Motto : ”**Ştiinţa** : o lungă şi sistematică curiozitate”
Andre Mauronis
Dovada : ”**Nu am niciun talent anume.**
Sunt doar extraordinar…. de curios”
Albert Einstein

CURIOZITĂŢI ALE FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE

1. PENTRU ÎNCEPUT bexθ ŞI Bexα

Funcţiile **beta excentrice** de variabilă **excentrică bexθ** şi de variabilă **centrică Bexα** stau la baza edificiul **funcţiilor supermatematice circulare excentrice (FSM−CE)**. Ecuaţiile lor de definire sunt:

$$(1)\quad \begin{cases} \mathbf{bex}\theta = \arcsin\,[s.\sin(\theta - \varepsilon)] \\ \mathbf{Bex}\alpha = \arcsin\dfrac{s.\sin(\theta-\varepsilon)}{\pm Rex\alpha} = \arcsin\dfrac{s.\sin(\theta-\varepsilon)}{\pm\sqrt{1+s^2-2.s\cos(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases},$$

cu graficele din **figura 1**.

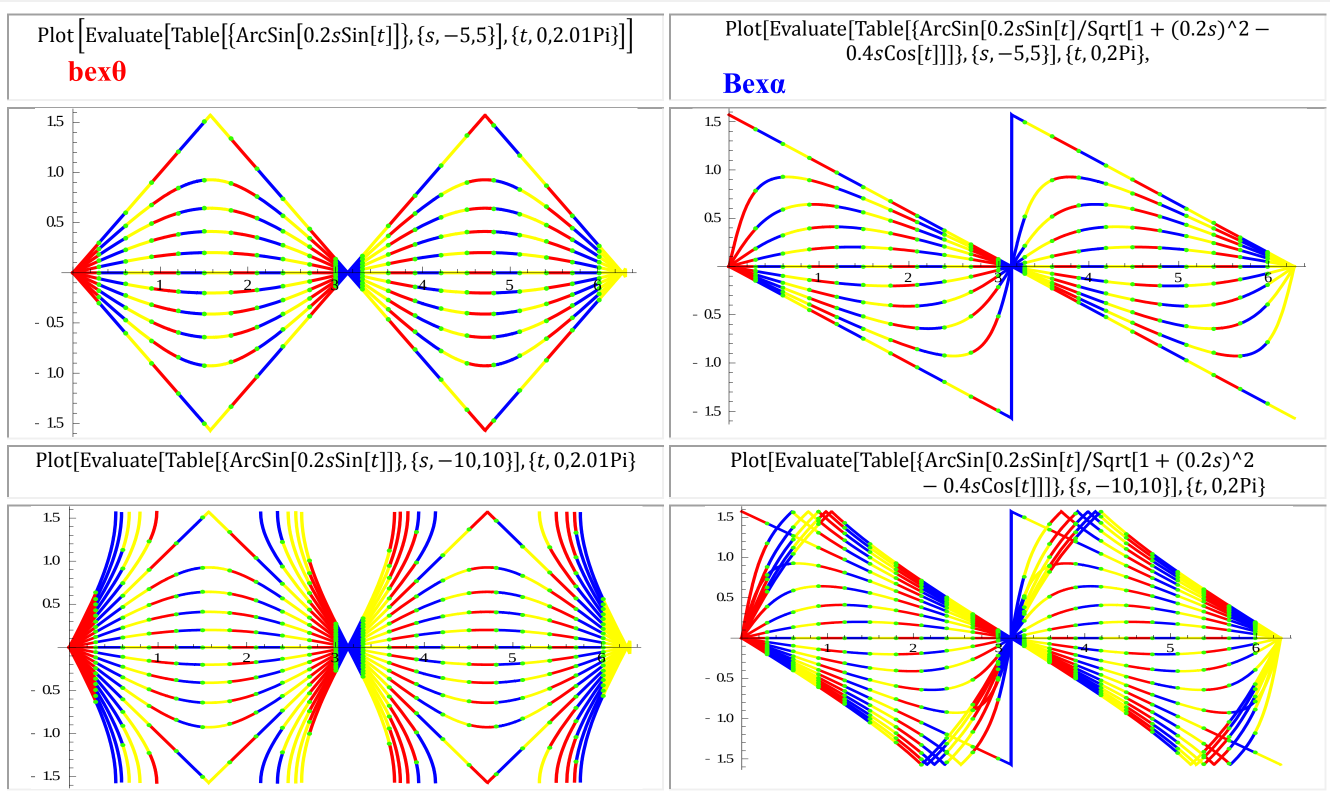


Fig. 1 Graficele **FSM−CE beta excentrice bexθ** ◀ şi **Bexα** ▶ de excentricitate liniară numerică **s** ∈ [**-1**, **1**] 🡅 şi **s** ∈ [**-2**, **2**] 🡇

