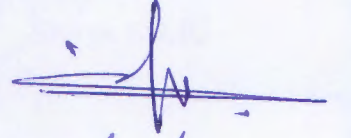
## TEZ ONAY

Ordu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü öğrencisi Burak KILIÇ tarafından hazırlanan ve Yrd. Doç. Dr. Yıldırım ÇELİK danışmanlığında yürütülen “Neutrosophic Topolojik Uzaylarda Kompaktlık” adlı bu tez, jürimiz tarafından 18 / 12 / 2017 tarihinde oy birliği / oy çokluğu ile Matematik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Yıldırım ÇELİK

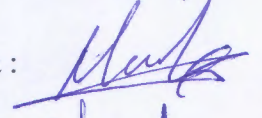
Başkan : Yrd. Doç. Dr. Kerim BEKAR  
Matematik, Giresun Üniversitesi

İmza :



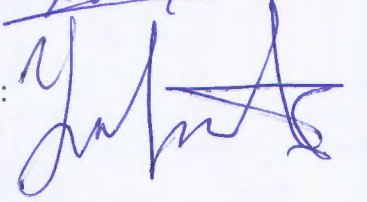
Üye : Yrd. Doç. Dr. Mehmet KORKMAZ  
Matematik, Ordu Üniversitesi

İmza :



Üye : Yrd. Doç. Dr. Yıldırım ÇELİK  
Matematik, Ordu Üniversitesi

İmza :



ONAY:

08/02/2018 tarihinde enstitüye teslim edilen bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulu'nun 15/02/2018.. tarih ve 2018.. / 96. sayılı kararı ile onaylanmıştır.

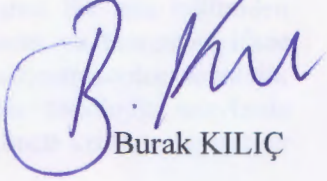


Enstitü Müdürü

Yrd. Doç. Dr. Mehmet Sami GÜLER

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

  
Burak KILIÇ

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

# ÖZET

## NEUTROSOPHİC TOPOLOJİK UZAYLARDA KOMPAKTLIK

**Burak KILIÇ**  
Ordu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Matematik Anabilim Dalı, 2017  
Yüksek Lisans, 35 s.

**Danışman:** Yrd. Doç. Dr. Yıldırım ÇELİK

Bu çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünde bulanık küme, sezgisel bulanık küme ve neutrosophic küme üzerinde yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir ve çalışmalar arasındaki farklılıklar incelenmiştir. İkinci bölümde ise bulanık küme, sezgisel bulanık küme ve Neutrosophic küme tanımları verilmiştir. Ayrıca neutrosophic küme üzerinde küme işlemleri ve bazı uygulamalara yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde ise bu çalışmanın temel amacı olan neutrosophic topolojik uzaylarda kompaktlık kavramı tanıtılmıştır. Dördüncü bölümde bu kavramın ortaya çıkış nedenleri ve konu üzerine yapılabilecek çalışmalar tartışılmıştır. Konunun ele alınış amacı ve gelişim sürecinden bahsedilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık küme, sezgisel bulanık küme, neutrosophic küme, topolojik uzay, neutrosophic topolojik uzay, neutrosophic fonksiyon, neutrosophic bileşke fonksiyon, neutrosophic kompaktlık, neutrosophic açık fonksiyon, neutrosophic kapalı fonksiyon, neutrosophic homeomorfizm, neutrosophic sayılabilir kompaktlık

# ABSTRACT

## NEUTROSOPHIC TOPOLOGICAL SPACES COMPACTNESS

**Burak KILIÇ**

Ordu University

Institute for Graduate Studies in Science and Technology

Department of Mathematics, 2017

MSc. Thesis, 35 p.

**Supervisor:** Asist. Prof. Dr. Yıldray ÇELİK

This thesis consists of four parts. In the introduction of this thesis has been mentioned from made studies over fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets and neutrosophic compactness sets and examined from the differences between studies. In the second section, it have given defintions of fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets and neutrosophic sets. Also, in this section, we give some set operations on sets and applications.

In the third section, which is main purpose of this study, we introduce concept of neutrosophic topological space and a set of interior, closure, exterior and frontier in neutrosophic topological spaces. In the fourth section, reasons for the emergence of these concepts and the studies planned to be done on these concepts have been discussed. It have been mentioned from the primary reason for this issue research and development process.

**Keywords:** Fuzzy set, intuitionistic fuzzy set, neutrosophic set, neutrosophic topological space, neutrosophic function, neutrosophic resultant function, neutrosophic continuity, neutrosophic open function, neutrosophic closed function, neutrosophic homeomorphism, neutrosophic compactness

# TEŞEKKÜR

Tüm çalıőmalarım boyunca her zaman bilgi ve deneyimleriyle yolumu aan değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Yıldray ÇELİK'e en samimi duygularım ile teőekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, desteklerini esirgemeyen Matematik Bölümü tüm akademik personeline en içten őükranlarımı sunuyorum.

Öğrenim hayatım boyunca benden maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

# İÇİNDEKİLER

<b>TEZ BİLDİRİMİ</b>	<b>I</b>
<b>ÖZET</b>	<b>II</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>III</b>
<b>TEŞEKKÜR</b>	<b>IV</b>
<b>SİMGELER ve KISALTMALAR</b>	<b>VI</b>
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. GENEL BİLGİLER</b>	<b>3</b>
2.1 Bulanık Kümeler ve Sezgisel Bulanık Kümeler . . . . .	3
2.2 Topolojik Uzay, Ayırma Aksiyomları ve Çarpım Uzayları . . . . .	3
2.3 Neutrosophic Kümeler ve Neutrosophic Fonksiyon . . . . .	6
2.4 Neutrosophic Topolojik Uzaylar . . . . .	10
2.5 Neutrosophic Topolojik Uzaylarda Süreklilik ve Homeomorfizm . . . . .	11
<b>3. NEUTROSOPHIC TOPOLOJİK UZAYLARDA KOMPAKTLIK</b>	<b>15</b>
3.1 Neutrosophic Topolojik Örtü . . . . .	15
3.2 Neutrosophic Kompakt Uzaylar . . . . .	15
3.3 Sayılabilir Neutrosophic Topolojik Kompakt Uzaylar . . . . .	22
<b>4. SONUÇ ve ÖNERİLER</b>	<b>24</b>
<b>5. KAYNAKLAR</b>	<b>25</b>
<b>DİZİN</b>	<b>26</b>

## SİMGELER ve KISALTMALAR

$\mu_A$	:	$A$ neutrosophic kümesinin üyelik fonksiyonu
$\sigma_A$	:	$A$ neutrosophic kümesinin üye olamama fonksiyonu
$\nu_A$	:	$A$ neutrosophic kümesinin belirsizlik fonksiyonu
$\mathcal{N}(X)$	:	$X$ kümesi üzerinde tanımlı tüm neutrosophic kümelerin kümesi
$\leq$	:	Küçük eşit
$\geq$	:	Büyük eşit
$\vee$	:	supremum
$\wedge$	:	infimum
$\Rightarrow$	:	Gerek şart
$\Leftarrow$	:	Yeter şart
$\Leftrightarrow$	:	Gerek ve yeter şart
$\tilde{\emptyset}$	:	Neutrosophic boş küme
$\tilde{X}$	:	Neutrosophic evrensel küme
$A \sqcap B$	:	$A$ ve $B$ neutrosophic kümelerinin neutrosophic kesişimi
$A \sqcup B$	:	$A$ ve $B$ neutrosophic kümelerinin neutrosophic birleşimi
$A \sqsubseteq B$	:	$B$ neutrosophic kümesi, $A$ neutrosophic kümesini neutrosophic kapsar
$A^c$	:	$A$ neutrosophic kümesinin tümleyeni
$\tau$	:	Neutrosophic topoloji



# 1. GİRİŞ

Klasik küme teorisi, bulanık küme teorisi ve olasılık teorisi gibi bazı bilim dallarında karşılaşılan, her bilim dalının kendine özgü karmaşık sorunlarda klasik matematik yöntemleri ile cevap alınamamaktadır. Ekonomi, mühendislik ve çevre bilimi gibi bir çok saha, çalışmalarını sürdürebilmeleri için, dilbilimsel değerleri ve belirsizlikleri matematiksel olarak modellemeye ihtiyaç duyarlar. İlk kez 1967’de Zadeh tarafından tanımlanan bulanık küme kavramı bu amaçla ortaya atılmıştır. Bir bulanık küme, evrensel kümedeki elemanlara  $[0,1]$  aralığından üyelik derecesi atayan bir fonksiyondur. Atanassov 1986’da bulanık küme kavramından yola çıkarak sezgisel bulanık küme kavramını, bulanık kümenin bir genellemesi olarak tanımlamıştır. Chang, (1968), Bulanık topolojik uzaylarda açık küme, kapalı küme, komşuluk, bir kümeni içi, süreklilik ve kompaktlık bazı temel kavramların tanım, teorem ve ispatını vermiştir. Çoker, (1997), Sezgisel bulanık topolojik uzayın tanımını vermiştir. Daha sonra temel tanım ve gerekli örneklerle sezgisel bulanık süreklilik, sezgisel bulanık kompaktlık, sezgisel bulanık bağlantılılık ve sezgisel bulanık Hausdorff uzaylarından vermiştir.

