

Dezert-Smarandache 理论组合规则性质分析

李鸿飞, 田康生, 金宏斌

(空军预警学院 4 系, 武汉 430019)

摘 要: 在 Dezert-Smarandache 理论(DSmT)中组合规则众多, 其性能直接影响 DSmT 的最终融合结果。为此, 对组合规则的性质进行研究, 提出一种 DSmT 组合规则性质分析方法, 从合成性质、时序性质和工程可用性质 3 个方面对 DSmT 的组合规则性质进行描述。实验结果证明, 该方法提出的 3 类性质能较全面地反映组合规则的特性。

关键词: Dezert-Smarandache 理论; Dempster-Shafer 理论; 不确定性推理; 信息融合; 性质分析; 组合规则

Performance Analysis of Dezert-Smarandache Theory Combination Rule

LI Hong-fei, TIAN Kang-sheng, JIN Hong-bin

(The 4th Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

【Abstract】Dezert-Smarandache Theory(DSmT) is an effective information fusion method for highly conflicting evidence problem of Dempster-Shafer Theory(DST). Combination rules play an important role in DSmT fusion. The fused result depends on the performance of combination rules. Different combination rules are suitable for dissimilarity evidence in distinct condition. The properties of combination rules are analyzed in three aspects as combination property, time series property and engineering property. Simulation results show that the properties presented characterize the combination rules roundly. It offers a theoretic foundation for analysis, improvement and application of DSmT combination rules.

【Key words】Dezert-Smarandache Theory(DSmT); Dempster-Shafer Theory(DST); uncertain reasoning; information fusion; performance analysis; combination rule

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2013.02.060

1 概述

Dezert-Smarandache 理论(Dezert-Smarandache Theory, DSmT)^[1-2]是为了解决传统 Dempster-Shafer 理论(Dempster-Shafer Theory, DST)^[3-4]的不足而提出的信息融合方法, DSmT 在理论框架中加入冲突的表示, 使其能够处理模糊、不确定、冲突等较复杂的问题。组合规则是 DSmT 的重要组成部分, 是反映证据联合作用的法则, 其性能的好坏直接影响到最终的组合结果。因此, 组合规则的研究一直是 DSmT 研究领域的热点问题。随着 DSmT 研究的深入, 产生了许多组合规则, 如 ACR 规则(Adaptive Combination Rule)、PCR(Proportional

Conflict Redistribution)规则。但在实际应用中, 这些规则也存在不足, 如区间信度的组合虽然解决了对不精确信息的表示和合成问题, 但是区间信度的合成结果往往存在大量交集; PCR 规则基本信度的分配方法比较保守。对组合规则的性质进行研究可以掌握组合规则的特性、改进方向及适用范围, 为其应用提供理论依据。

DSmT 中有 Shafer 模型、自由 DSm 模型和混合 DSm 模型^[5]。在自由 DSm 模型中, 辨识框架中的元素是穷举的, 不考虑任何外在约束。自由 DSm 模型的特点是元素之间的界限是不精确的、模糊的, 因此, 它可以处理模糊概念。Shafer 模型元素之间都是互斥的。Shafer 模

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61102168); 国家部委基金资助项目

作者简介: 李鸿飞(1984 -), 男, 博士研究生, 主研方向: 不确定性推理, 目标识别; 田康生, 教授、博士生导师; 金宏斌, 讲师、博士

收稿日期: 2012-03-23 **修回日期:** 2012-05-15 **E-mail:** kjld_lhf@yahoo.cn

型的特点在于其元素之间的界限非常清晰, 从而要求所融合的问题能得到精确的描述。混合 DSm 模型不要求完全互斥, 但存在互斥的部分。混合 DSm 模型的特点是同时有模糊概念和离散假设, 即加入了部分约束。约束条件分为 2 类, 即相互间的互斥命题和焦元相容但根据先验知识获悉在实际中并不存在的命题。所以, 对 DSmT 的组合规则性质进行研究必须在不同的模型下进行。

