DOI: 10.13467/j.cnki.jbuns.2000.01.007

关于 Smarandache序列中的素数问题*

李　田

(广东省廉江综合成人中等专业学校,广东 廉江 524400)

摘　要: 解决了有关 Smarandache序列中的素数个数问题。

关键词: Smarandache序列;素数; 0, 1交错链

中图分类号: O156.1　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-1261(2000)01-0031-01

Primes among Smarandache sequence

LI Tian

(Lianjiang Multiple Adult School for Professional Traiwing, Lianjiang 524400, Guangdong, China)

Abstract It is solved how many primes are among Smarandache sequence.

Key words Smarandach sequence; prime; pierced chain of 0, 1

MR(1991) **Subject Classification** 11A41

F. Smarandache在 90年代初引入了一种整数序列[1]:

$$101,\ 1010101,\ 10101010101,\ 101010101010101,\cdots,\ \underbrace{10101010\cdots101}_{2n\text{个}1},\cdots$$

人们常称之为 Smarandche 0, 1交错链。若记

$$a_n=\frac{C(n)}{101}=1\underbrace{00010001\cdots0001}_{n-1\text{个}0001}\qquad(1)$$

其中 $C(n)$为 Smarandache 0, 1交错链中的第 n项,称序列$\{a_n\}$为 Smarandache序列。

F. Smarandache提出: 在 Smarandache序列$\{a_n\}$中有多少个素数?现回答如下:

定理　Smarandache序列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$中没有素数,其中 $a_n = C(n)/101, n\in \mathbf{N}$.

证明　由(1)得

$$a_n=\frac{C(n)}{101}=\frac{10^{4n}-1}{10^4-1},\ n\in\mathbf{N}\qquad(2)$$

由(2)式得 a_2, a_3的标准分解式

$$a_1=1,\qquad a_2=10001=73\cdot137\qquad(3)$$

$$a_3=100010001=3\cdot7\cdot13\cdot37\cdot9901\qquad(4)$$

1) 当 $n\equiv0(mod\ 2)$,且 $n>2$时,若 $n=2(2k+1), k\geqslant1$,则由(2)得

$$a_n=a_2(10^{8\cdot2k}+10^{8(2k-1)}+\cdots+10^8+1)\qquad(5)$$

是合数;若 $n=4k, k\geqslant1$时,则由(2)得

$$a_n=\begin{cases}a_2(10^{8(k-1)}+10^{8(k-2)}+\cdots+10^8+1)\cdot(10^{8k}+1), & \text{若 } k \text{ 为奇数};\\ \dfrac{10^{8\cdot\frac{k}{2}}-1}{10^4-1}\cdot(10^{8\cdot\frac{k}{2}}+1)(10^{8k}+1), & \text{若 } k \text{ 为偶数};\\ (10^{4\cdot2^{m-1}}+1)(10^{4\cdot2^{m-2}}+1)\cdots(10^{4\cdot2}+1)(10^4+1), & \text{若 } k=2^m.\end{cases}\qquad(6)$$

(下转第 58页)

* 收稿日期: 1999-04-23
作者简介: 李田(1953-),男,广东廉江人,讲师

域,区域中的每一个点都具有相同的势,即对于同一结点区域的任意两点 x 和 y,有:

$N_x^{VDD} = N_y^{VDD}, N_x^{GND} = N_y^{GND}, N_x^{HZ} = N_y^{HZ}$

满足上面三个等式的结点称为相同结点。

不同结点:若上面三个等式至少有一个不成立,则称结点 x 和 y 为不同结点。

结论 2 静态 CMOS电路任意桥接故障都是 IDDQ可测的。

证明: 设 x 和 y 为任意两个不同结点,即

$N_x^{VDD} = N_y^{VDD}, N_x^{GND} = N_y^{GND}, N_x^{HZ} = N_y^{HZ}$

至少有一个不成立。

待证 $BF(x,y)$ 是 IDDQ可测的。

反证 设 $BF(x,y)$ 是 IDDQ不可测的。

由于 CMOS电路同一结点的 VDD状态集,GND状态集,高阻状态集两两不相交,且

VDD状态集+ GND状态集+ 高阻状态集= 全集。

又因为 x 和 y 为两个不同结点,

故 $N_x^{VDD} = N_y^{VDD}, N_x^{GND} = N_y^{GND}$ 至少有一个不成立。

不妨设 $N_x^{VDD} \neq N_y^{VDD}$,即至少存在一个输入向量 α,且 $\alpha \in N_x^{VDD}$ 但 $\alpha \notin N_y^{VDD}$ 或 $\alpha \notin N_x^{VDD}$ 但 $\alpha \in N_y^{VDD}$。

