

# 一种快速分层递阶 DS<sub>m</sub>T 近似推理融合方法(B)

李新德<sup>1</sup>, 杨伟东<sup>1</sup>, 吴雪建<sup>1</sup>, Jean Dezert<sup>2</sup>

(1. 东南大学自动化学院复杂工程测量与控制教育部重点实验室, 江苏南京 210096

2. ONERA (The French Aerospace Lab), 29 Av. de la Division Leclerc, Chatillon 92320, France)

**摘 要:** 针对 Dezert Smarandache Theory (DS<sub>m</sub>T), 随着鉴别框架中焦元数目的增多, 其组合推理运算成指数增长, 已成为制约该理论广泛应用与发展的瓶颈问题. 为了解决这个难题, 本文在进一步深入研究仅单子焦元赋值几个关键问题的基础上, 主要针对超幂集空间中部分单子和冲突焦元具有信度赋值的情况, 通过比例分配原则, 把冲突焦元的信度赋值分配到相应的单子焦元上, 然后根据仅单子焦元情形下的近似推理方法进行处理, 即利用二叉树分组技术对单子焦元进行刚性分组, 实现细粒度超幂集空间向粗粒度超幂集空间映射. 最后通过从计算效率、信息损失和相似度的角度分别比较新、老方法, 比较结果充分地验证了新方法的优越性.

**关键词:** 近似推理; 信息融合; 分层递阶; Dezert Smarandache Theory

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 3A-031-06

## A Fast Approximate Reasoning Method in Hierarchical DS<sub>m</sub>T (B)

LI Xir de<sup>1</sup>, YANG Wei-dong<sup>1</sup>, WU Xue-jian<sup>1</sup>, Jean Dezert<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Measurement and Control of CSE (School of Automation, Southeast University),

Ministry of Education, Nanjing, Jiangsu 210096, China;

2. ONERA (The French Aerospace Lab), 29 Av. de la Division Leclerc, Chatillon 92320, France)

**Abstract:** With the increment of focal element numbers in discernment framework, the computation amount in DS<sub>m</sub>T will exponentially go up, which has been the bottleneck problem to block the wide application and development of DS<sub>m</sub>T. To solve this problem, in this paper, on the base of further studying several key issues of hierarchical DS<sub>m</sub>T only with singletons, an extension is done to be fit for the case that there are singletons and conflicting focal elements with assignments in hyper power set simultaneously. The conflicting focal elements are decoupled in terms of the proportion of assignments taken by elements involved in it. This is very helpful for further processing information according to the method only with singletons. That is, these decoupled focal elements in hyper power set are forced to group through bintree to realize the mapping from the refined hyper power set to the coarsened one. Finally, by comparing new method with old one from different views, i. e. computation efficiency, loss of information and similarity, the superiority of new one over old one is testified well.

**Key words:** approximate reasoning; information fusion; hierarchical; Dezert Smarandache Theory (DS<sub>m</sub>T)

## 1 前言

随着计算机科学的发展, 越来越多的信息获取、融合和管理系统要求智能有效地处理复杂的不完善信息(包括不确定信息、不完全信息、不一致信息和不精确信息, 以及定量和定性信息)<sup>[1]</sup>, 于是对信息融合的理论方法提出了更高的要求, 传统的方法很难适应这种高要求.

Dezert-Smarandache Theory (DS<sub>m</sub>T) 是由法国的资深科学家 Jean Dezert 博士和美国的著名数学家 Florentin

Smarandache 教授于 2003 年共同提出来的一种新的推理理论<sup>[2-4]</sup>, 能够有效地解决不完善信息的融合问题. 目前该理论方法在图像处理、机器人环境感知、军事上的多目标跟踪与识别、多目标决策、雷达目标分类、地理科学、故障诊断、经济金融、地理信息系统等领域得到了广泛的应用. 但是, 同 D-S 证据推理理论一样<sup>[5,6]</sup>, 随着鉴别框架中焦元数目的增多, 其组合推理运算成指数增长, 已成为制约该理论广泛应用与发展的瓶颈问题.