本文在考虑 DSmT 中不同模型的基础上, 从合成性质、时序性质和工程可用性 3 个方面对 DSmT 组合规则的性质进行了研究, 并对 3 个方面分别进行了分析, 最后通过算例对提出的性质进行了验证。

2 组合规则性质分析

2.1 DSmT 组合规则特点

由于新模型的加入, DSmT 不仅是 DST 的改进, 而且在数学结构上是全新的构造。在 DSmT 下使用基于 DST 组合规则评价方法会出现不合理的情况, 主要可以分为 3 类: (1) 由于冲突焦元和约束条件的加入, 无法有效评价对高低冲突证据合成问题, 尤其是在约束条件与冲突悖论相关的情况; (2) 加入约束条件, 用严格的结合性无法得到满足; (3) DSmT 下计算量的问题, 传统的评价方法只能计算其中的 Shafer 模型计算量, 而对自由 DSm 模型和混合 DSm 模型却无能为力。针对上述 3 个问题, 结合 DSmT 的特点, 分别提出了 DSmT 组合规则性质的新思路。

考虑 DSmT 组合规则的特点, 为分析合成结果的合理性, 提出合成性质; 为分析证据顺序对结果的影响, 提出时序性质; 为研究应用时的一些实际问题, 提出工程可用性。从这 3 个方面对组合规则性质进行分析, 在每个方面下又细分出 2 个具体性质。

2.2 合成性质

合成性质, 即合成结果是否符合人们的逻辑推理。合成性质分为抗高冲突性和低冲突适应性, 分别表示对高、低冲突证据的处理结果是否合理。根据证据的特点将抗高冲突性质再细分为 3 种悖论合成性质。传统的研究更多关注对高冲突证据的处理, 但 DSmT 中由于加入了冲突焦元, 其处理高冲突证据能够得到较好效果, 但也带来了信度分散的问题, 从而影响了低冲突证据的合成效果, 在实际应用中低冲突证据和高冲突证据通常是同时存在的, 因此还需要对组合规则的低冲突适应性进行研究。

2.2.1 抗高冲突性

传统组合规则对高冲突证据不能有效处理, 得到与直觉相异的结论, 称之为悖论^[6]。根据证据的冲突程度及特点可以分为 3 种: 全冲突悖论, 0 信任悖论, 1 信任悖论。所以, 抗高冲突性对应分为以下 3 类性质:

(1) 全冲突悖论证据合成性质

如果辨识框架下任意 2 条证据的基本信度分配是完全冲突的, 即使其他大多数证据的基本信度分配的一致性很好, 也不能使用组合规则, 这种情况证据的合成性质称为全冲突悖论证据合成性质。

(2) 0 信任悖论证据合成性质

如果辨识框架下多条证据中某条证据的某一焦元的基本信度分配为 0, 且该焦元与同一证据中其他基本信度分配不为 0 的焦元的交集不是其本身, 则无论其他证据对该焦元的基本信度分配有多大, 组合结果中该焦元的基本信度分配始终为 0, 这种情况证据的合成性质称为 0 信任悖论证据合成性质。

(3) 1 信任悖论证据合成性质

如果辨识框架下多条证据中只有某一焦元 A 的基本信度分配全不为 0, 其他焦元在证据中都存在基本信度分配为 0 的情况, 则会出现所有证据的对 A 的基本信度分配很小而组合结果却为 1 的错误推理, 这种情况证据的合成性质称为 1 信任悖论证据合成性质。

在自由 DSm 模型下, 所有的冲突都通过互斥元素来表示。所以, 从处理高冲突的角度看, 自由 DSm 模型下高冲突证据能够很好地处理, 完全不存在高冲突问题。在 Shafer 模型下, 按照 3 种悖论合成性质进行分析。在混合 DSm 模型下, 存在冲突通过互斥焦元来表示, 其他不存在冲突再分配到存在的焦元中。由于混合 DSm 模型的约束条件也有多种分类, 因此根据约束条件和高冲突证据之间的关系, 混合 DSm 模型可以分为冲突关联混合 DSm 模型和标准混合 DSm 模型。