Se observă (**Fig. 1**) că, pentru **s** ∈ [**-2**, **2**], adică pentru $s^2 > 1$, **FSM−CE beta excentrice bexθ** sunt discontinue, în timp ce **Bexα** sunt continue pe tot domeniul **s** ∈ [− ∞, + ∞] 🡇 şi că în domeniul **s** ∈ [**-1**, **1**], în care ambele funcţii sunt continue, cele de variabilă excentrică, pentru **s** = ± **1**, sunt funcţii speciale triunghiulare, sau în

dinţi simetrici de ferestrău ↑ ◀, iar cele de variabilă centrică sunt asimetrice sau în dinţi de ferestrău înclinaţi (**Fig.2** ↑▶).

Plot[{ArcSin[Sin[t]], ArcSin[−Sin[t]]}, {t, 0,2.01Pi}]

Plot[Evaluate[Table[{ArcSin[Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]], ArcSin[−Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]

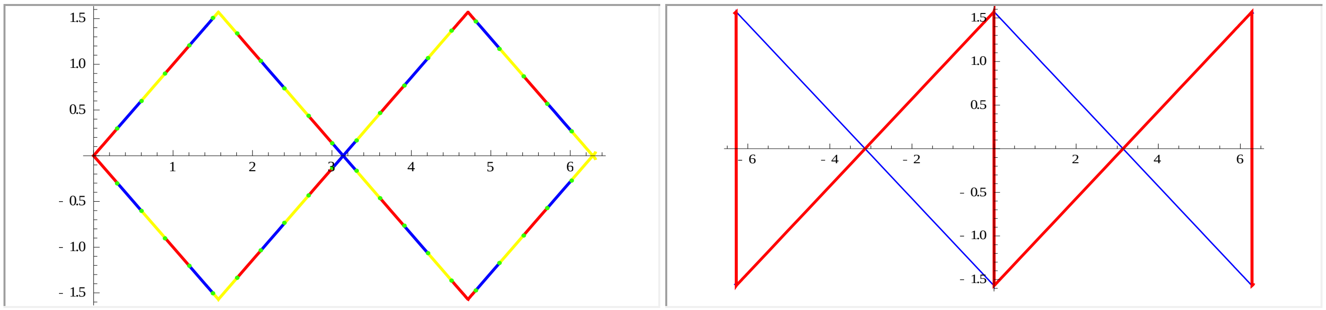


Fig. 2 Graficele **FSM−CE beta excentrice bexθ** ◀ şi **Bexα** ▶
de excentricitate liniară numerică **s** = ± **1.**

Prin considerarea / adăugarea, la aceste funcţii a variabilelor respective se obţin **FSM−CE**, **aexθ** şi, respectiv, **Aexα** adică:

$$(2)\quad \begin{cases} \mathbf{aex\theta} = \boldsymbol{\theta} - \arcsin\,[\boldsymbol{s}.\boldsymbol{sin}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\varepsilon})] \\ \mathbf{Aex\alpha} = \boldsymbol{\alpha} + \arcsin\dfrac{\boldsymbol{s}.\boldsymbol{sin}(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\varepsilon})}{\pm \boldsymbol{Rex\alpha}} = \boldsymbol{\alpha} + \arcsin\dfrac{\boldsymbol{s}.\boldsymbol{sin}(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\varepsilon})}{\pm\sqrt{1+\boldsymbol{s}^2-2.\boldsymbol{s}\cos(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases}$$

Toate **FSM−CE** (**cex, sex, tex**, ş.m.a.) se obţin din cele **centrice (FCC) (cos, sin, tan**, ş.m.a.) prin înlocuirea **variabilei α** cu funcţiile **aexθ** şi, respectiv, **Aexα**, tot aşa, cum **funcţiile eliptice Jacobi (FEJ)** se obţin prin înlocuirea **variabilei α** cu **funcţiile eliptice Jacobi amplitudinus / amplitudine am(u,k)**, cu diferenţa că **FSM−CE aexθ** şi **Aexα** au **expresiile matematice simple** (2) pe când **FEJ am(z ≡ u, k)**, are o expresie matematică complexă, o dezvoltare în următoarea serie de puteri cu 12 termeni:

(3) Series[JacobiAmplitude[z,m],{z,0,12}]