为了解决计算瓶颈问题, 很多专家学者在 D-S 框架下进行不少尝试<sup>[7-12]</sup>. 作者在文献[13]中已经详细给

收稿日期: 2010-09-28; 修回日期: 2010-12-24

基金项目: 国家自然科学基金(青年基金)(No. 60804063); 江苏省自然科学基金(No. BK2010403); 图像信息处理与智能控制教育部重点实验室开放基金(No. 200902); 航空科学基金(No. 20100169001); 东南大学优秀青年教师教学、科研资助计划; 东南大学创新基金(No. 3208000501)

予了概括和介绍,这里不再赘述。

作者最近<sup>[13]</sup>在 DSmiT 模型下,考虑到完全排它性约束,提出了针对超幂集空间仅单子焦元具有信度赋值的情况,利用二叉树或三叉树分组技术对其刚性分组,在保证融合精度的基础上,计算效率得到了极大地提高,能够有效地解决其计算瓶颈问题。

文献[13]中作者仅考虑刚性分组的情形,尽管给出随着单子焦元个数增加,其计算效率得到了很大的提高,但没有给出其相似度(贴近度)、信息损失与单子焦元个数之间的关系。这里采用文献[14]中的欧拉贴近度式(1)计算两种融合结果的相似度,随着单子焦元个数由 100 增加到 1000 时,运用二叉树分层融合技术\*,其新、老方法相似度越来越高。

$$N_E(m_1, m_2) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{D^*} (m_1(X_i) - m_2(X_i))^2} \quad (1)$$

与此同时,为了计算信息损失程度,定义一个信息损失函数如式(2)所示,随着单子个数的增加,其信息损失在 23%~28% 之间做规律性波动(后面周期约为前面周期的两倍),但波动幅度不是很大。

$$S(m_1, m_2) = \frac{\sum_{i=1}^n |m_1(X_i)^2 - m_2(X_i)^2|}{\sum_{i=1}^n m_2(X_i)^2} \quad (2)$$

另外,柔性分组是否会使最终的融合结果的精度得到较大的提高呢?这里给出了最终试验结果,比如,假设随机地产生两组证据源,超幂集空间分别有 192, 225 和 256 个焦元被赋值的情况,进行如表 1 所列方案进行尝试。

表 1 不同分组方案的新、老方法相似度对比

方案	192 个焦元	225 个焦元	256 个焦元
①	0.990711765	0.990510667	0.991101218
②	0.986363993	0.987235855	0.987986963
③	0.98661715	0.987007327	0.98839627
④	0.98733304	0.988162617	0.988942417
⑤	0.990646649	0.992131663	0.99432778

符号 ①~⑤表示如下:①按照刚性分组;②首先将所有焦元按照比值从大到小进行排序,而后将比值大于 1 的分成一组,小于等于 1 的分为另一组,然后对这两组各自按照二叉树进行融合;③将所有焦元按照比值从大到小进行排序,而后将它们按照二叉树的方法进行融合;④这里先不进行排序运算,而只是检测比值,若比值大于 1,则将其分到第一组,否则将其分到另一组,而后对这两组各自按照二叉树进行融合;⑤首先将所有焦元按照比值从大到小进行排序,而后一大一小(即最大值和最小值,然后次大值和次最小值,……,以此类推)穿插着将数据重新排列,最后对排列后的数

据进行二叉树融合。

表 1 中间的相似度数据,比如 0.990711765,表示新、老方法融合结果的相似程度,其计算公式见式(1)。从表中相似度的比较分析可知,方案 ②、③和 ④的计算结果都没有按刚性分组好。方案 ⑤也时好时坏,一般在焦元个数为  $2^n$  时,该柔性分组方案的融合精度非常高,否则,融合精度一般。另外,由于柔性分组考虑到排序运算,因此随着焦元个数的增加,其排序计算量不容忽视,另外从上面的比较中,可以看出按刚性分组最终的融合结果还是相当不错的。

在现实的融合例子中,并不是所有的融合例子都是这种 Bayesian 情况,即仅单子进行赋值的情况,往往还存在冲突焦元具有信度赋值的情况,但冲突焦元包含的单子焦元是可分的,例如,假设  $A$  和  $B$  是两个最终可分的鉴别目标,即  $A \cap B = \emptyset$  但由于传感器识别精度,或者缺少有效的分类方法,起初很难鉴别分开  $A$  和  $B$ ,于是必须对  $A \cap B$  进行信度建模,即赋信度给  $A \cap B$ ,这里我们称之为冲突焦元。尽管在 Smet 的 TBM 模型<sup>[15]</sup>下,也曾给出  $m(\phi) \neq 0$  的假设,跟我们这里定义的冲突焦元是有区别的,在 TBM 模型中,Smet 把所有其它不可预测、不可估计的焦元的信度赋值统一归到  $m(\phi)$ 。在 DSmiT 模型下,除了前面提到的冲突焦元的情形,还存在  $A \cap B \neq \emptyset$  的情况,在这里  $A \cap B$  是独立于  $A$  和  $B$  的,针对这种情况,不能简单地按本文提出的方法把  $A \cap B$  的信度赋值进行预先分配到  $A$  和  $B$  上,必须探讨其它的解决办法。在考虑这种冲突焦元背景下,如何将冲突焦元预先进行处理,是本文研究的重点。