冲突关联混合 DSm 模型是指涉及 3 种冲突悖论的证据关联到约束条件(如焦元 $\theta_1 \cap \theta_3 = \phi$, 其中, θ_1 和 θ_3 存在悖论)。如证据不关联(如焦元 $\theta_1 \cap \theta_3 = \phi$, 其中, θ_1 和 θ_2 存在悖论)或不存在 3 种冲突悖论, 则称为标准混合 DSm 模型。当为冲突关联混合 DSm 模型时存在高冲突问题, 应按照 3 种悖论证据合成性质对组合规则进行分析。在标准混合 DSm 模型时, 不存在高冲突问题, 无需进行高冲突分析。

2.2.2 低冲突适应性

由于加入了互斥焦点, DSMT 组合规则能够较好地处理高冲突证据,但在处理低冲突证据时存在焦点发散的特点,因此要对组合规则低冲突证据的适应性进行分析。

在辨识框架 Θ 上,有一条证据,其信度函数 m_1 满足条件: m_1 中有一个焦点 A , 其 $m(A)$ 的值大于其他除 Θ 焦点以外所有焦点的基本信度分配值,则称 A 为该信度函数的主焦点,该信度函数 m_1 称为主焦点信度函数。主焦点为在该信度函数中基本信度分配值最大的焦点,这样将 2 个同样主焦点信度函数进行合成时,主焦点不应改变,保持低冲突适应性。

在自由 DSMT 模型下,所有的冲突都是通过互斥元素表示的,在解决高冲突问题的同时降低了焦点的基本信度分配。随着焦点数量的增加,焦点尤其是主焦点的信度降低十分明显,这非常不利于决策。即使在低冲突条件下,DSMT 组合规则焦点信度也会分散。所以,在自由 DSMT 模型下,组合规则无法保证低冲突证据处理的有效性,这也是由 DSMT 的本质决定的。在 Shafer 模型下,冲突被分配到辨识框架中的元素上。组合规则的低冲突适应性取决于对冲突的分配方法,判定方法与文献[4]中的判定方法一致。混合 DSMT 模型包含了加入约束条件的冲突焦点,其焦点的基本信度分配也有一定程度的分散。根据主焦点和约束条件的关系,分为主焦点关联混合 DSMT 模型和主焦点非关联混合 DSMT 模型。主焦点关联混合 DSMT 模型是指约束条件限制与主焦点关联的冲突焦点均为空,反之则为主焦点非关联混合 DSMT 模型。主焦点关联混合 DSMT 模型可用传统的低冲突适应性方法来判定,主焦点非关联混合 DSMT 模型的低冲突适应性明显降低。

2.3 时序性质

时序性质,即证据的合成顺序对合成结果是否有影响及影响的程度。时序性质分为交换性和准结合性。交换性考虑 2 条证据合成时的顺序问题,准结合性考虑多条证据合成时,顺序两两合成与非顺序两两合成结果的关系。在实际应用中,证据进行合成时其次序可能有所差异,如通信链路的不确定性。如果该情况导致结果明显不同,则这样的组合规则可能不那么令人信服,必须加入某些限制条件才能较好地使用。所以,对组合规则的时序性质进行分析对其应用是必要的。

2.3.1 交换性

交换性表示在合成证据没有任何先验知识的情况下,认为 2 个证据是平等的,调换组合的顺序不改变组合结果。

在辨识框架 Θ 上,任意条件独立的 2 个证据,其信度函数分别为 m_1 和 m_2 ,则对于一种组合规则,如果有: $\forall A \subseteq \Theta$, 满足 $m(A) = [m_1 \oplus m_2](A) = [m_2 \oplus m_1](A)$, 则称该组合规则具有交换性。