Bulanık küme ve sezgisel bulanık küme teorilerinde bir elemanın üye olup, üye olmama gibi değerleri üzerinde durulmuştur. Bunlara ek olarak bir elemanın belirsizlik durumu üzerinde durulmuştur. Buradan yola çıkarak Smarandache 2008’ de neutrosophic küme kavramının tanımını ve neutrosophic kümeler üzerinde bazı uygulamalar içeren çalışmasını yayımladı. Neutrosophic küme kavramıyla beraber, boş neutrosophic küme evresel neutrosophic küme ve neutrosophic küme işlemleri belirsizlik derecesine göre yapılan yorumlar neticesinde farklı şekillerde tanımlandı. Karataş ve Kuru, (2016), Neutrosophic küme özelliklerini tanımlamış ve bunları kullanarak bir kümenin neutrosophic kapanışını, neutrosophic içini, neutrosophic dışını, neutrosophic sınırını ve neutrosophic altuzayı tanımlamışlardır. Neutrosophic kümeler konusunda bir çok yazarın makalesi mevcuttur. Örneğin, Broumi ve Smarandache, (2013), sezgisel bulanık kümeler ve neutrosophic kümeleri birleştirerek sezgisel neutrosophic kümeler adlı kavramı ortaya atmışlardır. Ayrıca, Salama ve Al-Blawi, (2014), genelleştirilmiş neutrosophic kümeler üzerinde çalışmışlardır. Lupiáñez, (2009), Aralıklı neutrosophic kümeyi tanımlamış ve topoloji arasındaki ilişkiyi açıklamıştır. Lupiáñez, (2008), Sezgisel bulanık topoloji ve neutrosophic topoloji arasındaki ilişkiden bahsetmiştir. Çalışmasında kullandığı küme işlemlerinde tümleyen kavramı De Morgan kuralı açısından işe yarar bir konumda değildir. Bu nedenle neutrosophic küme işlemleri (alt küme, eşitlik, kesişim, birleşim, tümleyen, neutrosophic boş küme ve neutrosophic evrensel küme) Karataş ve Kuru, (2016), tekrar ele alınarak yeniden tanımlamıştır.

Tanımlanan tümleyen kavramı sayesinde De Morgan kuralı Neutrosophic kümeler için de anlamlı bir hale gelmiştir.

Bu çalışmada ise yeniden düzenlenen tanımlara bağlı olarak neutrosophic topolojik uzaylarda kompaktlık kavramı ele alınmış, bu kavramın temel özellikleri incelenmiş ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1 Bulanık Kümeler ve Sezgisel Bulanık Kümeler

**Tanım 2.1.1**  $X \neq \emptyset$  olsun.

$$\mu : X \rightarrow [0, 1]$$

fonksiyonuna  $X$ 'in bulanık kümesi denir.

$$\mu = \left\{ (x, \mu(x)) : x \in X, \mu(x) \in [0, 1] \right\}$$

şeklinde tanımlanır.  $X$  kümesi üzerinde tanımlı bütün bulanık kümelerin kümesi  $I^X$  ( $I = [0, 1]$ ) veya  $F(X)$  ile gösterilir (Zadeh, 1965).

**Tanım 2.1.2** Bir  $A$  sezgisel bulanık kümesi boştan farklı bir  $X$  kümesi üzerinde

$$A = \left\{ \langle x, \mu_A(x), \sigma_A(x) \rangle : x \in X \right\}$$

şeklinde tanımlanır. Buradan  $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$  ve  $\sigma_A : X \rightarrow [0, 1]$  tanımlı ve her  $x \in X$  için

$$0 \leq \mu_A(x) + \sigma_A(x) \leq 1$$

şartını sağlayan fonksiyonlardır.  $\mu_A$  ve  $\sigma_A$  fonksiyonları için sırasıyla üyelik ve üye olmayan fonksiyonlar denir (Atanasov, 1986).

### 2.2 Topolojik Uzay, Ayırma Aksiyomları ve Çarpım Uzayları

**Tanım 2.2.1**  $X$  boş olmayan bir küme ve  $\tau$  da  $X$  in kuvvet kümesi  $\mathcal{P}(X)$  in bir alt ailesi olsun. Eğer aşağıdaki özellikler sağlanıyorsa  $\tau$  ya  $X$  üzerinde bir topoloji denir.

- i.  $X$  ve  $\emptyset$  kümeleri  $\tau$  ya aittir. Yani  $X \in \tau$  ve  $\emptyset \in \tau$  dur.
- ii.  $\tau$  nun herhangi bir alt ailesine ait kümelerin birleşkesi yine  $\tau$  ya aittir. Yani  $I$  herhangi bir indis kümesi ve  $i \in I$  için  $U_i \in \tau$  ise  $\bigcup_{i \in I} U_i \in \tau$  dur.
- iii.  $\tau$  ya ait iki kümenin kesişimi yine  $\tau$  ya aittir. Yani  $U, V \in \tau$  ise  $U \cap V \in \tau$

$\tau$  ailesi  $X$  üzerinde bir topoloji ise  $(X, \tau)$  sıralı ikilisine bir topolojik uzay denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.2**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.  $\tau$  nun elemanlarına  $(X, \tau)$  uzayının açık kümeleri denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.3**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $U$  kümesi  $X$  in bir alt kümesi olsun.  $U$  nun  $X$  e göre tümleyeni olan  $X \setminus U$  kümesi  $(X, \tau)$  uzayında açıksa  $U$  ya  $(X, \tau)$  uzayının kapalı alt kümesi denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.4**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $\mathcal{B}$  de açık kümelerin bir ailesi olsun.  $\tau$  nun her elemanı  $\mathcal{B}$  ye ait olan bir takım kümelerin birleşimi olarak yazılabiliyorsa  $\mathcal{B}$  ye  $\tau$  topolojisinin bir tabanı denir. Yani

i.  $\mathcal{B} \subseteq \tau$

ii.  $U \in \tau$  ise  $i \in I$  için  $B_i \in \mathcal{B}$  olmak üzere  $U = \bigcup_{i \in I} B_i$  olacak şekilde bir  $I$  indis kümesi vardır (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.5**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.  $X$  kümesinin farklı her iki noktasının her birinin diğer noktayı içermeyecek şekilde bir komşuluğu varsa bu uzaya bir  $T_1$ -uzayı denir. Başka bir ifadeyle  $x \neq y$  özelliğindeki her  $x, y \in X$  noktaları için

$$x \in U, y \notin U \text{ ve } y \in V, x \notin V$$

olacak şekilde  $U, V \in \tau$  kümeleri varsa bu uzaya bir  $T_1$ -uzayı denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.6**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.  $x \neq y$  özelliğindeki her  $x, y \in X$  için

$$x \in U, y \in V \text{ ve } U \cap V = \emptyset$$

olacak şekilde  $U, V \in \tau$  kümeleri varsa  $(X, \tau)$  uzayına bir Hausdorff uzayı veya bir  $T_2$ -uzayı denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.7**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.

i. Kapalı her  $F \subseteq X$  kümesi ve  $x \notin F$  özelliğindeki her  $x \in X$  noktası için

$$U \cap F = \emptyset, F \subseteq V \text{ ve } x \in U$$

olacak şekilde  $U, V \in \tau$  kümeleri varsa  $(X, \tau)$  uzayına  $T_3$ -uzayı denir.

ii.  $(X, \tau)$  uzayı hem bir  $T_3$ -uzayı hem de bir  $T_1$ -uzayı ise  $(X, \tau)$  uzayına regüler uzay denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.8**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.

i.  $F_1 \cap F_2 = \emptyset$  özelliğindeki kapalı her  $F_1$  ve  $F_2$  kümeleri için

$$U \cap V = \emptyset, F_1 \subseteq U \text{ ve } F_2 \subseteq V$$

olacak şekilde  $U, V \in \tau$  kümeleri varsa  $(X, \tau)$  uzayına  $T_4$ -uzayı denir.

ii.  $(X, \tau)$  uzayı hem bir  $T_1$ -uzayı hem de bir  $T_4$ -uzayı ise  $(X, \tau)$  uzayına normal uzay denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.9**  $(X_1, \tau_1)$  ve  $(X_2, \tau_2)$  topolojik uzayları ve  $X = X_1 \times X_2$  çarpım kümesi verilsin. Her  $i = 1, 2$  için  $\pi_i : X \rightarrow X_i$  izdüşüm fonksiyonlarını sürekli kılan,  $X$  kümesi üzerindeki en kaba topolojiye ya da  $X$  kümesi üzerindeki başlangıç topolojisine,  $\tau_1$  ve  $\tau_2$  topolojilerinin çarpım topolojisi denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.10**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun. Her  $x \in X$  noktasının sayılabilir bir yerel tabanı varsa  $(X, \tau)$  uzayına birinci sayılabilir uzay denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.11**  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.  $\tau$  nun sayılabilir bir tabanı varsa  $(X, \tau)$  uzayına ikinci sayılabilir uzay denir (Koçak, 2015).