本文针对上面存在的问题,在前期研究的基础上,首先通过比例分配的原则,把冲突焦元的信度赋值分配到相应的单子焦元上,即完成解耦过程,然后借助仅单子焦元赋值的情形下所采用的二叉树刚性分组的分层递阶的 DSmiT 快速近似推理融合方法,实现冲突焦元赋值情形下的快速近似推理算法。

## 2 冲突焦元解耦

根据单子焦元信度赋值所占的比重,把冲突焦元的信度赋值重新分配到相关的单子焦元上,可以有效地进行解耦。

### (1) 一般情形

假设鉴别框架  $\Theta$  中有  $n$  个焦元,即  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ ,其超幂集空间中单子和部分冲突焦元具有信度赋值,即  $m(\theta) \neq 0, \theta \in P^\Theta$ ,这里  $P^\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n, \theta_i \cap \theta_j, \dots, \theta_i \cap \theta_j \cap \theta_k, \dots, \theta_i \cap \theta_j \cap \theta_k \cap \theta_l, \dots, \theta_i \cap \theta_j \cap \theta_k \cap \theta_l \cap \theta_g \cap \theta_h\}, \{i, j, k, l, g, h\} \in [1, \dots, n], P^\Theta$

\* 本文后面不加说明的,都是采用二叉树分层融合技术

$< D^\ominus$ . 给定  $k$  个独立证据源  $S_1, \dots, S_k$ , 对  $P^\ominus$  中的元素分别进行信度赋值为  $\{m_i(\theta) \neq 0\}$ ,  $\theta \in P^\ominus, i \in [1, \dots, k]$ . 令  $\theta_i \in P^S = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}, i \in [1, \dots, n], \theta^C \in P^C = \{\theta_i \cap \theta_j \dots \theta_k, \dots, \theta_l \cap \theta_g \dots \theta_h\}$ . 为了清楚地给出解耦公式, 这里预先定义一个解耦函数  $\chi(\cdot)$  如下:

**定义 1** 若一个焦元或者命题  $\theta^C$  是冲突焦元或者是不确定命题, 即由  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  中部分或全部单子焦元通过交运算生成的, 那么解耦函数:

$$\chi(\theta^C) = \{\theta_i, \dots, \theta_j\}, \theta_i \supset \theta^C \quad (3)$$

例如  $\theta^C = \theta_i \cap \theta_j \cap \theta_k, i, j, k \in [1, \dots, n]$ , 那么  $\chi(\theta^C) = \{\theta_i, \theta_j, \theta_k\}$ .

于是其解耦公式如式(4)所示

$$m_{\chi}(\theta_i) = m(\theta_i) + \sum_{\theta^C \in P^C} \frac{m(\theta_i)m(\theta^C)}{\sum_{\theta_i \supset \theta^C, \theta_j \in \chi(\theta^C)} m(\theta_j)} \quad (4)$$

**定理 1** 式(4)给出的解耦公式保持了归一化特性, 即  $\sum m_{\chi}(\theta_i) = 1$ .

**证明** 已知解耦前  $\sum m(\theta_i) + \sum m(\theta^C) = 1$ , 因为  $\sum_{\theta^C \in P^C} \sum_{\theta_i \supset \theta^C, \theta_j \in \chi(\theta^C)} \frac{m(\theta_i)m(\theta^C)}{m(\theta_j)} = \sum m(\theta^C)$ , 所以  $\sum m_{\chi}(\theta_i) = \sum m(\theta_i) + \sum_{\theta^C \in P^C} \sum_{\theta_i \supset \theta^C, \theta_j \in \chi(\theta^C)} \frac{m(\theta_i)m(\theta^C)}{m(\theta_j)} = 1$ , 于是结论成立.