DSMT 组合规则在 3 种模型下都满足交换性。

2.3.2 准结合性

结合性表示在组合证据没有任何先验知识的情况下,多证据的组合结果完全不受证据的组合次序所影响,即 $\forall A \subseteq \Theta$, 满足:

$$m(A) = [m_1 \oplus m_2] \oplus m_3(A) = m_1 \oplus [m_2 \oplus m_3](A)$$

在 DSMT 模型下,自由 DSMT 组合规则严格符合结合性。但在混合 DSMT 模型下,由于约束条件的存在,其结合性很难满足,为了评价混合 DSMT 模型下时序合成对证据结果的影响,引入准结合性的概念。在给定模型下,使用某种组合规则对证据进行合成,如果证据按照不同的顺序合成结果得到相同的最终决策,那么认为这种组合规则具有准结合性。

自由 DSMT 模型显然满足准结合性。Shafer 模型根据不同的组合规则,部分满足结合性,但都满足准结合性^[7]。在混合 DSMT 模型下,约束的存在使合成存在不对称性,也使其在混合 DSMT 模型下不符合完全的结合性。但是考虑合成顺序和合成结果时,组合规则符合准结合性是可能的。

2.4 工程可用性质

工程可用性质,即组合规则在实际的工程应用中是否具备实用性。工程可用性质可以分为复杂性和鲁棒性。复杂性即组合规则进行证据合成时的计算量;鲁棒性是证据微小变化时结果的变化程度。工程可用性质在实际中直接影响组合规则是否实用,即使组合规则的结果很理想,但如果计算量超过了处理系统的承受能力,则在实际中也无法使用。同理,如果组合规则能对理想的数据进行处理,但在干扰条件下得到错误结果,这样的组合规则也无法在实际中应用。

2.4.1 复杂性

DSMT 中加入了互斥焦点,使焦点数量明显增加,计算量是制约其应用的重要因素。

组合规则的复杂性需要对主要计算量进行分析(主要计算量是指需要进行乘法或除法运算的次数)。结合文献[7], 本文提出了复杂性的定义。

在给定模型下, 有 n 维辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$, 根据相应限制条件, 最大可能焦元集为 D^\ominus , 则焦元数为 $|D^\ominus|$, 对 k 条证据 $m_j(A_{jl}), j = 1, 2, \dots, k, l = 1, 2, \dots, |D^\ominus|, A_{jl} \subseteq \Theta$, 用某种组合规则合成 k 条证据所需要运算的乘法和除法的次数称为该组合规则的复杂性, 表示为 $O_{DSmT}(f(n, k))$ 。

DSmT 中加入了冲突焦元, 使焦元数量明显增加。在自由 DSm 模型下, 当 $n = 0, 1, \dots$ 时, 焦元基数 $|D^\ominus|$ 符合 Dedekind 序列为 1, 2, 5, 19, 167, 7 580, 7 828 353, ...。因此, 在 k 条证据的自由 DSm 模型下, 组合公式的复杂度为 $O(2^k(2^n))$ 。在混合 DSm 模型下, 混合 DSm 模型由于加入了限制条件, 计算量低于相应的自由 DSm 模型, 其复杂性与限制条件的多少有密切关系。组合规则的复杂性还与其对冲突信度的保留方法及对不存在信度的分配相关, 对冲突信度的保留越分散及对信度的分配越精细, 其复杂性越高。在相同证据下, Shafer 模型下的复杂性最低。

2.4.2 鲁棒性

鲁棒性是指当证据焦元的信度函数发生少量变化时, 其组合结果不会发生质的变化或在允许的范围内, 即主焦元在组合前后没有改变^[8]。

在自由 DSm 模型和混合 DSm 模型下的组合规则能够保留冲突信度或对其进行合理的分配, 由于没有 Dempster 组合规则的归一化问题, 因此自由 DSm 模型和混合 DSm 模型下的组合规则鲁棒性较好, 不会因为证据的微小变化带来结果的不一致。但在 Shafer 模型下, Dempster 组合规则因归一化鲁棒性较差, 会得到不合理的结果, 其他组合规则在 Shafer 模型下能否保持鲁棒性与改进的思想有关。总体来说, DSmT 组合规则鲁棒性较好。