**Tanım 2.2.12**  $I \neq \emptyset$  bir indis kümesi olmak üzere,  $\forall i \in I$  için  $X_i \neq \emptyset$  kümelerinin çarpımı

$$X = \prod_{i \in I} X_i = \left\{ \bigcup_{i \in I} X_i : f(i) \in X_i, \forall i \in I \right\}$$

şeklinde yazılır. Burada  $f_i$   $f$  nin  $i$ -ci koordinatı,  $X_i$  ise,  $X$  in  $i$ -ci çarpım kümesidir. Eğer  $I$  indis kümesi sonlu ise, yani  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  ise, çarpım

$$X = \prod_{i=1}^n X_i$$

olup, her bir  $f \in \prod_{i=1}^n X_i$  elemanı  $f = x$  alınrsa, biline sıralı  $n$ -lidir. yani  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  dır. Böylece

$$\prod_{i=1}^n X_i = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \in X_i, i = 1, 2, \dots, n\}$$

dır.(Yıldız, 2005).

## 2.3 Neutrosophic Kümeler ve Neutrosophic Fonksiyon

**Tanım 2.3.1** Bir  $A$  neutrosophic kümesi boştan farklı bir  $X$  kümesi üzerinde

$$A = \left\{ \langle x, \mu_A(x), \sigma_A(x), \nu_A(x) \rangle : x \in X \right\}$$

şeklinde tanımlanır. Buradan  $\mu_A, \sigma_A, \nu_A$   $X$ ' den  $]^{-0, 1^+}$  ' e tanımlı ve her  $x \in X$  için

$$0 \leq \mu_A(x) + \sigma_A(x) + \nu_A(x) \leq 3^+$$

şartını sağlayan fonksiyonlardır.  $X$  kümesi üzerinde tanımlı tüm neutrosophic kümelerin kümesi  $\mathcal{N}(X)$  ile gösterilir. Standart olmayan aralıklar uygulamalarda çok elverişli olmadığından tezin kalan kısmında  $[0, 1]$  aralığını kullanılacaktır..

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

fonksiyonuna üyelik fonksiyonu,

$$\sigma_A : X \rightarrow [0, 1]$$

fonksiyonuna üye olmama fonksiyonu ve

$$\nu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

fonksiyonuna belirsizlik fonksiyonu denir (Smarandache, 2002).

**Tanım 2.3.2**  $A, B \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Her  $x \in X$  için  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ ,  $\sigma_A(x) \geq \sigma_B(x)$  ve  $\nu_A(x) \geq \nu_B(x)$  oluyorsa  $A$ 'ya,  $B$ 'nin neutrosophic alt kümesi denir ve  $A \sqsubseteq B$  şeklinde gösterilir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.3**  $A, B \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A \sqsubseteq B$  ve  $B \sqsubseteq A$  ise  $A$  ve  $B$  kümelerine neutrosophic eşit kümeler denir ve  $A = B$  şeklinde gösterilir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.4**  $A, B \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$  ve  $B$  neutrosophic kümelerinin neutrosophic birleşimi  $A \sqcup B$  gösterilir ve

$$A \sqcup B = \left\{ \langle x, \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \sigma_A(x) \wedge \sigma_B(x), \nu_A(x) \wedge \nu_B(x) \rangle : x \in X \right\}$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.5**  $A, B \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$  ve  $B$  neutrosophic kümelerinin neutrosophic kesişimi  $A \sqcap B$  gösterilir ve

$$A \sqcap B = \left\{ \langle x, \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \sigma_A(x) \vee \sigma_B(x), \nu_A(x) \vee \nu_B(x) \rangle : x \in X \right\}$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.6**  $\{A_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  neutrosophic kümelerin bir ailesi verilsin. Bu taktirde

$$\bigsqcup_{i \in I} A_i = \left\{ \langle x, \bigvee_{i \in I} \mu_{A_i}(x), \bigwedge_{i \in I} \sigma_{A_i}(x), \bigwedge_{i \in I} \nu_{A_i}(x) \rangle : x \in X \right\}$$

$$\bigsqcap_{i \in I} A_i = \left\{ \langle x, \bigwedge_{i \in I} \mu_{A_i}(x), \bigvee_{i \in I} \sigma_{A_i}(x), \bigvee_{i \in I} \nu_{A_i}(x) \rangle : x \in X \right\}$$

şeklindedir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.7**  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$ 'nın neutrosophic tümleyeni  $A^c$  ile gösterilir ve

$$A^c = \left\{ \langle x, \nu_A(x), 1 - \sigma_A(x), \mu_A(x) \rangle : x \in X \right\}$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.8**  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Her  $x \in X$  için  $\mu_A(x) = 0$  ve  $\sigma_A(x) = \nu_A(x) = 1$  ise  $A$ 'ya neutrosophic boş küme denir ve  $\tilde{\emptyset}$  ile gösterilir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.3.9**  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Her  $x \in X$  için  $\mu_A(x) = 1$  ve  $\sigma_A(x) = \nu_A(x) = 0$  ise  $A$ 'ya neutrosophic evrensel küme denir ve  $\tilde{X}$  ile gösterilir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Teorem 2.3.1**  $A, B \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Bu taktirde aşağıdaki iddialar doğrudur (Karataş ve Kuru, 2016).

- i.  $A \sqcap A = A$  ve  $A \sqcup A = A$
- ii.  $A \sqcap B = B \sqcap A$  ve  $A \sqcup B = B \sqcup A$
- iii.  $A \sqcap \tilde{\emptyset} = \tilde{\emptyset}$  ve  $A \sqcap \tilde{X} = A$
- iv.  $A \sqcup \tilde{\emptyset} = A$  ve  $A \sqcup \tilde{X} = \tilde{X}$
- v.  $A \sqcap (B \sqcap C) = (A \sqcap B) \sqcap C$  ve  $A \sqcup (B \sqcup C) = (A \sqcup B) \sqcup C$
- vi.  $(A^c)^c = A$

**Teorem 2.3.2**  $\{A_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  neutrosophic küme ailesi olsun. Bu taktirde aşağıdaki iddialar doğrudur (Karataş ve Kuru,2016).

$$i. \left( \bigsqcup_{i \in I} A_i \right)^c = \prod_{i \in I} A_i^c$$

$$ii. \left( \prod_{i \in I} A_i \right)^c = \bigsqcup_{i \in I} A_i^c$$

**Teorem 2.3.3**  $B \in \mathcal{N}(X)$  ve  $\{A_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  olsun. Bu taktirde aşağıdaki iddialar doğrudur (Karataş ve Kuru,2016).

$$i. B \sqcap \left( \bigsqcup_{i \in I} A_i \right) = \bigsqcup_{i \in I} (B \sqcap A_i)$$

$$ii. B \sqcup \left( \prod_{i \in I} A_i \right) = \prod_{i \in I} (B \sqcup A_i)$$

**Tanım 2.3.10**  $A \in \mathcal{N}(X)$  ,  $B \in \mathcal{N}(Y)$  ve  $f : X \rightarrow Y$  neutrosophic fonksiyon olmak üzere,

*i.* Eğer  $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \sigma_A(x), \nu_A(x) \rangle \}$  ise  $A$  nın  $f$  altındaki görüntüsü

$$f(A) = \{ \langle y, f(\mu_A)(y), f(\sigma_A)(y), f(\nu_A)(y) \rangle \}$$

*ii.* Eğer  $B = \{ \langle y, \mu_B(y), \sigma_B(y), \nu_B(y) \rangle \}$  ise  $B$  nin  $f$  altındaki ters görüntüsü

$$f^{-1}(B) = \{ \langle x, f^{-1}(\mu_B)(x), f^{-1}(\sigma_B)(x), f^{-1}(\nu_B)(x) \rangle \}$$

şeklinde tanımlanır. Buradaki  $f(\mu_A)(y)$ ,  $f(\sigma_A)(y)$  ve  $f(\nu_A)(y)$  ise

$$f(\mu_A)(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} \mu_A(x), & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}$$

$$(1 - f(1 - \sigma_A))(y) = \begin{cases} \inf_{x \in f^{-1}(y)} \sigma_A(x), & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 1, & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}$$

$$(1 - f(1 - \nu_A))(y) = \begin{cases} \inf_{x \in f^{-1}(y)} \nu_A(x), & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 1, & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}$$

şeklinde bulunur (Alblowi ve ark., 2014).

**Teorem 2.3.4**  $f : X \rightarrow Y$  neutrosophic fonksiyon,  $A \in \mathcal{N}(X)$  ve  $B \in \mathcal{N}(Y)$  olsun. Bu durumda aşağıdaki önermeler doğrudur (Kaya, 2017).