(2) 特殊情形

假设鉴别框架  $\Theta$  中有  $n$  个焦元, 即  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ , 其超幂集空间中部分单子和部分冲突焦元具有信度赋值, 即  $m(\theta) \neq 0, \theta \in P^\ominus$ , 这里  $P^\ominus = \{P^S, P^C\}$ ,  $P^S = \{\theta, \theta_j, \dots, \theta_n\}, P^C = \{\theta_i \cap \theta_j \cap \dots \cap \theta_k, \dots, \theta_l \cap \theta_g \dots \theta_h\}, \{i, j, k, l, g, h\} \in [1, \dots, n], P^\ominus < D^\ominus$ . 于是  $P^C$  中的卷入冲突焦元的单子可能在  $P^S$  中找不到对应项(其单子赋值为 0). 针对这种情况, 其解耦公式定义如下:

$$m_{\chi}(\theta_i) = \begin{cases} m(\theta_i) + \sum_{\theta^C \in P^C} \frac{m(\theta_i)m(\theta^C)}{\sum_{\theta_i \supset \theta^C, \theta_j \in \chi(\theta^C)} m(\theta_j)}, & m(\theta_i) \neq 0 \\ 0, & m(\theta_i) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

显然, 式(4)和(5)可以合并.

3 解耦特性分析

(1) 信息损失稳定

**例 1** 给定两个证据源  $S_1, S_2$ , 有  $P^\ominus = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9, \theta_{10}, \theta_1 \cap \theta_2, \theta_3 \cap \theta_6 \cap \theta_7, \theta_1 \cap \theta_5 \cap \theta_9 \cap \theta_{10}\}$ , 给定的每个信源对  $P^\ominus$  中的焦元随机进行信度赋值(这里所赋值均是非零值). 这里试验 100 次, 在每次试验中, 随机产生一对证据源. 为了分析两证据源在按式(5)冲突解耦运算后, 按照式 PCR5<sup>[2]</sup> 融合得到的单子信度赋值, 与两证据源直接根据 PCR5 融合得到的单子信度赋值两者之间产生的信息损失, 根据式(2) 计算到本次试验为止的信息损失平均值, 其结果如图 1 所示, 尽管单次试验信息损失有所波动, 但其统计平均值基本保持不变, 约为 17%.

(2) 冲突焦元包含单子个数对信息损失的影响

随着冲突焦元中包含的元素个数增加, 其解耦信息损失越来越低.

**例 2** 当冲突焦元中包含的单子元素个数增加时, 针对例 1, 改变  $P^\ominus$  中冲突焦元  $\theta_1 \cap \theta_2$  为  $\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3 \cap \theta_4 \cap \theta_8$ , 其它保持不变, 因此对  $P^\ominus = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9, \theta_{10}, \theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3 \cap \theta_4 \cap \theta_8, \theta_5 \cap \theta_6 \cap \theta_7, \theta_1 \cap \theta_5 \cap \theta_9 \cap \theta_{10}\}$  和  $P^\ominus$  中的焦元同时进行随机对应赋值(即对应项赋相同的信度值), 这里试验 100 次, 在每次试验中, 随机产生一对证据源. 为了分析两证据源在按式(5)冲突解耦运算后, 按照 PCR5 融合得到的单子信度赋值, 与两证据源直接根据 PCR5 融合得到的单子信度赋值两者之间产生的信息损失, 式(2) 计算到本次试验为止的信息损失平均值, 其结果如图 2 所示, 从图 2 中可知, 随着试验次数的增加, 其信息损失基本保持平稳, 且随着冲突焦元中元素个数的增加, 其解耦运算过程中信息损失明显降低.

性质解释如下: 当冲突焦元的信度赋值一定时, 从式(5)的构造来看, 随着它所包含单子个数的增加, 意味着对不确定信息的解释因子变多, 增加了合理的解释, 自然也就降低了信息损失.