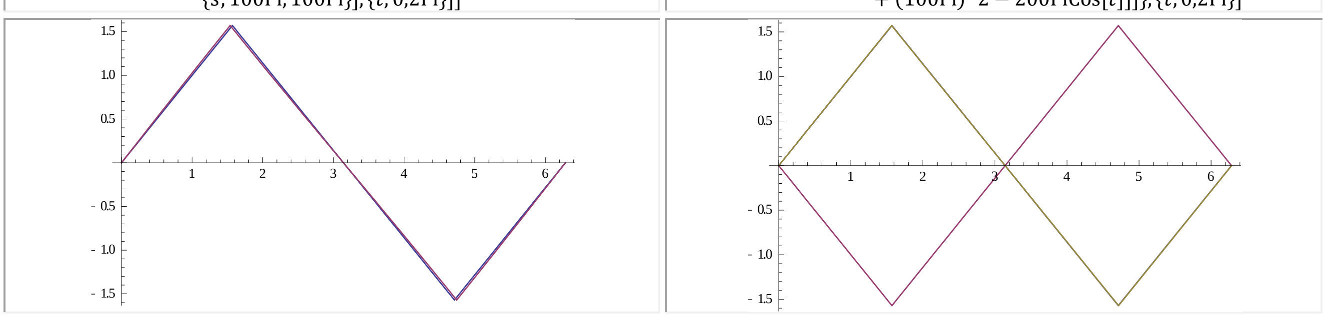
$$z-(m\,z^3)/6+1/120\,(4\,m+m^2)\,z^5+((-16\,m-44\,m^2-m^3)\,z^7)/5040+((64\,m+912\,m^2+408\,m^3+m^4)\,z^9)/362880+((-256\,m-15808\,m^2-30768\,m^3-3688\,m^4-m^5)\,z^{11})/39916800+O[z]^{13}.$$

În ce consta curiozitatea funcţiilor **bata excentrice** ?

În faptul că pentru o **excentricitate liniară numerică s** extrem de mare, care tinde la infinit **s** → ∞ functiile **Bexα** devin identice cu funţiile **aexθ** de **s = ± 1**. Cu alte cuvinte, funcţiile **Bexα** se înclină continuu spre stânga sau spre dreapta, astfel că, pentru **s = ±** 1, un segment al acestora devine vertical, ca mai apoi, în continuarea creşterii excentricităţii, **sensul de înclinare** să se schimbe, devenind din asimetrice quasisimetrice ca şi **aexθ**, aşa cum se poate observa din **figurile 3.**

ArcSin şi ArcSin[0.1sSin[t]/Sqrt[1 + (0.1s)^2 − 0.2sCos[t]]]}, {s, 100Pi, 100Pi}], {t, 0,2Pi}]]

Plot[{ArcSin[Sin[t]], −ArcSin[Sin[t]], ArcSin[100PiSin[t]/Sqrt[1 + (100Pi)^2 − 200PiCos[t]]]}, {t, 0,2Pi}]