- i.  $A_1 \sqsubseteq A_2$  ise  $f(A_1) \sqsubseteq f(A_2)$
- ii.  $B_1 \sqsubseteq B_2$  ise  $f^{-1}(B_1) \sqsubseteq f^{-1}(B_2)$
- iii.  $A \sqsubseteq f^{-1}(f(A))$  (Eğer  $f$  bire-bir ise eşitlik sağlanır.)
- iv.  $f(f^{-1}(B)) \sqsubseteq B$  (Eğer  $f$  örten ise eşitlik sağlanır.)
- v.  $f^{-1}\left(\sqcup_{j \in \Lambda} B_j\right) = \sqcup_{j \in \Lambda} f^{-1}(B_j)$
- vi.  $f^{-1}\left(\prod_{j \in \Lambda} B_j\right) = \prod_{j \in \Lambda} f^{-1}(B_j)$
- vii.  $f\left(\sqcup_{i \in I} A_i\right) = \sqcup_{i \in I} f(A_i)$
- viii.  $f\left(\prod_{i \in I} A_i\right) \sqsubseteq \prod_{i \in I} f(A_i)$  ( $f$  bire-bir ise eşitlik sağlanır.)
- ix.  $f^{-1}(\tilde{Y}) = \tilde{X}$
- x.  $f^{-1}(\tilde{\emptyset}) = \tilde{\emptyset}$
- xi.  $f$  örten ise  $f(\tilde{X}) = \tilde{Y}$
- xii.  $f(\tilde{\emptyset}) = \tilde{\emptyset}$
- xiii.  $f$  örten ise  $(f(A))^c \sqsubseteq f(A^c)$
- xiv.  $f^{-1}(B^c) = (f^{-1}(B))^c$

**Tanım 2.3.11**  $A \in \mathcal{N}(X)$ ,  $B \in \mathcal{N}(Y)$  ve  $C \in \mathcal{N}(Z)$  için,

$$A = \{\langle x, \mu_A(x), \sigma_A(x), \nu_A(x) \rangle\}$$

$$B = \{\langle y, \mu_B(y), \sigma_B(y), \nu_B(y) \rangle\}$$

$$C = \{\langle z, \mu_C(z), \sigma_C(z), \nu_C(z) \rangle\}$$

şeklinde tanımlı neutrosophic kümeler olmak üzere  $f : X \rightarrow Y$  ve  $g : Y \rightarrow Z$  fonksiyonlarından elde edilen  $g \circ f : X \rightarrow Z$  fonksiyonuna neutrosophic bileşke fonksiyonu denir ve

$$(g \circ f)(A) = \{\langle z, (g \circ f)(\mu_A)(z), (1 - (g \circ f)(1 - \sigma_A))(z), (1 - (g \circ f)(1 - \nu_A))(z) \rangle\}$$

şeklinde gösterilir (Alblowi ve ark., 2014).

## 2.4 Neutrosophic Topolojik Uzaylar

**Tanım 2.4.1**  $\tau \subseteq \mathcal{N}(X)$  ailesi aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa bu aileye  $X$  üzerinde neutrosophic topoloji denir.

- i.  $\emptyset, \tilde{X} \in \tau$
- ii. Her  $A, B \in \tau$  için  $A \sqcap B \in \tau$
- iii. Her  $\{A_i : i \in I\} \subseteq \tau$  için  $\bigsqcup_{i \in I} A_i \in \tau$

Eğer  $\tau$  ailesi  $X$  kümesi üzerinde bir neutrosophic topoloji ise  $(X, \tau)$  ikilisine bir neutrosophic topolojik uzay denir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.2**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ise,  $\tau$  ailesine ait kümelere neutrosophic açık küme denir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.3**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Eğer  $A^c \in \tau$  ise  $A$  kümesine bu uzayda neutrosophic kapalıdır denir (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.4**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$ 'nın neutrosophic içi  $\text{int}(A)$  ile gösterilir ve

$$\text{int}(A) = \bigsqcup_{\substack{G \in \tau \\ G \sqsubseteq A}} G$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.5**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$ 'nın neutrosophic kapanışı  $\text{cl}(A)$  ile gösterilir ve

$$\text{cl}(A) = \bigsqcap_{\substack{K^c \in \tau \\ A \sqsubseteq K}} K$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.6**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$ 'nın neutrosophic dışı  $\text{ext}(A)$  ile gösterilir ve

$$\text{ext}(A) = \text{int}(A^c)$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.7**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun.  $A$ 'nın neutrosophic sınırı  $\text{fr}(A)$  ile gösterilir ve

$$\text{fr}(A) = \text{cl}(A) \cap (\text{int}(A))^c$$

şeklinde tanımlanır (Karataş ve Kuru, 2016).

**Tanım 2.4.8**  $(X, \tau)$  neutrosophic topolojik uzay ve  $Y \subseteq X$  olsun. Bu durumda  $Y$  üzerindeki  $\tau_Y = \{U \cap Y : U \in \tau\}$  neutrosophic topolojiye neutrosophic alt uzay topolojisi denir.

$$\tilde{Y} = \begin{cases} \langle 1, 0, 0 \rangle, & x \in Y \\ \langle 0, 1, 1 \rangle, & x \in X \setminus Y \end{cases}$$

$(Y, \tau_Y)$  neutrosophic uzayına da  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayının bir neutrosophic alt uzayı denir (Karataş ve Kuru, 2016).

## 2.5 Neutrosophic Topolojik Uzaylarda Süreklilik ve Homeomorfizm

**Tanım 2.5.1**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay ve  $f : X \rightarrow Y$  neutrosophic bir fonksiyon olsun. Eğer her  $G \in \sigma$  için  $f^{-1}(G) \in \tau$  oluyorsa  $f$  fonksiyonuna neutrosophic sürekli fonksiyon denir (Alblowi ve ark., 2014).

**Teorem 2.5.1**  $(X, \tau)$ ,  $(Y, \sigma)$  ve  $(Z, \rho)$  neutrosophic topolojik uzay olsunlar.  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  ve  $g : (Y, \sigma) \rightarrow (Z, \rho)$  fonksiyonları neutrosophic sürekli ise  $g \circ f : (X, \tau) \rightarrow (Z, \rho)$  neutrosophic bileşke fonksiyonu da neutrosophic sürekli dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.2**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay,  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  neutrosophic fonksiyon sürekli olması için gerek ve yeter şart  $Y$  deki her neutrosophic kapalı kümenin ters görüntüsünün  $X$  de neutrosophic kapalı olmasıdır (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.3**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay,  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  neutrosophic sürekli fonksiyon ve  $E \in \mathcal{N}(X)$  ise  $f_E : (E, \tau_E) \rightarrow (Y, \sigma)$  ile tanımlanan  $f_E$  fonksiyonu neutrosophic sürekli dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.4**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay ve  $A, B$  kümeleri  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayda neutrosophic kapalı olmak üzere  $\tilde{X} = A \sqcup B$  olsun.  $f : A \rightarrow Y$ ,  $g : B \rightarrow Y$  fonksiyonları  $A$  ve  $B$  üzerindeki neutrosophic alt uzay topolojilerine göre neutrosophic

sürekli iki fonksiyon olsun. Eğer her  $x \in A \sqcup B$  için  $f(x) = g(x)$  ise

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \in A \\ g(x), & x \in B \end{cases}$$

şeklinde tanımlı  $h : X \rightarrow Y$  fonksiyonu neutrosophic sürekli dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.5**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun.  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonunu neutrosophic sürekli dir  $\iff$  Her  $A \in \mathcal{N}(X)$  için  $f(\text{cl}(A)) \sqsubseteq \text{cl}(f(A))$  dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.6**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun.  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonunu neutrosophic sürekli dir  $\iff$  Her  $B \in \mathcal{N}(Y)$  için  $\text{cl}(f^{-1}(B)) \sqsubseteq f^{-1}(\text{cl}(B))$  dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.7**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun.  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonunu neutrosophic sürekli dir  $\iff$   $B \in \mathcal{N}(Y)$  için  $f^{-1}(\text{int}(B)) \sqsubseteq \text{int}(f^{-1}(B))$  dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.8**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun. Birebir ve örten bir  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu neutrosophic sürekli dir  $\iff$  Her  $A \in \mathcal{N}(X)$  için

$$\text{int}(f(A)) \sqsubseteq f(\text{int}(A))$$

dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.9**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun. Birebir ve örten bir  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu neutrosophic sürekli dir  $\iff$  Her  $A \in \mathcal{N}(X)$  için

$$f(\text{fr}(A)) \sqsubseteq \text{fr}(f(A))$$

dır (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.10**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun. Birebir ve örten bir  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu neutrosophic sürekli dir  $\iff$  Her  $B \in \mathcal{N}(Y)$  için

$$\text{fr}(f^{-1}(B)) \sqsubseteq f^{-1}\text{fr}(B)$$

dır (Kaya, 2017).

**Tanım 2.5.2**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay ve  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  neutrosophic sürekli fonksiyon olsun.  $X$  in neutrosophic açık her  $U$  neutrosophic alt kümesinin

$f$  altındaki görüntüsü olan  $f(U)$  kümesi  $Y$  nin neutrosophic açık bir alt kümesi ise  $f$  ye neutrosophic açık fonksiyon denir. Yani her  $U \in \tau$  için  $f(U) \in \sigma$  oluyorsa  $f$  ye neutrosophic açık fonksiyon denir (Alblowi ve ark., 2014).

**Tanım 2.5.3**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay ve  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  neutrosophic sürekli fonksiyon olsun.  $X$  in neutrosophic kapalı her  $F$  neutrosophic alt kümesinin  $f$  altındaki görüntüsü olan  $f(F)$  kümesi  $Y$  nin neutrosophic kapalı bir alt kümesi ise  $f$  ye neutrosophic kapalı fonksiyon denir (Alblowi ve ark., 2014).