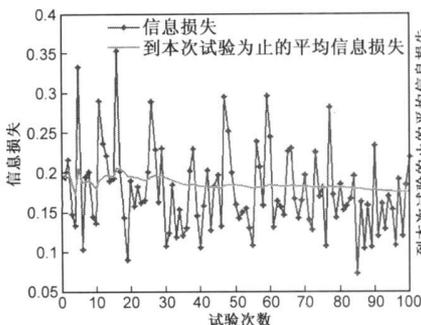


图1 解耦过程信息损失

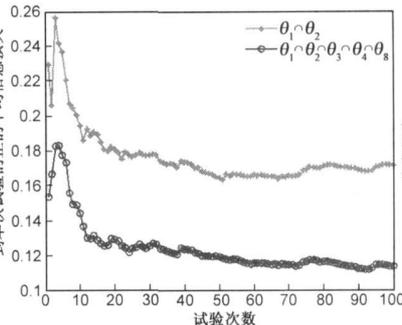


图2 信息损失与冲突焦元之间的关系

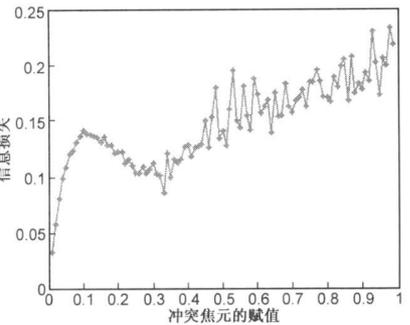


图3 冲突焦元赋值变化对信息损失的影响

(3) 冲突焦点赋值不同对信息损失影响

随着冲突焦点信度赋值逐渐增加, 其解耦信息损失越来越高.

例 3 给定两个证据源  $S_1, S_2$ , 当  $P^\ominus = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9, \theta_{10}, \theta_1 \cap \theta_5 \cap \theta_9\}$  中焦点不变时, 但冲突焦点  $\theta_1 \cap \theta_5 \cap \theta_9$  的信度赋值逐渐增加时(初始值为 0.01, 终值为 0.99, 步长为 0.01), 这里试验 100 次, 在每次试验中, 两个证据源随机对  $P^\ominus \setminus (\theta_1 \cap \theta_5 \cap \theta_9)$  中的焦点进行赋值. 为了分析两证据源在按式(5)冲突解耦运算后, 按照 PCR5 融合得到的单子信度赋值, 与两证据源直接根据 PCR5 融合得到的单子信度赋值两者之间产生的信息损失, 然后根据式(2)计算 100 次, 并取平均, 其结果如图 3 所示, 从图 3 中可以看出, 随着冲突焦点信度赋值的逐渐增加, 其解耦信息损失越来越大.

性质解释如下: 冲突焦点是对鉴别目标由于传感器识别精度, 或者缺少有效的分类方法而建模, 它表示的是不确定的信息, 那么在模型中不确定信息的增加自然会造成更大的信息损失.

(4) 单子个数增加对信息损失的影响

随着单子焦点个数逐渐增加, 当冲突焦点的信度赋值不同时, 其解耦信息损失不同.

例 4 给定两个证据源  $S_1, S_2$ , 当  $P^\ominus$  中单子焦点的

个数由 2 逐渐增加到 100 个, 而冲突焦点及其赋值都不变时, 这里让  $m(\theta_1 \cap \theta_2)$  的赋值分别为 0.1、0.2、0.5、0.8 和 0.9, 试验 100 次, 在每次试验中, 两个证据源随机对  $P^\ominus \setminus (\theta_1 \cap \theta_2)$  中的焦点进行赋值. 为了分析两证据源在按式(5)冲突解耦运算后, 按照 PCR5 融合得到的单子信度赋值, 与两证据源直接根据 PCR5 融合得到的单子信度赋值两者之间产生的信息损失, 根据式(2)计算 100 次, 并取平均, 其结果如图 4、5、6 所示, 从图 4 中可以看出, 随着单子焦点个数逐渐增加, 当冲突焦点的信度赋值较小时(小于 0.5), 其解耦信息损失有上扬的趋势, 且冲突焦点的赋值的变动对信息损失影响较大; 从图 5、6 中可以看出, 当冲突焦点的信度赋值较大时(大于 0.5), 其解耦信息损失在一个小范围内波动, 均值基本保持不变, 且冲突焦点的赋值的变动对信息损失影响较小.

性质解释如下: 当冲突焦点的信度赋值较小时(小于 0.5), 随着单子数的增加, 每个单子的信度赋值会变小, 此时将冲突焦点  $\theta_1 \cap \theta_2$  按式(5)解耦后, 会放大冲突焦点所带来的不确定信息, 所以信息损失有上扬趋势. 而当冲突焦点的信度赋值较大时(大于 0.5), 冲突焦点本身带来的不确定信息就会很大, 这时单子数的增加不会引起信息损失的上扬.