3 算例分析

为了检验不同组合规则的性质, 通过算例对 3 种规则的抗高冲突性、低冲突适应性、准结合性、复杂性及鲁棒性进行了定量分析。例 1 验证组合规则的抗高冲突性、低冲突适应性、准结合性和复杂性, 但例 1 不能很好地验证鲁棒性, 例 2 验证了组合规则的鲁棒性。

3.1 合成性质验证

例 1 有 5 部传感器, 辨识框架为 $\Theta = \{F, H, N\}$, 设模型为 Shafer 模型, $m_i(\cdot)$ 和 $m'_i(\cdot) (i = 1, 2, \dots, 5)$ 分别为 2 个时刻 5 部传感器获得的基本信度分配; $m_i(\cdot)$ 为低冲突证据; $m'_i(\cdot)$ 为高冲突证据, 见表 1。

表 1 基本信度分配

证据	F	H	N
m_1	0.50	0.20	0.30
m_2	0.90	0.00	0.10
m_3	0.55	0.10	0.35
m_4	0.55	0.10	0.35
m_5	0.50	0.20	0.30
m'_1	0.50	0.20	0.30
m'_2	0.10	0.00	0.90
m'_3	0.55	0.10	0.35
m'_4	0.55	0.10	0.35
m'_5	0.50	0.20	0.30

通过 3 种组合规则对表 1 的证据进行处理, 得到的结果如表 2 所示。

表 2 组合规则的合成性质

规则	类别	抗高冲突性 $m'_1 \sim m'_5$	低冲突适应性 $m_1 \sim m_5$
混合 DSm 规则	F	0.355 0	0.157 4
	H	0.050 8	0.026 2
	N	0.141 6	0.343 1
	F H	0.107 3	0.158 9
	H N	0.054 8	0.186 8
	F N	0.211 0	0.068 3
PCR6 规则 ^[9]	F H N	0.079 5	0.059 3
	F	0.589 0	0.781 5
	H	0.181 5	0.055 1
交互自适应规则 ^[10]	N	0.229 5	0.163 4
	F	0.731 7	0.954 2
	H	0.092 4	0.007 6
	N	0.175 9	0.038 2

3.2 时序性质验证

DSmT 组合规则都满足交换性。下面通过例 1 的第 1 组证据 $m_i(\cdot)$ 验证 3 种组合规则的准结合性, 得到的结果如表 3 所示。

表 3 组合规则的准结合性

规则	类别	$[m_1 \oplus m_2] \oplus m_3$	$m_1 \oplus [m_2 \oplus m_3]$
混合 DS _m 规则	F	0.522 5	0.697 5
	H	0.020 0	0.000 0
	N	0.129 5	0.054 5
	F H	0.045 0	0.018 0
	H N	0.003 0	0.002 0
	F N	0.174 0	0.122 0
	F H N	0.106 0	0.106 0
PCR6 规则	F	0.820 7	0.876 2
	H	0.022 7	0.011 8
	N	0.156 6	0.112 0
交互自适应 规则	F	0.941 7	0.957 2
	H	0.002 8	0.000 1
	N	0.055 5	0.042 7

3.3 工程可用性质验证

本节通过例 1 的第 1 组证据 $m_i(\cdot)$, 验证 3 种组合规则在工程可用性中的复杂性, 得到的结果如表 4 所示。

表 4 组合规则的复杂性

证据	k=2	k=3	k=4	k=5
混合 DS _m 规则	2^9	2^{27}	2^{45}	2^{63}
PCR6 规则	2^9	2^{18}	2^{27}	2^{36}
交互自适应规则	2^{38}	2^{76}	2^{114}	2^{152}