**Teorem 2.5.11**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$ ,  $g : (Y, \sigma) \rightarrow (Z, \rho)$  iki neutrosophic fonksiyon olsunlar. Bu durumda  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının her ikisi de neutrosophic açık ise  $g \circ f$  neutrosophic bileşke fonksiyonu da açıktır (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.12**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$ ,  $g : (Y, \sigma) \rightarrow (Z, \rho)$  iki neutrosophic fonksiyon olsunlar. Bu durumda  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının her ikisi de neutrosophic kapalı ise  $g \circ f$  neutrosophic bileşke fonksiyonu da neutrosophic kapalıdır (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.13**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun.  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  fonksiyonu neutrosophic kapalıdır  $\iff$  Her  $A \in \mathcal{N}(X)$  için  $\text{cl}(f(A)) \sqsubseteq f(\text{cl}(A))$  dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.14**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun.  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  fonksiyonu neutrosophic kapalıdır  $\iff$  Her  $A \in \mathcal{N}(X)$  için  $f(\text{int}(A)) \sqsubseteq \text{int}(f(A))$  dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.15**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay olsun. Birebir ve örten olan bir  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  fonksiyonu neutrosophic kapalıdır  $\iff$  Her  $A \in \mathcal{N}(X)$  için  $\text{fr}(f(A)) \sqsubseteq f(\text{fr}(A))$  dir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.16**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay,  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  birebir örten neutrosophic sürekli fonksiyon ve  $g = f^{-1}$ 'de  $f$  nin neutrosophic ters fonksiyonu olsun.  $f$  fonksiyonu neutrosophic süreklidir  $\iff$   $g = f^{-1}$  fonksiyonu neutrosophic açıktır (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.17**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay,  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  birebir örten neutrosophic sürekli fonksiyon ve  $g = f^{-1}$ 'de  $f$  nin neutrosophic ters fonksiyonu olsun.  $f$  fonksiyonu neutrosophic süreklidir  $\iff$   $g = f^{-1}$  fonksiyonu neutrosophic kapalıdır (Kaya, 2017).

**Tanım 2.5.4**  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  iki neutrosophic topolojik uzay ve  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu verilsin. Eğer aşağıdaki özellikler sağlanıyorsa,  $f$  fonksiyonuna neutrosophic homeomorfizm denir.

*i.*  $f$  fonksiyonu bire-bir ve örten,

*ii.*  $f$  ve  $f^{-1}$  fonksiyonları neutrosophic süreklidir (Kaya, 2017).

**Tanım 2.5.5**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  fonksiyonu neutrosophic homeomorfizm ise  $(X, \tau)$  ve  $(Y, \sigma)$  neutrosophic topoloji uzaylarına neutrosophic homeomorf denir. Eğer  $X$  ve  $Y$  neutrosophic kümeleri üzerinde  $\tau$  ve  $\sigma$  topolojik yapılarından başka topolojik yapılar düşünülemezse  $X$  ve  $Y$  neutrosophic kümeleri homeomorfiktir denir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.18**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  ve  $g : (Y, \sigma) \rightarrow (Z, \rho)$  iki neutrosophic homeomorfizm olsunlar. Bu durumda  $g \circ f : (X, \tau) \rightarrow (Z, \rho)$  neutrosophic bileşke fonksiyonu da neutrosophic homeomorfizmdir (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.19**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  bire-bir ve örten neutrosophic bir fonksiyon olsun.  $f$  fonksiyonu neutrosophic homeomorfizmdir  $\iff$   $f$  fonksiyonu neutrosophic sürekli ve neutrosophic açık bir fonksiyondur (Kaya, 2017).

**Teorem 2.5.20**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  bire-bir ve örten neutrosophic bir fonksiyon olsun.  $f$  fonksiyonu neutrosophic homeomorfizmdir  $\iff$   $f$  fonksiyonu neutrosophic sürekli ve neutrosophic kapalı bir fonksiyondur (Kaya, 2017).

**Tanım 2.5.6** Neutrosophic homeomorfizmler altında korunan özelliklere neutrosophic topolojik özellikler denir (Kaya, 2017).

### 3. NEUTROSOPHIC TOPOLOJİK UZAYLARDA KOMPAKTLIK

#### 3.1 Neutrosophic Topolojik Örtü

**Tanım 3.1.1**  $X \neq \emptyset$  ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Eğer  $\Gamma = \{U_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  ailesi için  $A \sqsubseteq \bigsqcup_{i \in I} U_i$  oluyorsa  $\Gamma$  ailesine  $A$ 'nın bir neutrosophic örtüsü denir.  $A$  yerine  $\tilde{X}$  alınrsa  $\Gamma$  ailesine  $\tilde{X}$ 'in bir örtüsü denir ve  $\tilde{X} = \bigsqcup_{i \in I} U_i$  dir.

**Tanım 3.1.2**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay,  $A \in \mathcal{N}(x)$  ve  $\Gamma = \{U_i : i \in I\} \subseteq \tau$  olsun. Eğer  $A \sqsubseteq \bigsqcup_{i \in I} U_i$  ise  $\Gamma$  ailesine  $A$ 'nın bir neutrosophic açık örtüsü denir.  $A$  yerine  $\tilde{X}$  alınrsa  $\Gamma$  ailesi  $\tilde{X}$ 'in bir açık örtüsü olur ve  $\tilde{X} = \bigsqcup_{i \in I} U_i$  dir.

**Tanım 3.1.3**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay,  $A \in \mathcal{N}(x)$  ve  $\Gamma = \{U_i : i \in I\} \subseteq \kappa(\tau)$  olsun. Eğer  $A \sqsubseteq \bigsqcup_{i \in I} U_i$  ise  $\Gamma$  ailesine  $A$ 'nın bir neutrosophic kapalı örtüsü denir.  $A$  yerine  $\tilde{X}$  alınrsa  $\Gamma$  ailesi  $\tilde{X}$ 'in bir kapalı örtüsü denir ve  $\tilde{X} = \bigsqcup_{i \in I} U_i$  dir.

**Tanım 3.1.4**  $X \neq \emptyset$  ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Eğer  $J \subseteq I$  sonlu ise  $\Gamma = \{U_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  ailesi için  $A \sqsubseteq \bigsqcup_{j \in J} U_j$  oluyorsa  $\Gamma$  ailesine  $A$ 'nın bir neutrosophic sonlu örtüsü denir.  $A$  yerine  $\tilde{X}$  alınrsa  $\Gamma$  ailesine  $\tilde{X}$ 'in bir sonlu örtüsü denir ve  $\tilde{X} = \bigsqcup_{j \in J} U_j$  dir.

**Tanım 3.1.5**  $X \neq \emptyset$  ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Eğer  $\Gamma = \{U_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  ailesi  $A$ 'nın bir neutrosophic açık örtüsü ve  $J \subseteq I$  olmak üzere,  $\delta = \{U_i : i \in J\}$  ailesi  $A$ 'nın bir neutrosophic örtüsü ise  $\delta = \{U_i : i \in J\}$  neutrosophic örtüsüne  $\Gamma = \{U_i : i \in I\}$  neutrosophic örtüsünün bir neutrosophic altörtüsü denir.

**Tanım 3.1.6**  $X \neq \emptyset$  ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Eğer  $\Gamma = \{U_i : i \in I\} \subseteq \mathcal{N}(X)$  ailesi  $A$ 'nın bir neutrosophic açık örtüsü ve  $J \subseteq I$  sonlu olmak üzere,  $\delta = \{U_i : i \in J\}$  ailesi  $A$ 'nın bir neutrosophic örtüsü ise  $\delta = \{U_i : i \in J\}$  neutrosophic örtüsüne  $\Gamma = \{U_i : i \in I\}$  neutrosophic örtüsünün bir neutrosophic sonlu altörtüsü denir.

#### 3.2 Neutrosophic Kompakt Uzaylar

**Tanım 3.2.1**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay ve  $A \in \mathcal{N}(X)$  olsun. Eğer  $A$ 'in her neutrosophic açık örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsü varsa  $A$ 'ya  $(X, \tau)$  uzayında

neutrosophic kompakt bir küme denir.  $A$  yerine  $\tilde{X}$  alınırsa,  $(X, \tau)$  uzayına neutrosophic kompakt uzay adı verilir.

**Örnek 3.2.1**  $X$  sonlu bir küme olmak üzere  $(X, \tau)$  neutrosophic topolojik uzayı verilsin.

$X$  sonlu bir küme olduğundan  $\tau$  sonludur. Böylece  $\{U_i : i \in I\}$  ailesi bu uzayın neutrosophic açık bir örtüsü ise  $\{U_i : i \in I\} \sqsubseteq \tau$  olduğundan bu örtü sonludur. O halde  $X$ ' in her  $\{U_i : i \in I\}$  neutrosophic açık örtüsünün sonlu bir  $\{U_i : i \in I\}$  alt örtüsü vardır. Böylece  $(X, \tau)$  uzayı neutrosophic kompaktır.