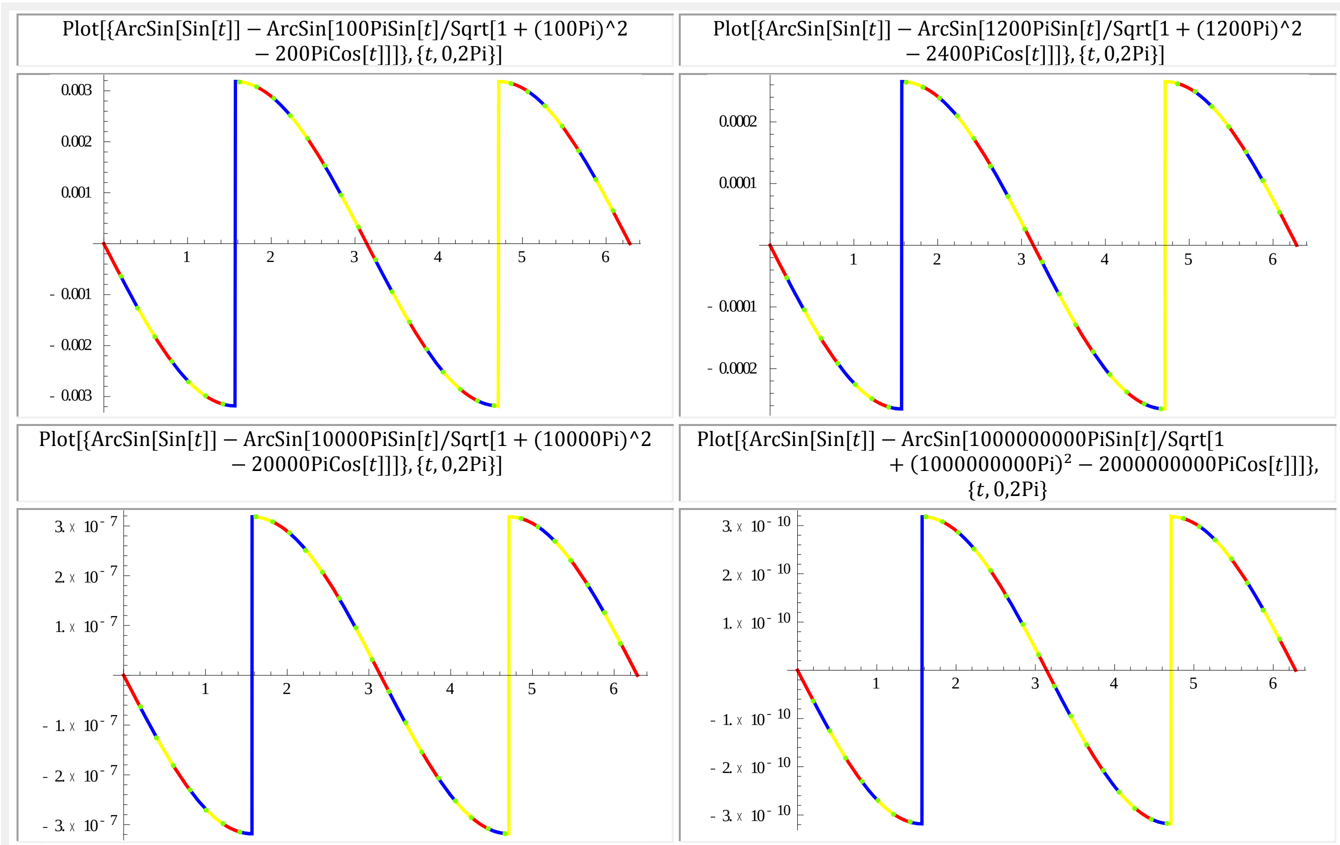
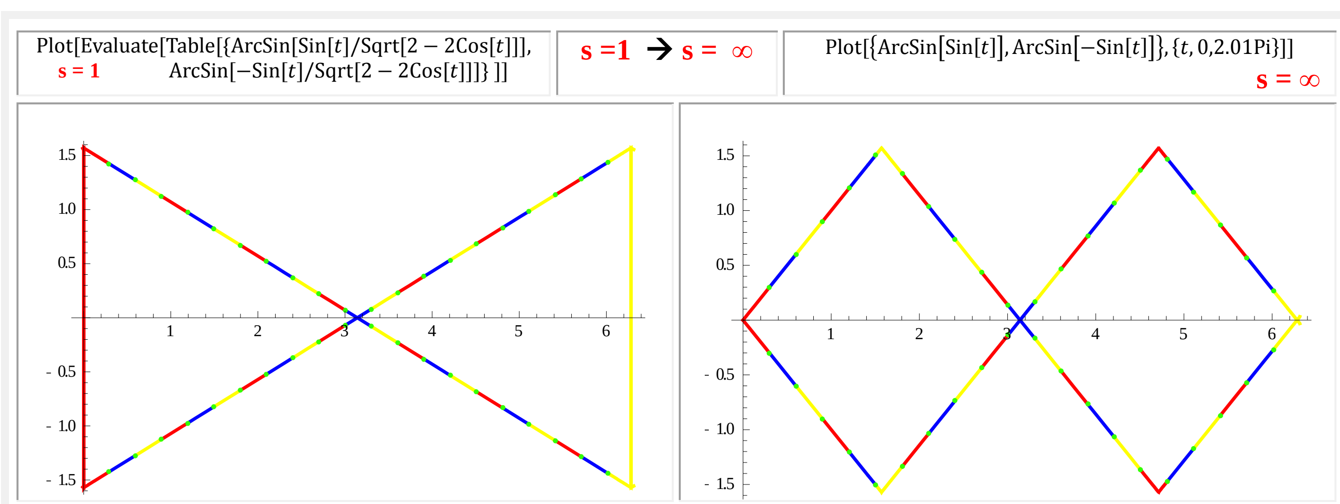


Fig. 3 Tendinţa de apropiere / suprapunere a graficelor **FSM−CE Bexα** de cele al funcţiilor **beta excentrice bexθ,** de excentricitate liniară numerică **s** = ± **1,** odată cu creşterea exagerată (**s** → ± ∞) a valorii excentricităţii liniare numerice ale funcţiilor **Bexα**

În aceeaşi figură sunt reprezentate şi erorile € / diferenţele de aproximare a **FSM−CE bexθ** de **s = ± 1** prin ***Bexα*** de **s** >>> **100**, pentru **α** = **θ**. Se observă că pentru **s = 100.000.000 *π*** diferenţele **€** sunt sub **3 x 10**$^{-10}$.

Se poate presupune că, pentru **s** → ± ∞**,** diferenţele / erorile ar putea fi nule şi, ca urmare, **FSM−CE** de variabilă centrică **Bexα,** pentru **s** → ± ∞**,** ar putea trece în **FSM−CE** de variabilă excentrică **bexθ** de **s = 1**, aşa cum se sugerează în **figura** 4.