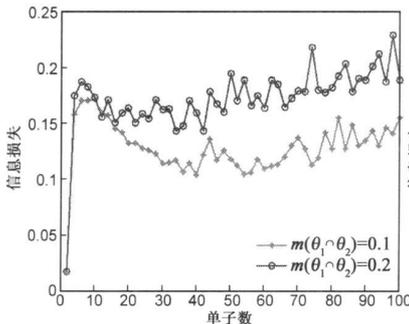


图4 冲突焦点低赋值随单子个数增加对信息损失的影响

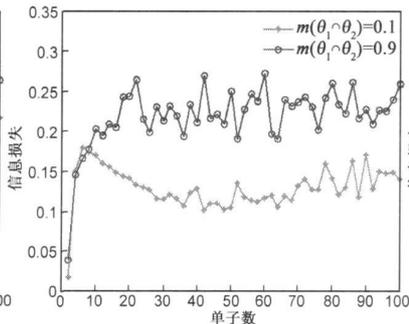


图5 冲突焦点高、低赋值随单子个数增加对信息损失的影响

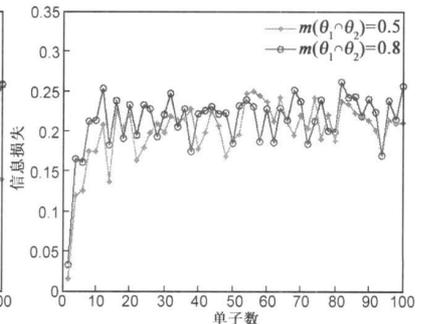


图6 冲突焦点高赋值随单子个数增加对信息损失的影响  
表 3

(5) 冲突不和谐性

对于任意两个证据源  $S_1$  和  $S_2$ , 若鉴别框  $\Theta$  中仅包含两个元素/命题  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 其信度赋值具有如下形式:

表 2

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cap \theta_2$
$S_1$	0	a	b
$S_2$	c	0	d

其中  $a + b = 1, c + d = 1$ .

那么解耦后的信度赋值是固定不变的, 如表 3 所示, 因此, 无论参数  $a, b, c, d$  如何变化, 解耦后利用  $DSmI$  组合的结果是不变的, 即  $m(\theta_1) = 0.5, m(\theta_2) = 0.5$ , 也就是说  $\theta_1$  和  $\theta_2$  根本没有办法识别. 对于这个特性, 解耦是不利的, 但这种仅两个焦点的情况下, 根本不需要解耦运算的新方法.

表 3

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cap \theta_2$
$S_1$	0	1	0
$S_2$	1	0	0

(6) 单调性

对于任意两个证据源  $S_1$  和  $S_2$ , 若鉴别框  $\Theta$  中仅包含两个元素/命题  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 其信度赋值具有如表 4 的形式, 其中  $a + b = 1, c + d = 1, a < c$ . 当  $\delta$  逐渐增大时,  $DSmI$  组合后的  $m(\theta_1)$  逐渐增大,  $m(\theta_2)$  逐渐减小.

表 4

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cap \theta_2$
$S_1$	$\delta$	$a - \delta$	b
$S_2$	$c - \delta$	$\delta$	d

例如,  $a = 0.2, c = 0.3, b = 0.8, d = 0.7, \delta$  以 0.01 的步长增长, 解耦后, 利用 DSmT 组合的结果如图 7 所示,  $m(H_1)$  是近似线性增长的, 而  $m(H_2)$  是近似线性降低的, 可见结论是成立的.

对上面性质的理解, 通过计算, 解耦后的 DSmT 融合结果, 由于  $D \in [0, a]$ , 可以将  $m(H)$  在  $D = \frac{a}{2}$  处进行一阶泰勒展开, 用一次线性函数进行逼近, 此时它的误差为  $O(a^2)$ . 经实验再次表明,  $m(H_1), m(H_2)$  表现出良好的近似线性下降和增长.

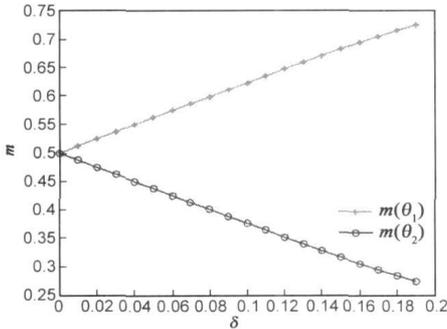


图7  $m(\theta_1)$ 和 $m(\theta_2)$ 随着 $\delta$ 的增长的变化情况 (7) 高直觉特性

对于任意两个证据源  $S_1$  和  $S_2$ , 若鉴别框 (中仅包含两个元素  $H_1$  和  $H_2$ , 其信度赋值具有如表 5 的形式, 其中  $a + b + c = 1, e + f + g = 1$ . 若  $a + e > b + f$ , 那么 DSmT 组合后的结果, 经数值运算验证, 基本满足  $m(H_1) > m(H_2)$  (而  $m(H_1) < m(H_2)$  是小概率事件).