尽管例 1 可以验证上述性质, 但不能很好地验证组合规则的鲁棒性, 所以, 给出例 2 对组合规则的鲁棒性进行验证, 结果如表 5 所示。

表 5 组合规则的鲁棒性

证据	类别	$\varepsilon=1 \times 10^{-6}$	$\varepsilon=1 \times 10^{-4}$	$\varepsilon=0.01$
混合 DS _m 规则	F	9.9×10^{-7}	9.898×10^{-5}	9.7×10^{-3}
	H	1×10^{-4}	1×10^{-4}	4×10^{-4}
	N	9.9×10^{-7}	9.9×10^{-5}	9.7×10^{-3}
	F H	0.099	0.01	0.019 6
	F N	0.980 1	0.979 7	0.941 0
	H N	0.099	0.01	0.019 6
	PCR6 规则	F	0.499 85	0.489 95
H	3×10^{-4}	2.04×10^{-4}	1.46×10^{-3}	
N	0.499 85	0.499 85	0.499 27	
交互自适 应规则	F	0.499 8	0.499 8	0.499 08
	H	4×10^{-4}	4×10^{-4}	1.84×10^{-3}
	N	0.499 8	0.499 8	0.499 08

例 2 有 2 部传感器, 辨识框架为 $\Theta = \{F, H, N\}$, 设模型为 Shafer 模型。其中, $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$ 分别为:

$$m_1(F) = 0.99 - 2\varepsilon, m_1(H) = 0.01 + \varepsilon, m_1(N) = \varepsilon$$

$$m_2(F) = \varepsilon, m_2(H) = 0.01 + \varepsilon, m_2(N) = 0.99 - 2\varepsilon$$

3.4 性质分析

在合成性质上, 3 种组合规则都没有出现悖论问题, 说明 DS_mT 的组合规则能够完成对高低冲突证据的合成。由合成结果可知, 交互自适应规则的合成性质最优、其次是 PCR6 规则, 混合 DS_m 规则的结果有很大的模糊性, 合成性质较差。

在时序性质上, 交换性和准结合性 3 种规则都满足, DS_mT 组合规则时序性质较好。

在工程可用性上, 交互自适应规则需要同时计算 PCR6 规则、扩展 Dempster 规则和权重, 因此复杂性最高, 混合 DS_m 规则计算了所有交集, 复杂性次之, PCR6 规则主要对冲突部分进行重分配, 复杂性相对较低。3 种规则的鲁棒性都较好, 微小扰动不会导致合成结果的剧烈变化。

综上, 通过 3 大类 6 种性能对 3 种组合规则的特性进行比较全面的表示说明, 所以, 本文提出的性质对 DS_mT 组合规则的描述分析是有效的。

4 结束语

组合规则的性质决定了组合规则的适用范围和改进方向。本文通过对 DS_mT 组合规则在不同 DS_m 模型下性质的分析, 给出了 3 大类具体 6 条性质, 这些性质能在 Shafer 模型、混合 DS_m 模型和自由 DS_m 模型下使用, 对各模型下 DS_mT 组合规则的特性进行比较全面的描述。但本文主要从宏观角度对组合规则的性质进行分析, 没有对如何通过这些性质评价组合规则以及组合规则性质的详细量化方法进行研究, 这也是下一步研究的方向。

参考文献

[1] Dezert J. Foundations for a New Theory of Plausible and Paradoxical Reasoning[J]. Information and Security Journal, 2002, 12(1): 26-30.

[2] Smarandache F, Dezert J. An Introduction to DS_mT[C]// Proc. of Conference on Advances and Applications of DS_mT for Information Fusion. Rehoboth, USA: American Research Press, 2009: 3-74.