Plot[{ArcSin[1000000 Sin[t]/Sqrt[(1000000)² − 2000000Cos[t]]], ArcSin[−1000000 Sin[t]/Sqrt[(1000000)² − 2000000Cos[t]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}, PlotStyle → {Blue, {Red, Thick}}]

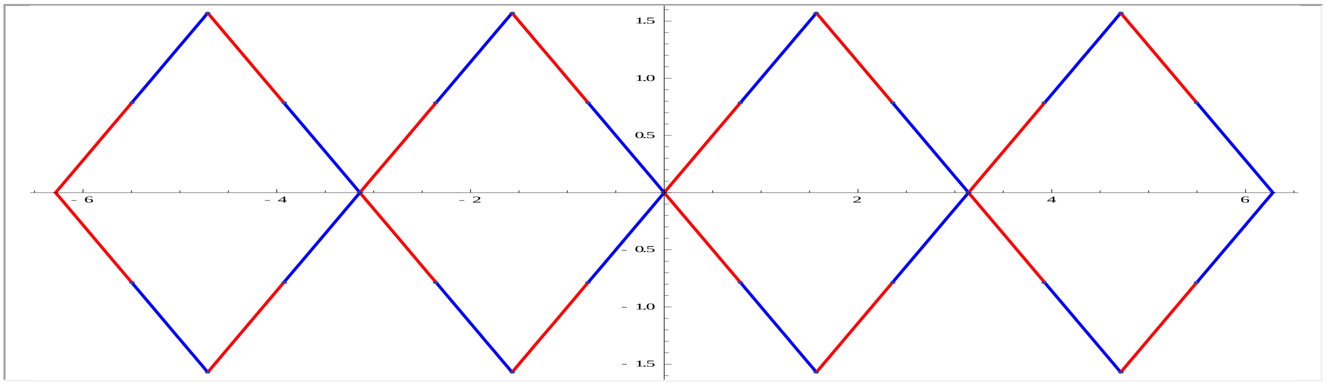


Fig. 4 Transformarea figurilor ▶ prin trecerea de la **s = 1** la → **s = ∞**

S-a constatat “experimental” că reciproca nu-i adevărată, adică, prin creşterea, oricât de mare, a excentricităţii **FSM−CE bexθ** nu se obţin funţii **Bexα** de **s = 1,** ci funcţii **sinα** de aplitudini care scad cu creşterea excentricitaţii liniare numerice **s** .

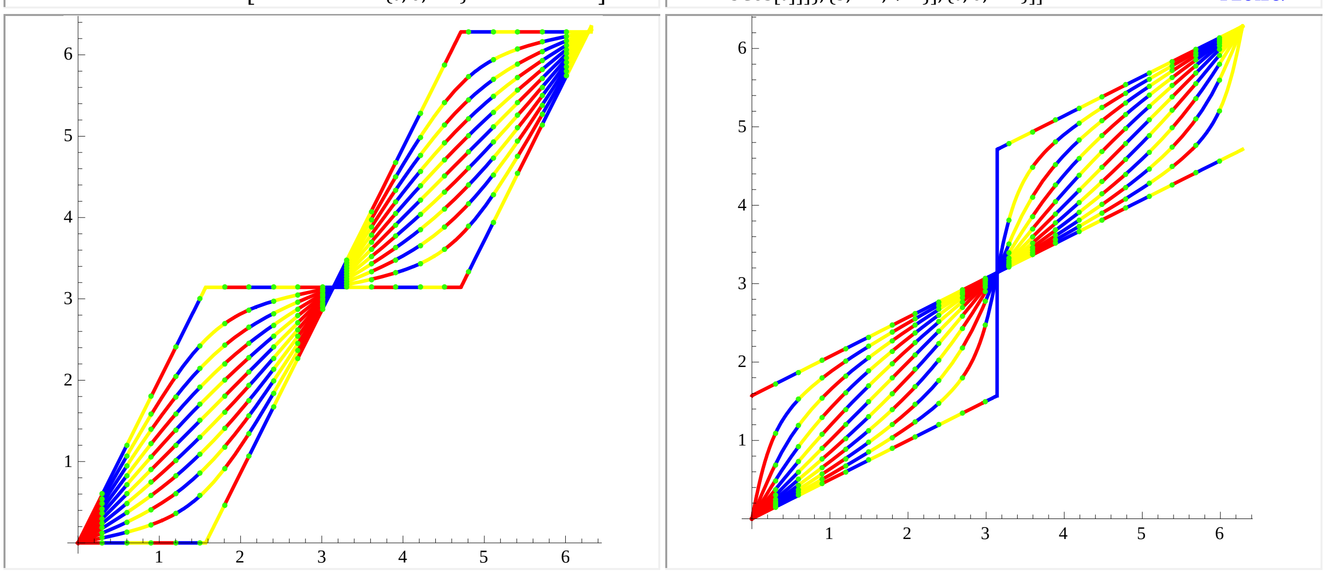
2. CONTINUARE CU aexθ ŞI Aexα

Aceste **FSM−CE**, de variabile **θ** şi de **α**, definite prin ecuaţiile parametrice (2), au graficele în **figura 5** şi, aşa cum se poate observa, mai elocvent / clar în **figura 6**, ele sunt inverse una alteia. Pentru câroctaşi şi necredincioşi, au fost prezetate cele doua tipuri de funcţii şi suprapuse, atât în 2D cât şi în 3D, în **figura 6**.