表 5

	$H$	$H_2$	$H_1 \cap H_2$
$S_1$	$a$	$b$	$c$
$S_2$	$e$	$f$	$g$

### 4 二叉树分层递解

将第二节解耦后的结果进行二叉树分组, 其分组原理和方法详见文献[13].

### 5 计算复杂度分析

老方法的计算复杂度  $O(n)$  为

$$[K + (4K + 27 + 42)(n + k - 1)](n + k) + \$ \quad (6)$$

其中, 复杂度  $\$$  的计算依赖于冲突焦元的复杂程度, 其取值范围为  $4k[(K + 7 + 2), 2nk(K + 7 + 2)]$ .

本文提出方法的计算复杂度为

$$(2(\log_2^n - 2)n + 4)2 + (n - 1)[10K + 47 + 82] + 2(\log_2^n - 1)n7 + n(\log_2^n - 1)K + \$ \quad (7)$$

通过比较式(6)和(7), 式(6)的计算复杂度是关于  $n$  的线性关系与平方关系  $n^2$  两者之和, 而式(7)的计算复杂度主要是关于  $n \log_2^n$  的线性函数, 因此与老方法相比, 其计算效率得到了显著的提高.

## 6 融合结果的对比分析

### 实验 1 计算效率

假设给定五个证据源  $S_1, \dots, S_5, P^C = \{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, H_9, H_{10}, H_{11} \cap H_{12}, H_{13} \cap H_{14} \cap H_{15}, H_{16} \cap H_{17}, H_{18} \cap H_{19} \cap H_{20}\}$ , 对于每个信源, 对  $P^C$  中的焦元随机进行信度赋值(这里所赋值均是非零值). 新、老方法的运算符统计如表 6 所示. 由实验 1 可见, 新方法的计算效率高于一老方法. 随着焦元数目的增加[13], 这种优势更加明显.

表 6

	加(次数)	乘(次数)	除(次数)
老方法	2525	2557	1257
新方法	681	517	349

### 实验 2 信息损失

假设给定两个证据源  $S_1$  和  $S_2, P^C = \{H_1, H_2, \dots, H_{20}, H_{21} \cap H_{22} \cap H_{23} \cap H_{24}\}$ , 对于每个信源, 对  $P^C$  中的焦元随机进行信度赋值(这里所赋值均是非零值). 为了将新、老方法进行对比, 进行 1000 次试验, 每次试验随机产生 1 对证据源, 根据式(2)计算其信息损失, 然后计算到本次试验为止的信息损失平均值, 其结果如图 8 所示, 其信息损失随着实验次数的增加逐渐趋于稳定值 26%.

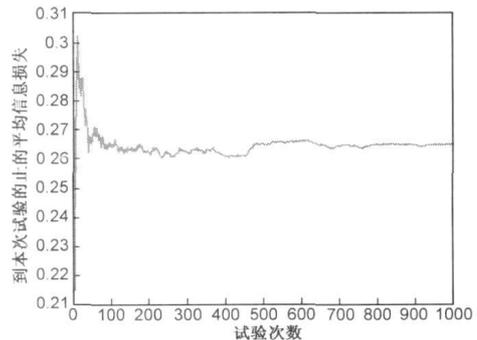


图8 信息损失

### 实验 3 相似度计算

假设给定五个证据源  $S_1, \dots, S_5, P^C = \{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, H_9, H_{10}, H_{11} \cap H_{12}, H_{13} \cap H_{14} \cap H_{15}, H_{16} \cap H_{17}, H_{18} \cap H_{19} \cap H_{20}\}$ , 对于每个信源, 对  $P^C$  中的焦元随机进行信度赋值(这里所赋值均是非零值). 我们进行 1000 次试验, 每次

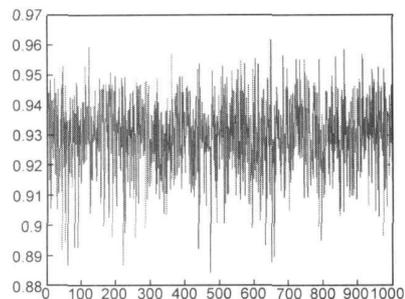


图9 融合结果的相似度

试验给  $P$  赋值, 计算新、老方法的相似度采用式(1).

