

关于平方余函数的差

乐茂华

(湛江师范学院 数学系, 广东 湛江 524048)

摘要: 对于正整数 n , 设 $SSC(n)$ 是 n 的 Smarandache 平方余函数. 本文证明了: $|SSC(n+1) - SSC(n)|$ 是无界的.

关键词: Smarandache 平方余函数; 差; Pell 方程

中图分类号: O156 文献标识码: A 文章编号: 1007-0117(2004)05-0005-01

1980年, Smarandache^[1] 引入了一类数论函数——Smarandache 函数. 此后, 人们又提出了 Smarandache 平方余函数 $SSC(n)$, 它等于可使 mn 为平方数的最小正整数 m (参见文献[2]). 对此, Russo^[3] 提出了以下问题:

问题 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $|SSC(n+1) - SSC(n)|$ 是有界的还是无界的?

本文解决了上述问题, 即证明了:

定理 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $|SSC(n+1) - SSC(n)|$ 是无界的.

证 设 d 是无平方因子正整数, 从文献[4] 的定理 10.9.1 可知方程

$$x^2 - dy^2 = 1 \quad (1)$$

有正整数解 (x, y) . 设

$$n = dy^2 \quad (2)$$

因为 d 是无平方因子正整数, 所以根据函数 $SSC(n)$ 的定义, 从(2)可知

$$SSC(n) = d \quad (3)$$

同时, 从(1)和(2)可知

$$n+1 = x^2 \quad (4)$$

故从(4)得

$$SSC(n+1) = 1. \quad (5)$$

因此, 从(3)和(5)可知

$$|SSC(n+1) - SSC(n)| = d - 1 \quad (6)$$

由于已知存在无穷多个不同的无平方因子正整数 d , 故从(6)可知: 当 $n \rightarrow \infty$ 时,

$|SSC(n+1) - SSC(n)|$ 是无界的, 定理证完.

参考文献:

- [1] Smarandache F. a function in the number theory [J]. Ann Timisoara Univ Ser Math, 1980, 28, (1): 79-88.
- [2] Dumitrescu C. Seleacu V. Some notions and questions in number theory [M]. Phoenix: Xiquan pub House. 1994.
- [3] Russo F. an introduction to the Smarandache square complementary function [J]. Smarandache Notions J, 2002, 13: 160-173.
- [4] 华罗庚. 数论导引 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.

ON The Difference Of The Smarandache Square Complementary Function

LE Mao-hua

(Mathematics Department Of Zhanjiang Normal College, Zhanjiang Guangdong 524048, China)

Abstract: For any positive integer n . let $SSC(n)$ denote the smarandache square complementary function of n . In this paper we prove that $|SSC(n+1) - SSC(n)|$ is unbounded.

Key words: smarandache square complementary function; difference; Pell equation

收稿日期: 2004-05-21

作者简介: 乐茂华(1952-), 男, 上海市人, 湛江师范学院数学系教授, 主要从事数论研究.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 10271104), 广东省自然科学基金项目 (No. 011781D), 广东省教育厅自然科学基金项目 (No. 0161), 湛江市 988 科技兴湛计划项目.