Pentru a demonstra transformarea **FSM−CE Aexα,** de **excentricitate liniară numerică s >>>1**, foarte mare (**s = 10.000**) în **FSM−CE aexθ** de **s = 1** au fost prezentate graficele din **figura 7.** Se observă că **aexθ (Fig.5. 🡅◀)** la **θ = π** apare un segment orizontal, în timp ce la **Aexα** apare unul vertical **(Fig.5. 🡅▶).**

aexθ Plot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[sSin[t]]}, {s, −1,1}], {t, 0, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{t + ArcSin[sSin[t]/Sqrt[1 + s² −2sCos[t]]]}, {s, −1, + 1}], {t, 0, 2Pi}]] Aexα



$aex\theta^{-1}$ ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[sSin[t]], t}, {s, −1, 1}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{t + ArcSin[sSin[t]/Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t]]], t}, {s, −1 ,1}], {t, 0,2Pi} $Aex\alpha^{-1}$

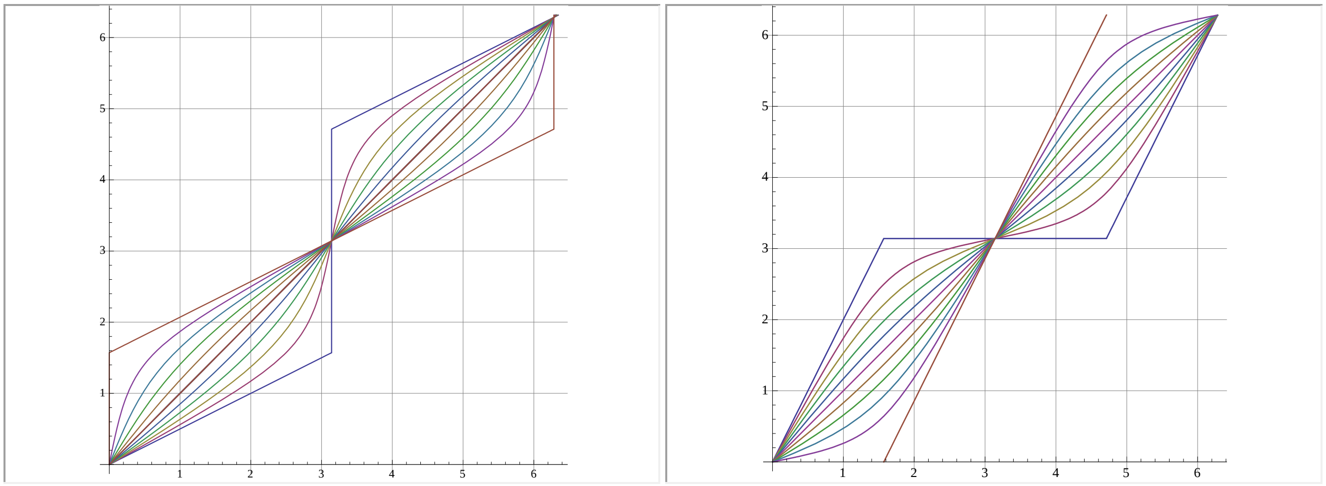


Fig. 5 Graficele **FSM−CE Aexα** şi **aexθ**

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]]}, {t − ArcSin[0.2sSin[t]], t}}, {s, −5,5}], {t, 0,2.01Pi}]]