(下转第 298 页)

在本文实验中, 采样点数为 1 000 时, 使用本文提出的求解三对角线性方程组向量化算法求解泊松方程与不使用该向量化算法求解方程的时间分别为 231 μs 和 545 μs , 加速比为 2.3。

6 结束语

国产龙芯系列处理器正在走向市场化, 为用户提供面向龙芯体系结构特点的高性能数学函数库是必不可少的。求解三对角矩阵是数学、物理等领域的一个基本问题, 优化其性能有着重要的意义。本文基于龙芯 3B 处理器, 针对其实现了对向量扩展指令支持的特点, 对求解三对角矩阵的循环规约算法进行了向量化, 并合理安排指令调度。最后, 将此向量化算法运用在求解泊松方程中, 并取得了一定的性能提升。

若要进一步提高性能, 今后还需要在算法层面做优化。同时, 由于龙芯 3B 的多核特性, 可以考虑使用多核进行方程组求解。

参考文献

- [1] Wang H H. A Parallel Method for Tridiagonal Equations[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1981, 7(2): 170-183.
- [2] 姜彩霞. 基于龙芯的 GCC 自动向量化移植与优化[D]. 北京: 中国科学院计算技术研究所, 2009.
- [3] Gander W, Golub G H. Cyclic Reduction——History and Applications[C]//Proc. of the Workshop on Scientific Computing. Hong Kong, China: [s. n.], 1997: 73-85.
- [4] 裴晓航, 何颂颂. 基于龙芯 3B 的 H.264 解码器的向量化[J]. 电子技术, 2010, 37(10): 88-90.
- [5] 龙芯 3B 处理器用户手册 V1.0 版[Z]. 北京: 中国科学院计算技术研究所, 2011.
- [6] Stone H S. An Efficient Parallel Algorithm for the Solution of a Tridiagonal Linear System of Equations[J]. Journal of the ACM, 1973, 20(1): 27-38.
- [7] Kass M, Lefohn A, Owens J D. Interactive Depth of Field Using Simulated Diffusion[R]. Pixar Animation Studios, Technical Report: 06-01, 2006.
- [8] Sengupta S, Harris M, Zhang Yao, et al. Scan Primitives for GPU Computing[C]//Proc. of the 22nd ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS Symposium on Graphics Hardware. [S. l.]: ACM Press, 2007: 97-106.
- [9] Zhang Yao, Cohen J, Owens J D. Fast Tridiagonal Solvers on the GPU[C]//Proc. of the 15th ACM SIGPLAN Symposium on Principles and Practice of Parallel Programming. New York, USA: ACM Press, 2010: 127-136.
- [10] Briggs W L, Henson V E, McCormick S F. A Multi-grid Tutorial[M]. 2nd ed. Beijing, China: Tsinghua University Press, 2011.

编辑 顾逸斐

(上接第 292 页)

- [1] 王 壮, 胡卫东, 郁文贤, 等. 数据融合中的 Dempster-Shafer 证据理论[J]. 火力与指挥控制, 2001, 26(3): 166-170.
- [2] 徐从富, 耿卫东, 潘云鹤. 面向数据融合的 DS 方法综述[J]. 电子学报, 2001, 29(3): 393-396.
- [3] Dezert J, Smarandache F. On the Generation of Hyper-power Sets for the DS_mT[C]//Proc. of the 6th International Conference on Information Fusion. Piscataway, USA: IEEE Press, 2003: 1118-1125.
- [4] Zadeh L A. Review of Shafer's "A Mathematical Theory of Evidence"[J]. AI Magazine, 1984, 5(3): 81-83.
- [5] 侯 俊. 证据推理的组合方法、评价体系与应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
- [6] 潘 泉, 张山鹰, 程咏梅, 等. 证据推理的鲁棒性研究[J]. 自动化学报, 2001, 27(6): 798-805.
- [7] Martin A, Osswald C. A New Generalization of the Proportional Conflict Redistribution Rule Stable in Terms of Decision[C]//Proc. of Conference on Advances and Applications of DS_mT for Information Fusion. Rehoboth, USA: American Research Press, 2006: 69-88.
- [8] Jin Hongbin, Lan Jiangqiao. Interactive-adaptive Combination Rule[J]. China Communications, 2011, 8(2): 140-146.

编辑 任吉慧