**Örnek 3.2.2** Herhangi bir  $(X, \tau)$  neutrosophic topolojik uzayının sonlu her  $A$  alt kümesinin kompakt olduğunu gösterelim.

Örnek 3.2.1 gereğince  $(A, \tau_A)$  neutrosophic uzayı kompaktır. O halde  $A$  kümesi  $X$ ' in neutrosophic kompakt bir alt kümesidir.  $A$  keyfi olduğundan  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayının sonlu her alt kümesi neutrosophic kompaktır.

**Teorem 3.2.1**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  neutrosophic sürekli bir fonksiyon olsun. Eğer  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayı neutrosophic kompakt ise  $f(X)$  kümesi  $(Y, \sigma)$  neutrosophic uzayında neutrosophic kompaktır.

**İspat.**  $\{U_i : i \in I\}$  ailesi,  $f(X)$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsü olsun.  $f$  fonksiyonu neutrosophic sürekli olduğundan her  $i \in I$  için,  $f^{-1}(U_i)$  kümeleri,  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayında açıktır. Ayrıca

$$X \sqsubseteq f^{-1}(f(X)) \sqsubseteq f^{-1}\left(\bigsqcup_{i \in I} U_i\right) = \bigsqcup_{i \in I} f^{-1}(U_i)$$

olur. Böylece  $\{f^{-1}(U_i) \sqsubseteq X : i \in I\}$  ailesi,  $X$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsü olur.  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayı neutrosophic kompakt olduğundan

$$X = \bigsqcup_{i=1}^n f^{-1}(U_i)$$

bulunur. Buradan her  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  için,  $f(f^{-1}(U_i)) \sqsubseteq U_i$  olduğundan,  $f(X) \sqsubseteq \bigsqcup_{i=1}^n U_i$  elde edilir. Sonuç olarak  $f(X)$  kümesi,  $(Y, \sigma)$  neutrosophic uzayında neutrosophic kompaktır.

**Sonuç 3.2.1**  $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \sigma)$  neutrosophic sürekli ve örten bir fonksiyon olsun.  $(X, \tau)$  neutrosophic kompakt ise  $(Y, \sigma)$  neutrosophic uzayında neutrosophic kompakt uzaydır.



$f$  fonksiyonu örten, dolayısıyla  $f(X) = Y$  olduğundan, bu durum Teorem 3.2.1' in bir sonucudur.

**Teorem 3.2.2**  $(X, \tau)$  neutrosophic topolojik uzay olsun. Bu durumda  $X$ 'in sonlu sayıdaki neutrosophic kompakt alt kümelerinin neutrosophic birleşimide neutrosophic kompaktır.

**İspat.**  $A_1, A_2, \dots, A_n$  kümeleri  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayında neutrosophic kompakt ve  $A = A_1 \sqcup A_2 \sqcup \dots \sqcup A_n$  olsun.  $\{U_i : i \in I\}$  ailesi  $A$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsü olsun. Bu durumda  $k = 1, 2, \dots, n$  için  $A_k \sqsubseteq A \sqsubseteq \bigsqcup_{U \in \{U_i : i \in I\}} U$  olduğundan her bir  $k = 1, 2, \dots, n$  için  $\{U_i : i \in I\}$  ailesi  $A_k$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsüdür. Her bir  $A_k$  kümesi kompakt olduğundan  $\{U_i : i \in I\}$  örtüsünün  $A_k$  kümesini örtecek şekilde neutrosophic sonlu bir  $\{U_i : i \in I\}_k$  neutrosophic alt örtüsü vardır. Bu durumda her bir  $k = 1, 2, \dots, n$  için  $A_k \sqsubseteq \bigsqcup_{U \in \{U_i : i \in I\}_k} U$  olur. Böylece  $\bigsqcup_{k=1}^n \{U_i : i \in I\}_k = \{U_i : i \in I\}_0$  olmak üzere

$$A = \bigsqcup_{k=1}^n A_k \sqsubseteq \bigsqcup_{k=1}^n \left( \bigsqcup_{U \in \{U_i : i \in I\}_k} U \right) = \bigsqcup_{U \in \{U_i : i \in I\}_0} U$$

olur. Diğer bir deyişle  $\{U_i : i \in I\}_0$  ailesi  $\{U_i : i \in I\}$  neutrosophic açık örtüsünün  $A$  kümesini neutrosophic örtecek şekilde bir neutrosophic alt örtüsüdür. Üstelik, her bir  $\{U_i : i \in I\}_k$  neutrosophic sonlu olduğundan  $\{U_i : i \in I\}_0$  neutrosophic sonludur. O halde  $A$  kümesi neutrosophic kompaktır.

**Teorem 3.2.3** Neutrosophic kompakt bir  $(X, \tau)$  uzayının neutrosophic kapalı her  $A$  alt kümesi neutrosophic kompaktır.

**İspat.**  $\{U_i : i \in I\}$  ailesi  $A$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsü olsun. Bu durumda  $A \sqsubseteq \bigsqcup_{i \in I} U_i$  ve  $A$  kümesi neutrosophic kapalı olduğundan  $A^c$  kümesi açıktır. Diğer yandan,

$$X = \left( \bigsqcup_{i \in I} U_i \right) \sqcup A^c$$

dir. Böylece  $\{U_i : i \in I\} \sqcup A^c$  ailesi  $X$  uzayının neutrosophic açık örtüsüdür.  $(X, \tau)$  uzayı neutrosophic kompakt olduğundan bu örtünün  $\{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_n}\}$  gibi neutrosophic sonlu bir alt örtüsü vardır.

*i.*  $A^c \notin \{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_n}\}$  ise  $\{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_n}\}$  neutrosophic örtüsü  $\{U_i : i \in I\}$  neutrosophic örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsüdür.

ii.  $A^c \in \{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_n}\}$  ise bir  $r \in \{1, 2, \dots, n\}$  için  $U_{i_r} = A^c$  dir. Bu durumda

$$X = U_{i_1} \sqcup U_{i_2} \sqcup \dots \sqcup U_{i_{r-1}} \sqcup A^c \sqcup U_{i_{r+1}} \sqcup \dots \sqcup U_{i_n}$$

olur. Böylece

$$A \sqsubseteq U_{i_1} \sqcup U_{i_2} \sqcup \dots \sqcup U_{i_{r-1}} \sqcup A^c \sqcup U_{i_{r+1}} \sqcup \dots \sqcup U_{i_n}$$

ve  $A^c \cap A = \emptyset$  olduğundan

$$A \sqsubseteq U_{i_1} \sqcup U_{i_2} \sqcup \dots \sqcup U_{i_{r-1}} \sqcup U_{i_{r+1}} \sqcup \dots \sqcup U_{i_n}$$

elde edilir. Dolayısıyla  $U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_{r-1}}, U_{i_{r+1}}, \dots, U_{i_n}$  neutrosophic örtüsü  $A$ 'nın  $\{U_i : i \in I\}$  neutrosophic açık örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsüdür.

O halde  $A$  kümesi neutrosophic kompakttır.

**Teorem 3.2.4**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic Hausdorff uzayı,  $A$  bu uzayın neutrosophic kompakt bir alt kümesi ve  $x \notin A$  olsun. Bu durumda

$$x \in U, A \sqsubseteq V \text{ ve } U \cap V = \emptyset$$

olacak şekilde  $U$  ve  $V$  neutrosophic açık kümeleri vardır.

**İspat.**  $x \notin A$  olduğundan her  $y \in A$  için  $x \neq y$  dir.  $(X, \tau)$  bir neutrosophic Hausdorff uzayı olduğundan her  $y \in A$  için

$$x \in U_y, y \in V_y \text{ ve } U_y \cap V_y = \emptyset$$

olacak şekilde  $U_y \in \tau$  ve  $V_y \in \tau$  kümeleri vardır. Bu durumda  $\{V_y : y \in A\}$  ailesi  $A$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsü olur.  $A$  kümesi neutrosophic kompakt olduğundan bu örtünün  $\{V_{y_i} : i = 1, 2, \dots, n\}$  gibi neutrosophic sonlu bir alt örtüsü vardır.

$$U = U_{y_1} \cap U_{y_2} \cap \dots \cap U_{y_n}, V = V_{y_1} \sqcup V_{y_2} \sqcup \dots \sqcup V_{y_n}$$

olsun. Bu durumda

$$x \in U, A \sqsubseteq V \text{ ve } U, V \in \tau$$

olur. Şimdi,  $U \cap V = \emptyset$  olduğunu gösterelim. Varsayalım ki  $z \in U \cap V$  olsun. Bu durumda  $z \in U$  ve  $z \in V$  dir. Böylece  $z \in U$  olduğundan  $i = 1, 2, \dots, n$  için  $z \in U_{y_i}$  ve  $z \in V$

olduğundan en az bir  $i_0 \in \{1, 2, \dots, n\}$  için  $z \in V_{y_{i_0}}$  dır. Böylece  $z \in U_{y_{i_0}} \sqcap V_{y_{i_0}}$  dır. Yani  $z \in U_{y_{i_0}} \sqcap V_{y_{i_0}} \neq \emptyset$  dur. Bu ise bir çelişkidir. O halde  $U \sqcap V = \emptyset$  dur.