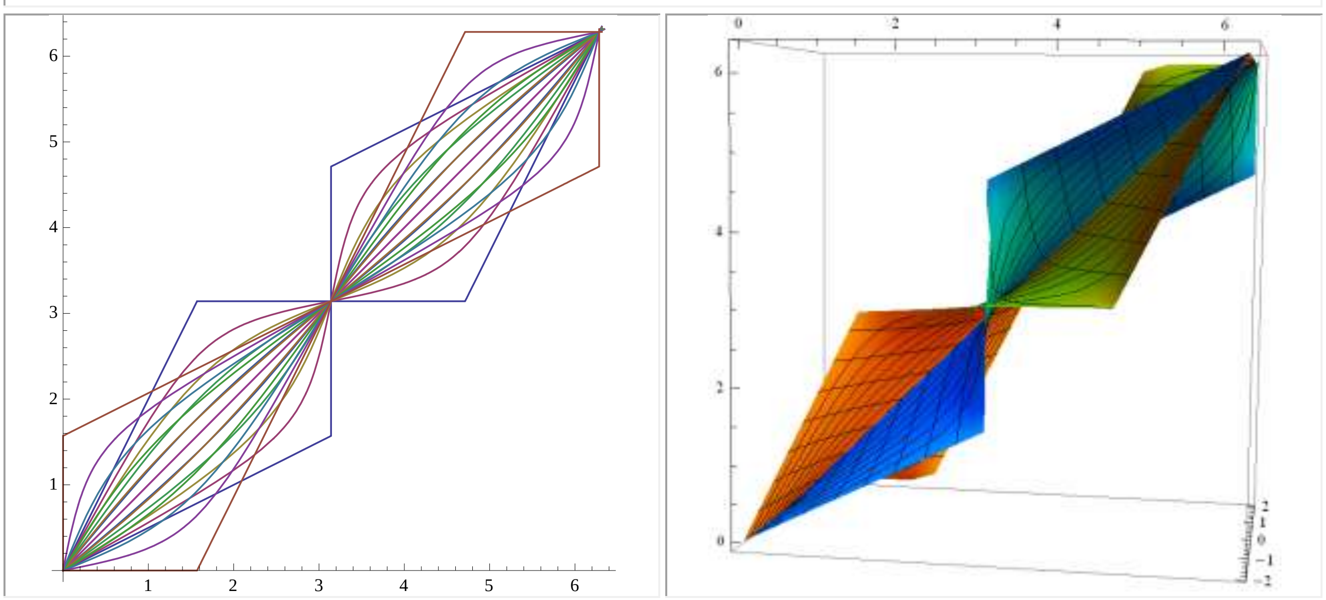
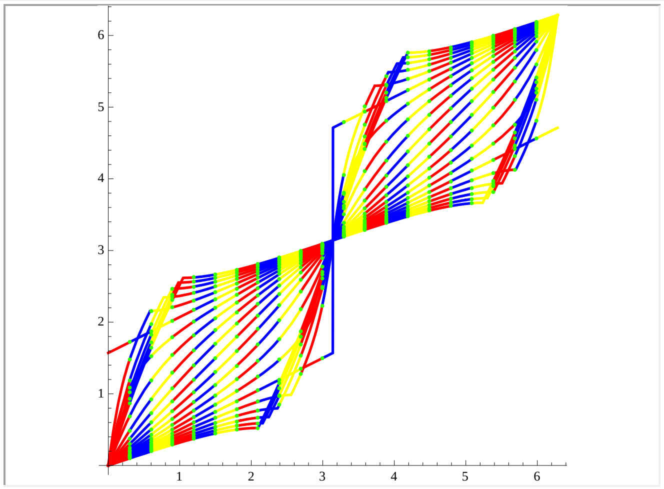
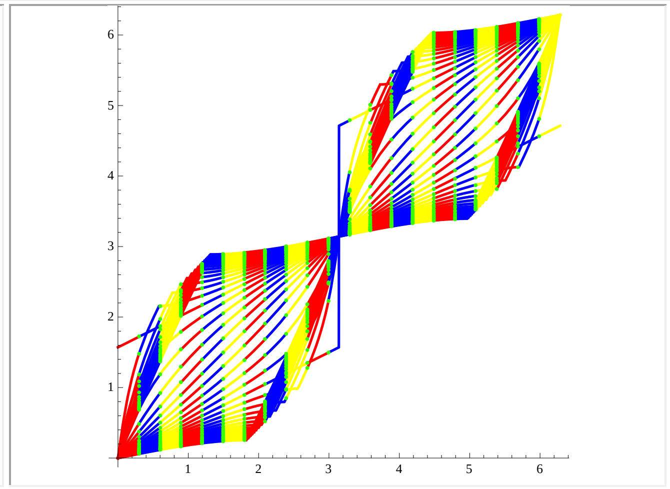


Fig. 6 Funcţiile **aexθ** şi **Aexα inverse** una alteia

În partea inferioară 🡻 a **figurii 5** au fost redate graficele simetricelor faţă de prima bisectoare, pentru a demonstra că ele sunt inverse una alteia. Ceea ce rezultă şi din **figura 6**.