实验结果如图9所示, 从图中可以发现最低相似度在89%左右, 而最高相似度在96%左右, 其平均值在93%左右稳定. 由此可见, 新方法保持了较高的相似度.

## 7 结论

本文在进一步深入研究仅单子焦元赋值几个关键问题的基础上, 主要针对超幂集空间中部分单子和冲突焦元具有信度赋值的情况, 提出了一种有效的快速分层递阶的近似推理方法, 该方法在保证高相似度的前提下, 大大解决了 DSMT 的计算瓶颈问题, 大大拓宽了 DSMT 在信息融合等领域的应用范围.

## 参考文献

- [1] 潘泉, 于昕, 程咏梅, 等. 信息融合理论的基本方法与进展[J]. 自动化学报, 2003, 29(4): 599–615.  
Pan Quan, YU Xin, Cheng Yongmei, et al. Essential methods and progress of information fusion theory[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(4): 599–615. (in Chinese)
- [2] Smarandache F, Dezert J. Advances and Applications of DSMT for Information Fusion[M]. USA: American Research Press, 2004/2006/2009. Vol1, Vol2 and Vol3.
- [3] Li X, Dezert J, Smarandache F, Dai X. Combination of qualitative information based on 2-Tuple modelings in DSMT[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2009, 24(4): 786–798.
- [4] Li X, Dai X, Dezert J, Smarandache F. Fusion of imprecise qualitative information[J]. Applied Intelligence, 2009, 33(3): 340–351.
- [5] 胡昌华, 司小胜, 周志杰, 王鹏. 新的证据冲突衡量标准下的 D2S 改进算法[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 1578–1583.  
Hu Changhua, Xi Xiaosheng, Zhou Zhijie, Wang Peng. An improved D2S algorithm under the new measure criteria of evidence conflict[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 1578–1583. (in Chinese)
- [6] 罗志增, 蒋静坪. 基于 D2S 理论的多信息融合方法及应用[J]. 电子学报, 1999, 27(9): 100–102.  
Luo Zhizeng, Jiang Jingping. Multisensor data fusion based on dempster shafer evidential reasoning and its application[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(9): 100–102. (in Chinese)
- [7] Gordon J, Edward H. Shortliffe. A method for managing evidential reasoning in a hierarchical hypothesis space[J]. Artificial Intelligence, 1985, 26(3): 323–357.
- [8] Shafer G, Logan R. Implementing Dempster's rule for hierarchical evidence[J]. Artificial Intelligence, 1987, 33(3): 271–298.
- [9] Shafer G, Shenoy P P, Mellouli K. Propagating belief functions in qualitative Markov trees[J]. Int J Approx Reasoning, 1987, 1(4): 349–400.
- [10] Bergsten U, Schubert J. Dempster's rule for evidence ordered in a complete directed acyclic graph[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1993, 9(1): 37–73.
- [11] Tessem B. Approximations for efficient computation in the theory of evidence[J]. Artificial Intelligence, 1993, 61: 315–329.
- [12] Denoeux T, Yaghlane A B. Approximating the combination of belief functions using the fast mbius Transform in a coarsened frame[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2002, 31: 77–101.
- [13] 李新德, Dezert J, 等. 一种快速分层递阶 DSMT 近似推理融合方法(A)[J]. 电子学报, 2010, 38(11): 2566–2572.  
Li X, Dezert J, et al. A Fast Approximate Reasoning Method in Hierarchical DSMT(A)[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(11): 2566–2572. (in Chinese)
- [14] Li X, Dezert J, Smarandache F, Huang X. Evidence supporting measure of similarity for reducing the complexity in information fusion[J]. Information Sciences, 2010, doi: 10.1016/j.ins.2010.10.025.
- [15] Smets P, Kennes R. The transferable belief model. Artificial Intelligence[J]. 1994, 66(2): 191–234.

## 作者简介



李新德 男, 1975 生于山东烟台, 博士, 副教授, 2007 年毕业于华中科技大学控制理论与控制工程专业, 获博士学位. 目前任教于东南大学自动化学院, 主要研究方向是信息融合、不确定推理、机器感知与智能机器人等.  
E-mail: xindeli@seu.edu.cn

Jean Dezert 男, 1962 年出生于法国 l Hay les Roses, 目前为法国国家航空研究中心资深科学家. 主要研究兴趣包括信息融合、不确定推理、自动导航与多传感器多目标跟踪等.