**Teorem 3.2.5** Herhangi bir  $(X, \tau)$  neutrosophic Hausdorff uzayının neutrosophic kompakt her  $A$  alt kümesi kapalıdır.

**İspat.**  $x \in A^c$  olsun. Teorem (3.2.4) gereğince

$$x \in U_x, A \sqsubseteq V \text{ ve } U_x \sqcap V = \emptyset$$

olacak şekilde  $U_x, V \in \tau$  neutrosophic kümeleri vardır.  $U_x \sqcap A = \emptyset$  olduğundan  $U_x \sqsubseteq A^c$  elde edilir. Buradan  $A^c$  açıktır. (Veya  $A^c = \bigsqcup_{x \in A^c} U_x$  olduğundan  $A^c$  açıktır.) Bu durumda  $A$  kümesi kapalı olur.

**Not 3.2.1**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic Hausdorff uzayı değilse bu teorem doğru olmayabilir. Örneğin, herhangi bir neutrosophic  $(X, \tau)$  kaba uzayında her  $x \in X$  için  $\{x\}$  kümesi neutrosophic kompakt olmasına rağmen kapalı değildir. Benzer şekilde  $(X, \tau(a))$  neutrosophic uzayında  $\{a\}$  kümesi neutrosophic kompakt olmasına rağmen kapalı değildir.

**Teorem 3.2.6**  $(X, \tau)$  bir Hausdorff uzayı olmak üzere  $F_1, F_2$  kümeleri neutrosophic kompakt ve  $F_1 \sqcap F_2 = \emptyset$  olsun. Bu durumda

$$F_1 \sqsubseteq V, F_2 \sqsubseteq U \text{ ve } U \sqcap V = \emptyset$$

olacak şekilde  $U, V \in \tau$  kümeleri vardır.

**İspat.**  $F_1 \sqcap F_2 = \emptyset$  olduğundan her  $y \in F_2$  için  $y \notin F_1$  olur. Teorem 3.2.4 gereğince her  $y \in F_2$  için

$$y \in U_y, F_1 \sqsubseteq V_y \text{ ve } U_y \sqcap V_y = \emptyset$$

olacak şekilde  $U_y, V_y \in \tau$  kümeleri vardır. Bu durumda  $\{U_y : y \in F_2\}$  ailesi  $F_2$  kümesinin neutrosophic açık bir örtüsü olur.  $F_2$  neutrosophic kompakt olduğundan bu örtünün  $\{U_{y_i} : i = 1, 2, \dots, n\}$  gibi neutrosophic sonlu alt örtüsü vardır.

$$U = U_{y_1} \sqcup U_{y_2} \sqcup \dots \sqcup U_{y_n} \text{ ve } V = V_{y_1} \sqcap V_{y_2} \sqcap \dots \sqcap V_{y_n}$$

olsun. Açıkça  $U, V \in \tau$  ve  $F_2 \sqsubseteq U, F_1 \sqsubseteq V$  olur. Şimdi  $U \sqcap V = \emptyset$  olduğunu gösterelim. Varsayalım ki  $z \in U \sqcap V$  olsun. Bu durumda  $z \in V$  ve  $z \in U$  olur. Böylece  $z \in V$  olduğundan  $i = 1, 2, \dots, n$  için  $z \in V_{y_i}$  ve  $z \in U$  olduğundan en az bir  $i_0 \in \{1, 2, \dots, n\}$

için  $z \in U_{y_{i_0}}$  olur. Böylece  $z \in U_{y_{i_0}} \cap V_{y_{i_0}} \neq \emptyset$  olur. Bu ise çelişkidir. O halde  $U \cap V = \emptyset$  olur.

**Teorem 3.2.7** Herhangi bir neutrosophic kompakt  $(X, \tau)$  Hausdorff uzayı normaldir.

**İspat.**  $F_1$  ve  $F_2$  kümeleri neutrosophic  $(X, \tau)$  uzayında kapalı ve  $F_1 \cap F_2 = \emptyset$  kümeleri kapalı olsun. Teorem 3.2.3 gereğince  $F_1$  ve  $F_2$  kümeleri neutrosophic kompaktır.

$F_1 \cap F_2 = \emptyset$  olduğundan Teorem 3.2.6 gereğince  $F_1 \sqsubseteq U$ ,  $F_2 \sqsubseteq V$  ve  $U \cap V = \emptyset$  olacak şekilde  $U, V \in \tau$  kümeleri vardır. Böylece,  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayı normaldir.

**Teorem 3.2.8**  $f : (X, \tau_1) \rightarrow (Y, \tau_2)$  sürekli ve örten fonksiyon olsun.  $(X, \tau_1)$  uzayı neutrosophic uzayı kompaktsa  $(Y, \tau_2)$  uzayında neutrosophic kompaktır.

**İspat.**  $\{U_i \in I\}$  neutrosophic ailesi  $Y$ 'nin neutrosophic bir açık örtüsü olsun. Bu durumda  $Y = \bigsqcup_{i \in I} U_i$  dir.  $f$  sürekli ve her  $i \in I$  için  $U_i$  açık olduğundan  $f^{-1}(U_i)$  açıktır. Diğer yandan

$$X = f^{-1}(Y) = f^{-1}\left(\bigsqcup_{i \in I} U_i\right) = \bigsqcup_{i \in I} f^{-1}(U_i)$$

olur. O halde  $\{f^{-1}(U_i) : i \in I\}$  neutrosophic ailesi  $X$ 'in neutrosophic açık bir örtüsüdür.  $X$  neutrosophic kompakt olduğundan bu örtünün

$$\{f^{-1}(U_{i_1}), f^{-1}(U_{i_2}), \dots, f^{-1}(U_{i_m})\}$$

gibi neutrosophic sonlu bir alt örtüsü vardır. Böylece

$$f^{-1}(U_{i_1}) \sqcup f^{-1}(U_{i_2}) \sqcup \dots \sqcup f^{-1}(U_{i_m})$$

olur. Bu durumda  $f$  örten olduğundan

$$\begin{aligned} Y &= f(X) = f(f^{-1}(U_{i_1}) \sqcup f^{-1}(U_{i_2}) \sqcup \dots \sqcup f^{-1}(U_{i_m})) \\ &= f(f^{-1}(U_{i_1})) \sqcup f(f^{-1}(U_{i_2})) \sqcup \dots \sqcup f(f^{-1}(U_{i_m})) \\ &= U_{i_1} \sqcup U_{i_2} \sqcup \dots \sqcup U_{i_m} \end{aligned}$$

olur. Yani  $\{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_m}\}$  neutrosophic örtüsü  $Y$ 'nin  $\{U_i : i \in I\}$  neutrosophic açık örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsüdür. Böylece  $(Y, \tau_2)$  neutrosophic uzayı neutrosophic kompaktır.

**Teorem 3.2.9**  $(X, \tau_1)$  neutrosophic kompakt bir uzay ve  $(Y, \tau_2)$  bir neutrosophic Hausdorff uzayı olsun. Eğer  $f : (X, \tau_1) \rightarrow (Y, \tau_2)$  neutrosophic sürekli bir fonksiyon ise  $f$  kapalıdır.

**İspat.**  $A$  kümesi  $(X, \tau_1)$  neutrosophic uzayında kapalı olsun. Teorem 3.2.3 gereğince  $A$  neutrosophic kompakttır.  $f$  neutrosophic sürekli olduğundan Teorem 3.2.8 gereğince  $f(A)$  kümesi  $(Y, \tau_2)$  neutrosophic uzayında neutrosophic kompakttır.  $(Y, \tau_2)$  bir neutrosophic Hausdorff uzayı olduğundan Teorem 3.2.5 gereğince  $f(A)$  kapalıdır. O halde  $f$  fonksiyonu kapalı bir fonksiyondur.

**Örnek 3.2.3**  $(X, \tau_1)$  bir neutrosophic Hausdorff uzayı,  $(X, \tau_2)$  neutrosophic bir uzay ve  $\tau_1 \sqsubseteq \tau_2$  ise  $\tau_1 = \tau_2$  olduğunu gösterelim.

Açıkça  $(X, \tau_2) \rightarrow (X, \tau_1)$  neutrosophic fonksiyonu bire-bir örten ve sürekli olduğundan bir homeomorfizmdir. Dolayısıyla  $U \in \tau_2$  ise  $U \in \tau_1$  dir. Yani  $\tau_2 \sqsubseteq \tau_1$  dir. O halde  $\tau_1 = \tau_2$  dir.

**Teorem 3.2.10**  $(X, \tau_1)$  ve  $(Y, \tau_2)$  iki neutrosophic topolojik uzay olmak üzere  $C$  kümesi  $(Y, \tau_2)$  neutrosophic uzayının kompakt bir neutrosophic alt kümesi ve  $U$  kümesi  $(X \times Y, \tau_1 \times \tau_2)$  neutrosophic uzayında açık bir küme olsun. Bu durumda

$$V = \{x \in X : \{x\} \times C \sqsubseteq U\}$$

kümesi  $(X, \tau_1)$  neutrosophic uzayında açıktır.