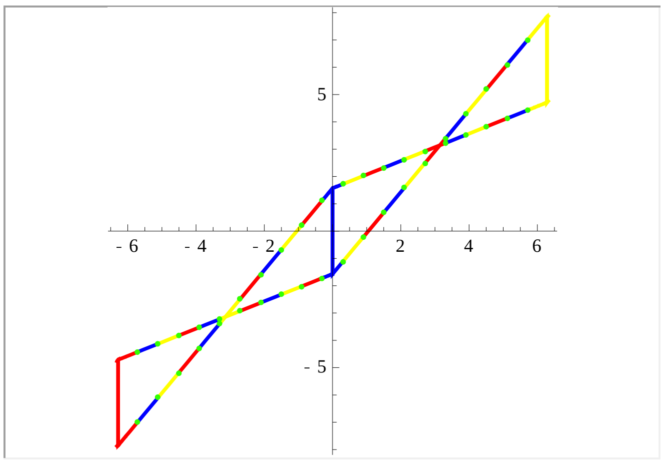
Plot[Evaluate[Table[{t + ArcSin[sSin[t]/Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t]]]}, {s, −2,2}], {t, 0,2Pi}	Plot[Evaluate[Table[{t + ArcSin[sSin[t]/Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t]]]}, {s, −4, 4}], {t, 0,2Pi}

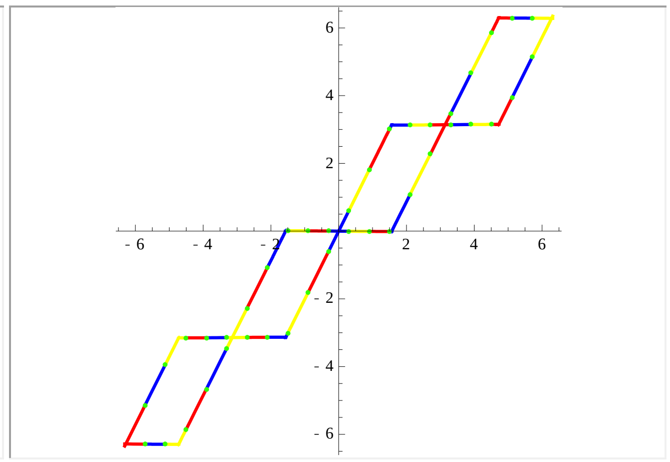




Plot[{t + ArcSin[Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]], t + ArcSin[−Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]

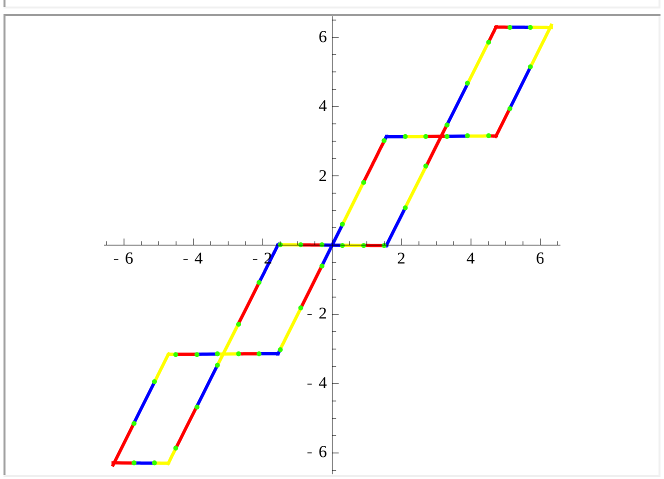
Plot[{t − ArcSin[Sin[t]], t − ArcSin[−Sin[t]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]





Plot[{t + ArcSin[100 Sin[t]/Sqrt[100² − 200Cos[t]]], t + ArcSin[−100 Sin[t]/Sqrt[100² − 200Cos[t]]]}, {t, −2.01Pi, 2.01Pi}]

Plot[{t + ArcSin[10000 Sin[t]/Sqrt[10000² − 20000Cos[t]]], t + ArcSin[−10000 Sin[t]/Sqrt[10000² − 20000Cos[t]]]}, {t, −Pi, 2Pi}]



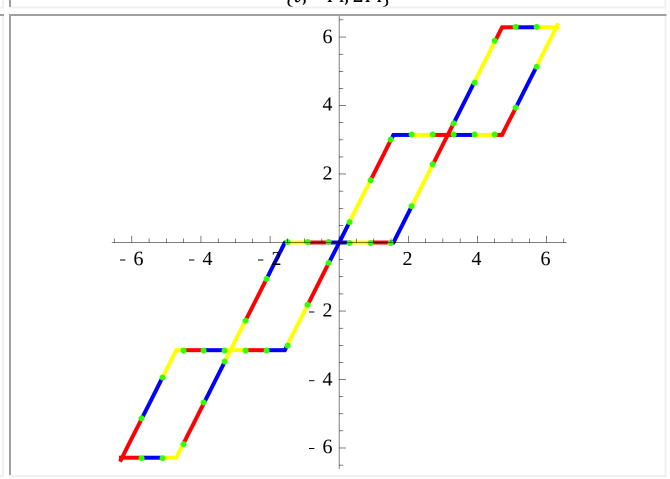


Fig. 7 Transformarea graficelor funcţiei **Aexα** de **s = 10.000** în funcţia **aexθ** de **s = 1**