不妨设 $\alpha \in N_x^{VDD}$ 但 $\alpha \notin N_y^{VDD}$,即 $\alpha \in N_x^{VDD}$ 但 $\alpha \in (N_y^{GND} + N_y^{HZ})$,亦即 $\alpha \in N_x^{VDD} \cdot (N_y^{GND} + N_y^{HZ}) = N_x^{VDD} \cdot N_y^{GND} + N_x^{VDD} \cdot N_y^{HZ}$。

由于 $BF(x,y)$ 是 IDDQ不可测的,根据结论 1, $N_x^{VDD} \cdot N_y^{GND} = H$ 和 $N_x^{VDD} \cdot N_y^{HZ} = H$ 成立,

则 $\alpha \in H$,与假设矛盾!

故 $BF(x,y)$ 是 IDDQ可测桥接故障。

由 x 和 y 的任意性知,静态 CMOS电路任意桥接故障都是 IDDQ可测的。

参考文献:

[1] Nigh P, Maly W. Test generation for current testing [A]. In: Proc. European Test Conf. [C]. 1989. 193 ~ 200.

[2] Rajsuman R, Malaiya Y K, Jayasumana A P. On accuracy of switch-level modeling of bridging fault in complex gates [A]. In: Proc. Design Automation Conf. [C]. 1987. 244~ 250.

[3] Lee Kuen-Jong, Breuer M A. Design and test rules for CMOS circuits to facilitate IDDQ testing of bridging faults [J]. *IEEE Trans. on Computer-Aided Design*, 1992, 11(5): 659~ 669.

(校对:李宗红)

(上接第 31页)

由(6)和数学归纳法得 a_n 是合数.由(3)、(5)、(6)得当 $n \equiv 0 \pmod 2$, $n > 1$ 时, a_n 为合数。

2) 当 $n \equiv 1 \pmod 2$, $n > 1$ 时,令

$$i = \frac{n-1}{2}, b_i = \underbrace{909090\cdots9091}_{i个9} =$$

$$\frac{10^{2(i+1)} - 10^{2i+1} + 10 - 1}{10^2 - 1} \tag{7}$$

由(2)和(7)得

$$a_n = \frac{10^{2n}+1}{10^2+1} \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \cdot b_{\frac{n-1}{2}} \tag{8}$$

又因

$$\frac{10^{2n}+1}{10^2+1} = 10^{2(n-1)} - 10^{2(n-2)} + \cdots + (-1)^{n+j} 10^{2(n-j)} + \cdots - 10^2 + 1 \tag{9}$$

为整数。由(4),(7),(8),(9)式得, a_n 为合数。

综合 1)和 2)得, Smarandache序列 $\{a_n\}$ 中没有素数。定理获证。由上述证明过程得:

推论 Smarandache序列 $\{a_n\}$ 中,① 当 $n \equiv 0 \pmod 2$ 时, a_n 中含有素因数 73和 137;

② 当 $n \equiv 1 \pmod 2$, $n \geqslant 3$ 时, a_n 中含有因数

$\underbrace{909090\cdots9091}_{\frac{n-1}{2}个9}$;

③ 当 $n \equiv 0 \pmod 3$ 时, a_n 中含有因数

$\underbrace{999\cdots9}_{\frac{2n}{3}个9}\underbrace{000\cdots0}_{\frac{2n}{3}-1个0}1$;

④ 当 $n = 2^k$, $k \geqslant 3$ 时, a_n 中含有因数

$1\underbrace{000\cdots0}_{2^i-1个0}1$, $i = 2, 3, \cdots, k$。

参考文献:

[1] Dumitrescu C, Seleacu V. Some notions and questions in number theory [M]. Erhus Univ. Press, Glendale, 1994.

[2] 乐茂华.初等数论[M].广州:广东教育出版社, 1995.

(校对:苏 晨)