**İspat.**  $x \in V$  olsun. Bu durumda  $\{x\} \times C \sqsubseteq U$  olur. O halde her  $y \in C$  için  $(x, y) \in U$  olur.  $U$  kümesi  $(X \times Y, \tau_1 \times \tau_2)$  neutrosophic uzayında açık bir küme olduğundan her  $y \in C$  için  $(x, y) \in U_y \times V_y \sqsubseteq U$  olacak şekilde  $U_y \in \tau_1$  ve  $V_y \in \tau_2$  neutrosophic kümeleri vardır. Bu durumda

$$\mathcal{U} = \{V_y : y \in C\}$$

ailesi  $C$  nin neutrosophic açık bir örtüsüdür.  $C$  neutrosophic kompakt olduğundan bu örtünün

$$\mathcal{V} = \{V_{y_1}, V_{y_2}, \dots, V_{y_n}\}$$

gibi sonlu bir neutrosophic alt örtüsü vardır.

$$U_x = U_{y_1} \cap U_{y_2} \cap \dots \cap U_{y_n} \text{ ve } V_x = V_{y_1} \cap V_{y_2} \cap \dots \cap V_{y_n}$$

olsun. Bu durumda  $x \in U_x$  ve  $C \subseteq V_x$  olur. Üstelik,  $U_x \in \tau_1$  ve  $V_x \in \tau_2$  dir. Diğer yandan

$$U_x \times C \subseteq U_x \times \bigsqcup_{i=1}^n V_{y_i} \subseteq \bigsqcup_{i=1}^n (U_x \times V_{y_i}) \subseteq \bigsqcup_{i=1}^n (U_{y_i} \times V_{y_i}) \subseteq U$$

olur. O halde her  $z \in U_x$  için  $\{z\} \times C \subseteq U$  olur. Böylece  $V$  nin tanımı gereğince  $z \in V$  olur. Buradan  $U_x \subseteq V$  elde edilir. Bu durumda  $x \in U_x$ ,  $U_x \subseteq V$  ve  $U_x \in \tau_1$  olduğundan  $V$  kümesi açıktır. (Veya  $V = \bigsqcup_{x \in V} U_x$  olduğundan  $V$  kümesi açıktır.)

### 3.3 Sayılabilir Neutrosophic Topolojik Kompakt Uzaylar

**Tanım 3.3.1**  $(X, \tau)$  bir neutrosophic topolojik uzay olsun.  $X$  in sayılabilir her neutrosophic açık örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsü varsa  $X$  uzayına sayılabilir neutrosophic kompakttır denir. Eğer  $A \subseteq X$  ve  $(A, \tau_A)$  uzayı sayılabilir neutrosophic kompaktsa  $A$  kümesine  $(X, \tau)$  neutrosophic uzayının sayılabilir neutrosophic kompakt alt kümesi denir.

**Not 3.3.1** Neutrosophic kompaklık ve sayılabilir neutrosophic kompaklık tanımları gereğince her neutrosophic kompakt uzay sayılabilir neutrosophic kompakttır.

**Teorem 3.3.1**  $(X, \tau)$  sayılabilir neutrosophic kompakt bir uzay ve  $A$  da  $X$  in kapalı bir neutrosophic alt kümesi olsun. Bu durumda  $A$  alt uzayı sayılabilir neutrosophic kompakttır.

**İspat.**  $\mathcal{U} = \{U_i : i \in I\}$  ailesi  $A$  nın sayılabilir neutrosophic açık alt örtüsü olsun. Bu durumda  $\mathcal{U} \sqcup A^c$  ailesi  $X$  in sayılabilir neutrosophic açık bir örtüsüdür.  $X$  sayılabilir neutrosophic kompakt olduğundan bu örtünün neutrosophic sonlu bir  $\mathcal{U}_1$  alt örtüsü vardır.

- i.  $A^c \notin \mathcal{U}_1$  ise  $\mathcal{U}_1$  ailesi  $A$  nın  $\mathcal{U}$  neutrosophic örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsü olur.
- ii.  $A^c \in \mathcal{U}_1$  ise  $A \cap A^c = \emptyset$  olduğundan  $\mathcal{U}_2 = \mathcal{U}_1 \setminus A^c$  ailesini  $A$  nın  $\mathcal{U}$  neutrosophic örtüsünün neutrosophic sonlu bir alt örtüsüdür.

O halde  $A$  kümesi sayılabilir neutrosophic kompakttır.

**Teorem 3.3.2**  $(X, \tau_1)$  neutrosophic sayılabilir kompakt uzay ve  $(Y, \tau_2)$  herhangi bir neutrosophic topolojik uzay olsun.  $f : X \rightarrow Y$  sürekli örten fonksiyon ise  $(Y, \tau_2)$  uzayı sayılabilir neutrosophic kompaktır.

**İspat.** Tanım 3.3.1 ile ispatı açıktır.

## 4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada neutrosophic topolojik uzaylarda kompaktlık kavramı verilerek, temel özellikleri ve sonuçları arasındaki ilişkileri değerlendirilmiştir. İlerdeki çalışmalarda neutrosophic topolojik uzaylarda süreklilik, neutrosophic topolojik uzaylarda yakınsaklık, neutrosophic topolojik uzaylarda ayırma aksiyomları, neutrosophic topolojik uzaylarda bağlantılılık gibi konular hakkında çalışmalar yapılabilir. Bu şekilde klasik topolojik uzaylardaki mevcut yapılar neutrosophic topolojik uzaylarda yeniden ele alınabilir.



## 5. KAYNAKLAR

- Atanassov, K. 1986. Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, (20):87-96.
- Broumi, S., Smarandache, F. 2013. Intuitionistic neutrosophic soft set. *Journal of Information and Computing Science*, 8(2): 130-140.
- Broumi, S., Smarandache, F. 2013. More on intuitionistic neutrosophic soft set. *Computer Science and Information Technology*, 1(4): 257-268.
- Chang, C. L. 1968. Fuzzy topological space. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, (24): 182-190.
- Çoker, D. 1997. An introduction to intuitionistic fuzzy topological spaces. *Fuzzy Sets and Systems*, 88(1): 81-89.
- Karataş, S., Kuru, C. 2016. Neutrosophic topology. *Neutrosophic Sets and Systems*, (13): 90-96.
- Kaya, G. 2017. Neutrosophic topolojik uzaylarda süreklilik. *Ordu Üniversitesi Yayınları*.
- Koçak, M. 2015. Genel Topolojiye Giriş ve Problem Çözümleri. *Nisan Kitabevi Yayınları*. Companies.
- Lupiañez, F., G. 2008. On neutrosophic topology. *The International Journal of Systems and Cybernetics*, 37(6): 797-800.
- Lupiañez, F., G. 2009. Interval neutrosophic sets and topology. *The International Journal of Systems and Cybernetics*, 38(3/4): 621-624.
- Lupiañez, F., G. 2009. On various neutrosophic topologies. *The International Journal of Systems and Cybernetics*, 38(6): 1009-1013.
- Lupiañez, F., G. 2010. On neutrosophic paraconsistent topology. *The International Journal of Systems and Cybernetics*, 39(4): 598-601.
- Salama, A., AL-Blowi, S. 2012. Generalized neutrosophic set and generalized neutrosophic topological spaces, *Computer Science and Engineering*, 2(7): 129-132.
- Smarandache, F. 2005. Neutrosophic set - a generalization of the intuitionistic fuzzy set. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 24(3): 287-297.
- Smarandache, F. 2002. Neutrosophy and neutrosophic logic, first international conference on neutrosophy, neutrosophic logic, set, probability, and statistics. *University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA*.
- Yıldız, C. 2005. Genel Topoloji, *Gazi Kitabevi*.
- Zadeh, L. 1965. Fuzzy Sets. *Inform and Control*, (8):338-353.

# DİZİN

- üye olmama fonksiyonu, 6
- üyelik fonksiyonu, 6
  
- belirsizlik fonksiyonu, 6
- bulanık küme, 3
  
- neutrosophic açık fonksiyon, 13
- neutrosophic açık küme, 10
- neutrosophic alt küme, 6
- neutrosophic alt uzay, 11
- Neutrosophic Bileşke Fonksiyon, 9
- neutrosophic birleşim, 6
- neutrosophic boş küme, 7
- neutrosophic dış, 10
- neutrosophic eşit küme, 6
- neutrosophic evrensel küme, 7
- neutrosophic fonksiyon, 8
- neutrosophic homeomorf, 14
- neutrosophic homeomorfizm, 14
- neutrosophic iç, 10
- neutrosophic küme, 6
- neutrosophic kapalı fonksiyon, 13
- neutrosophic kapalı küme, 10
- neutrosophic kapanış, 10
- neutrosophic kesişim, 7
- neutrosophic sürekli, 11
- neutrosophic sınır, 11
- neutrosophic tümleyen, 7
- neutrosophic topolojik uzay, 10
- neutrosophic topolojikel özellikler, 14
  
- sezgisel bulanık küme, 3

## ÖZGEÇMİŞ

**Adı-Soyadı** : Burak KILIÇ  
**Doğum Yeri** : Kocaeli  
**Doğum Tarihi** : 04.08.1991  
**Yabancı Dili** : İngilizce  
**E-mail** : burak-kilic-61@hotmail.com

### Öğrenim Durumu:

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lisans	Matematik	Ordu Üniversitesi	2010-2015